Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. А. Алехина, О надежности схем в произвольном полном конечном базисе при однотипных константных неисправностях на выходах элементов, *Дискрет. матем.*, 2012, том 24, выпуск 3, 17–24

DOI: <https://doi.org/10.4213/dm1193>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.108.108

26 апреля 2023 г., 12:51:37

О надежности схем в произвольном полном конечном базисе при однотипных константных неисправностях на выходах элементов

© 2012 г. М. А. Алехина

Рассматривается реализация булевых функций схемами из ненадежных функциональных элементов в произвольном полном конечном базисе B . Предполагается, что все элементы схемы независимо друг от друга с вероятностью $\gamma \in (0, 1/2)$ подвержены однотипным константным неисправностям на выходах.

Доказано, что в базисе B все булевы функции можно реализовать схемами, ненадежность которых не больше $3\gamma + 27\gamma^2$ при всех $\gamma \in (0, 1/960)$.

Рассматривается реализация булевых функций схемами из ненадежных функциональных элементов в произвольном полном конечном базисе B . Будем считать, что схема из ненадежных функциональных элементов реализует функцию $f(x_1, \dots, x_n)$, если при поступлении на входы схемы набора $\tilde{A} = (a_1, \dots, a_n)$ при отсутствии неисправностей на выходе схемы появляется значение $f(\tilde{a})$. Все элементы схемы независимо друг от друга с вероятностью $\gamma \in (0, 1/2)$ переходят в неисправное состояние типа 0 на выходах элементов. Эти неисправности характеризуются тем, что в исправном состоянии функциональный элемент реализует приписанную ему булеву функцию φ , а в неисправном состоянии — константу 0. Неисправности типа 1 на выходах элементов определяются аналогично.

Всюду далее, исключая теорему 2, считаем, что базисные элементы подвержены неисправностям типа 0 на выходах.

Пусть $P_{\tilde{f}(\tilde{a})}(S, \tilde{a})$ — вероятность появления значения $\tilde{f}(\tilde{a})$ на выходе схемы S , реализующей функцию $f(\tilde{x})$ при наборе $\tilde{a}$. Ненадежность $P(S)$ схемы S определяется как $\max\{P_{\tilde{f}(\tilde{a})}(S, \tilde{a})\}$, где максимум берется по всем наборам $\tilde{a}$. Надежность схемы S равна $1 - P(S)$.

Пусть

$$P_\gamma(f) = \inf P(S),$$

где S — схема, реализующая $f(\tilde{x})$. Схему A , реализующую f , назовем асимптотически оптимальной по надежности, если $P(A) \sim P_\gamma(f)$ при $\gamma \rightarrow \infty$.

Нетрудно проверить, что ненадежность любой схемы, реализующей неконстантную функцию и содержащей хотя бы один функциональный элемент, не меньше γ .

Очевидно, что функции x_i , $i \in \{1, \dots, n\}$, можно реализовать абсолютно надежно (не используя функциональных элементов), а функции, для реализации которых достаточно k элементов, $k \in \{1, 2, 3\}$, с ненадежностью, не большей $k\gamma$, $\gamma \in (0, 1/2)$. Для любой функции в произвольном полном конечном базисе справедлива следующая теорема.

Теорема 1. В произвольном полном конечном базисе любую булеву функцию f можно реализовать такой схемой A , что при всех $\gamma \in (0, 1/960]$ верно неравенство

$$P(A) \leq 3\gamma + 27\gamma^2.$$

Для инверсных неисправностей на выходах элементов, которые характеризуются тем, что в исправном состоянии функциональный элемент реализует приписанную ему булеву функцию φ , а в неисправном — функцию $\bar{\varphi}$, справедлива следующая теорема.

Теорема 2 ([1]). Пусть B — произвольный полный конечный базис, а базисные элементы с вероятностью ε подвержены инверсным неисправностям на выходах. Тогда существуют положительные константы ε_0 и c такие, что любую функцию f можно реализовать схемой S над B , для которой при всех $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ справедливо неравенство

$$P(S) \leq 5\varepsilon + c\varepsilon^2.$$

Идея доказательства теоремы 1 такая же, как и теоремы 2, однако некоторая модификация позволила сократить перебор возможных случаев и объем доказательства.

Чтобы доказать теорему 1, сформулируем необходимые вспомогательные утверждения.

