

Основы теории открытых квантовых систем

А.Е. Теретёнков

Курс посвящён теории открытых квантовых систем и может служить дополнением стандартных курсов квантовой механики, как правило, сконцентрированных на описании обратимой динамики изолированной системы. При этом предполагается, что слушатели знакомы только с линейной алгеброй и математическим анализом, а необходимые в курсе элементы квантовой механики будут в нём изложены. Теория открытых квантовых систем является теоретической основой современной спектроскопии, квантовой оптики, квантовой теории измерений, квантовой термодинамики и имеет широкие физические применения. Излагаемая теория также неотделима от квантовой теории информации. С математической точки зрения курс близок к теории Марковских процессов с конечным числом состояний, но рассматривает её некоммутативный аналог.

Программа курса

1. Матрица плотности. Чёткие квантовые измерения: селективные и неселективные; проекционный постулат фон Неймана-Людерса. Классические распределения как частный случай квантовых. Квантовая и классическая энтропия.
2. Унитарная квантовая динамика. Уравнение фон Неймана. Невозможность описать декогерентность и перенос в рамках унитарной динамики. 2-уровневая система. Уравнения Блоха в случае унитарной динамики.
3. Теория открытых квантовых систем и необратимая квантовая динамика. Уравнение Горини-Коссаковского-Сударшана-Линдблада (ГКСЛ). Случай конечномерного гильбертова пространства (N-уровневой системы). Эквивалентность формы Линдблада и формы Коссаковского. Скалярное произведение в пространстве квадратных матриц, сопряжённое уравнение, представления Шрёдингера и Гейзенберга в неунитарном случае.
4. Вид уравнений ГКСЛ в пределе слабой связи в случае общего положения. Описание декогерентности и переноса. Классическая марковская динамика как частный случай квантовой. Уравнение Паули. Классическая относительная энтропия и её монотонность. Спектр уравнения ГКСЛ и однородное уширение линии.
5. Уравнения ГКСЛ для двухуровневой системы. Уравнения Блоха для открытой двухуровневой системы. Решение уравнений Блоха. Спектр резонансной флуоресценции.
6. Ортонормированные базисы в пространстве матриц. Эрмитовы бесследовые базисы матриц, ортогональные единичной матрице: обобщённые матрицы Гелл-Манна. Обобщённые вектора Блоха. Решение уравнений ГКСЛ. Запись уравнений ГКСЛ в конечномерном гильбертовом пространстве в форме вещественных обобщённых уравнений Блоха. Свойства спектра этих уравнений.
7. Вполне положительные отображения. Сохранение следа и унитарность. Аналогии с классическими стохастическими и бистохастическими матрицами. Соответствие Чоя-Ямилковского. Представление Крауса. Нечёткие квантовые наблюдаемые. Представление Стайнспринга, редуцированная матрица плотности системы и резервуара. Примеры вполне положительных отображений.
8. Дифференцируемость непрерывных матричных полугрупп. Дифференцирование вполне положительного отображения и вывод уравнения ГКСЛ в случае конечномерного гильбертова пространства.

9. Примеры уравнений ГКСЛ. Вид генераторов ГКСЛ, возникающих в пределе слабой связи, сингулярной связи и низкой плотности. Уравнения ГКСЛ, возникающие при описании непрерывных квантовых измерений.
10. Квантовая относительная энтропия и её свойства. Доказательство монотонности относительной энтропии при вполне положительных отображениях. Физический смысл относительной энтропии. Связь с квантовой термодинамикой.
11. Квантовые условия детального баланса. Вид генератора ГКСЛ, удовлетворяющий этим условиям. Физические примеры уравнений, удовлетворяющих и не удовлетворяющих условиям детального баланса.

Литература

1. Бройер Х.-П., Петруччионе Ф. Теория открытых квантовых систем. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», институт компьютерных исследований, 2010. – 824 с.
2. Холево А.С. Квантовые системы, каналы, информация. – М.:МЦНМО, 2010. – 328 с.
<https://www.mccme.ru/free-books/holevo-quantum.pdf>
3. Холево А. С. Математические основы квантовой информатики, Лекц. курсы НОЦ, 30, МИАН, М., 2018, 3–117
<http://www.mathnet.ru/links/e804a9c0afb758cc97296989649c8a58/lkn30.pdf>
4. Холево А. С. Статистическая структура квантовой теории. — Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 192 с.
5. Accardi L., Lu Y.G., Volovich I.V. Quantum Theory and Its Stochastic Limit. — New York: Springer Verlag, 2002
6. Alicki R., Lendi K. Quantum Dynamical Semigroups and Applications. Lect. Notes Phys. 717 – Springer, Berlin Heidelberg, 2007. – 129 p.
7. Bengtsson I., Życzkowski K. Geometry of quantum states. An Introduction to Quantum Entanglement – Cambridge University Press, Cambridge, 2006
<https://pdfs.semanticscholar.org/3f28/893b7e8c5c96525493db8e3d6b09ab47f426.pdf>
8. Davies E. B. Quantum Theory of Open Systems. Academic Press, London, 1976.
9. Wolf M. M., Quantum channels and operations – guided tour, Online Lecture Notes, 2012.
<https://www-m5.ma.tum.de/foswiki/pub/M5/Allgemeines/MichaelWolf/QChannelLecture.pdf>
10. Rivas A., Huelga S. F. Open quantum systems. – Berlin: Springer, 2012.