Теорема 3 ([2]). В полном базисе из двухвходовых функциональных элементов любую булеву функцию f можно реализовать такой схемой S , что при всех $\gamma \in (0, 1/480]$ верно неравенство

$$P(S) \leq 3\gamma + 27\gamma^2.$$

Обозначим через G множество функций, зависящих от переменных x_1, x_2, x_3 и конгруэнтных одной из функций

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_1^{c_1} x_2^{c_2} \vee x_1^{c_1} x_3^{c_3} \vee x_2^{c_2} x_3^{c_3}, \quad c_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Лемма 1 ([2]). Допустим, что произвольную функцию f можно реализовать схемой S с ненадежностью, не большей p . Пусть S_g — схема, реализующая некоторую функцию g из множества G с ненадежностью, не большей $P(S_g)$, причем v_0 — вероятность ошибки схемы S_g на наборе (c_1, c_2, c_3) , а v_1 — на наборе $(\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3)$. Тогда можно построить схему $\Phi(S)$, которая реализует функцию f с ненадежностью

$$P(\Phi(S)) \leq \max\{v_0, v_1\} + 3pP(S_g) + 3p^2.$$

Лемма 2 ([3]). В произвольном полном конечном базисе любую булеву функцию f можно реализовать такой схемой D , что при всех $\gamma \in (0, 1/960]$ справедливо неравенство

$$P(D) \leq 5\gamma + 182\gamma^2 \leq 5,2\gamma.$$

Обозначим через T_0 множество функций, сохраняющих константу 0, через T_1 — множество функций, сохраняющих константу 1, через L — множество линейных функций, и через M обозначим множество монотонных функций.

Лемма 3 ([6]). Пусть $f_0(x_1, \dots, x_k) \notin T_0$ и $f_1(x_1, \dots, x_m) \notin T_1$. Тогда либо $\bar{x} \in \{f_0(x, \dots, x), f_1(x, \dots, x)\}$, либо $f_0(x, \dots, x) \equiv 1$, $f_1(x, \dots, x) \equiv 0$.

Булевы функции $x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_2 x_3 \oplus a_1 x_1 \oplus a_2 x_2 \oplus a_3 x_3 \oplus a_0$, $a_i \in \{0, 1\}$, $i \in \{0, 1, 2, 3\}$, будем называть особенными [5].

Лемма 4 ([5]). Из всякой нелинейной и неособенной функции трех или более переменных, подстановкой переменных или введением фиктивных переменных можно получить либо особенную функцию, либо нелинейную функцию двух переменных.

Из леммы 4 следует, что для всякой нелинейной функции f_L имеет место ровно один из вариантов: либо f_L является особенной функцией, либо f_L — функция двух переменных, либо из неособенной функции $f_L(x_1, \dots, x_n)$, $n \geq 3$, подстановкой переменных [6] можно получить особенную функцию, либо из неособенной функции $f_L(x_1, \dots, x_n)$, $n \geq 3$, отождествлением переменных можно получить нелинейную функцию двух переменных. Таким образом, получаем очевидное следствие.

Следствие 1. Из всякой нелинейной функции f_L подстановкой переменных можно получить функцию, равную либо некоторой особенной функции

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus a_0,$$

либо некоторой нелинейной функции двух переменных

$$\psi(x_1, x_2) = x_1x_2 \oplus a_1x_1 \oplus a_2x_2 \oplus a_0,$$

где $a_i \in \{0, 1\}$, $i = 0, 1, 2, 3$.

Лемма 5 ([1]). Пусть $f(x_1, \dots, x_n) \notin M$, $n \geq 3$. Тогда из f подстановкой переменных и введением фиктивных переменных можно получить такую функцию $\varphi(x_1, x_2, x_3) \notin M$, что

$$\varphi(x, 0, 1) = \bar{x}.$$

Доказательство. Доказательство этой леммы отличается от доказательства, приведенного в [1]. Пусть $f(x_1, \dots, x_n) \notin M$, $n \geq 3$. Тогда (см. [6]) найдется $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ и два соседние по i -й компоненте набора

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha} &= (\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, 0, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n), \\ \tilde{\beta} &= (\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, 1, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n)\end{aligned}$$

такие, что

$$f(\tilde{\alpha}) = 1, \quad f(\tilde{\beta}) = 0.$$

Перенумеруем переменные $x_1, \dots, x_n$ следующим образом:

- (1) переменную x_i назовем x_1 ;
- (2) переменную x_j , $j \in \{1, \dots, n\}$, $j \neq i$, назовем переменной x_2 тогда и только тогда, когда $\alpha_j = 0$;
- (3) переменную x_k , $k \in \{1, \dots, n\}$, $k \neq i$, назовем переменной x_3 тогда и только тогда, когда $\alpha_k = 1$.

В результате из функции f получим такую функцию $\varphi(x_1, x_2, x_3) \notin M$, что

$$\varphi(x, 0, 1) = \bar{x}.$$

Лемма 5 доказана.

Замечание 1. Переменная x_i , $i = 2, 3$, для функции $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ из леммы 5 может быть как существенной, так и фиктивной.

Замечание 2. Отличие леммы 5 от известной леммы о немонотонной функции [6] состоит в том, что используется только подстановка переменных, которая не влияет на вероятности ошибок функционального элемента.

Введем обозначения

$$M_0 = \{\bar{x}_1 \bar{x}_2, \bar{x}_1 \vee x_2, x_1 \oplus x_2 \oplus 1\},$$

$$M_1 = \{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3, \bar{x}_1 x_3, x_1 \oplus x_3\}.$$

Лемма 6. Пусть $\varphi(x_1, x_2, x_3) \notin M$ и $\varphi(x, 0, 1) = \bar{x}$.

(1) Если $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ существенно зависит только от переменной x_1 , то

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1.$$

(2) Если $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ существенно зависит только от переменных x_1, x_2 , то

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) \in M_0.$$

(3) Если $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ существенно зависит только от переменных x_1, x_3 , то

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) \in M_1.$$

(4) Если $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ существенно зависит от всех трех переменных x_1, x_2, x_3 , то

$$\varphi(x_1, 0, x_3) \in M_1 \cup \{\bar{x}_1\}.$$

Доказательство. Первое утверждение очевидным образом следует из условий леммы.

Докажем второе утверждение. Поскольку функция $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ существенно зависит только от двух переменных x_1, x_2 , представим ее многочленом:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = a_1 x_1 x_2 \oplus a_2 x_1 \oplus a_3 x_2 \oplus a_4.$$

По условию, $\varphi(x, 0, 1) = \bar{x}$, следовательно, выполняются два равенства $a_2 = 1, a_4 = 1$. Получаем четыре решения:

$$\begin{array}{llll} a_1 = 1, & a_2 = 1, & a_3 = 1, & a_4 = 1; & a_1 = 0, & a_2 = 1, & a_3 = 1, & a_4 = 1; \\ a_1 = 1, & a_2 = 1, & a_3 = 0, & a_4 = 1; & a_1 = 0, & a_2 = 1, & a_3 = 0, & a_4 = 1. \end{array}$$

Каждому из этих решений соответствует одна из функций $\bar{x}_1 \bar{x}_2, \bar{x}_1 \vee x_2, x_1 \oplus x_2 \oplus 1, \bar{x}_1$. Переменные x_1, x_2 — существенные для $\varphi(x_1, x_2, x_3)$, поэтому $\varphi(x_1, x_2, x_3) \in M_0$.

Докажем третье утверждение. Поскольку функция $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ существенно зависит только от двух переменных x_1, x_3 , представим ее многочленом:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = a_1 x_1 x_3 \oplus a_2 x_1 \oplus a_3 x_3 \oplus a_4.$$

По условию, $\varphi(x, 0, 1) = \bar{x}$, следовательно, выполняются два равенства $a_1 \oplus a_2 = 1, a_3 \oplus a_4 = 1$. Решая два последних уравнения, получим четыре решения:

$$\begin{array}{llll} a_1 = 0, & a_2 = 1, & a_3 = 1, & a_4 = 0; & a_1 = 0, & a_2 = 1, & a_3 = 0, & a_4 = 1; \\ a_1 = 1, & a_2 = 0, & a_3 = 1, & a_4 = 0; & a_1 = 1, & a_2 = 0, & a_3 = 0, & a_4 = 1. \end{array}$$

Каждому из этих решений соответствует одна из функций $\bar{x}_1, x_1x_3 \oplus 1, \bar{x}_1x_3, x_1 \oplus x_3$. Переменные x_1, x_3 — существенные для $\varphi(x_1, x_2, x_3)$, поэтому $\varphi(x_1, x_2, x_3) \in M_1$.

Докажем четвертое утверждение. Представим функцию $\varphi(x_1, 0, x_3)$ многочленом

$$\varphi(x_1, 0, x_3) = a_1x_1x_3 \oplus a_2x_1 \oplus a_3x_3 \oplus a_4$$

и рассуждая, как и в предыдущем пункте, получим, что $\varphi(x_1, 0, x_3) \in M_1 \cup \{\bar{x}\}$.

Лемма 6 доказана.

Замечание 3. Леммы 5 и 6 позволят в дальнейшем от произвольной немонотонной функции подстановкой переменных перейти сразу к немонотонной функции зависящей не более, чем от двух переменных, или же получить такую функцию, применив еще и подстановку константы 0. Поскольку функциональный элемент, реализующий константу 0, абсолютно надежен при неисправностях типа 0 на выходах, его использование не влияет на вероятности ошибок исходной схемы. В то же время, подстановка константы 1 нежелательна, поскольку функциональный элемент, реализующий константу 1, ненадежен при рассматриваемых неисправностях, и его использование увеличит ненадежность исходной схемы.

Доказательство теоремы 1. Пусть B — произвольный полный конечный базис, а f — любая булева функция. Поскольку базис B полный, в нем содержится нелинейная функция f_L . Из функции f_L (см. лемму 4 и следствие 1) подстановкой переменных можно получить функцию, равную либо

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus a_1x_1 \oplus a_2x_2 \oplus a_3x_3 \oplus a_0,$$

либо

$$\psi(x_1, x_2) = x_1x_2 \oplus a_1x_1 \oplus a_2x_2 \oplus a_0,$$

где $a_i \in \{0, 1\}, i = 0, 1, 2, 3$.

1. Пусть

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus a_1x_1 \oplus a_2x_2 \oplus a_3x_3 \oplus a_0.$$

По лемме 2, функцию f можно реализовать такой схемой D , что при всех $\gamma \in (0, 1/960]$ верно неравенство

$$P(D) \leq 5,2\gamma.$$

1.1. Пусть функция $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ конгруэнтна функции

$$\varphi_1(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus a_4(x_2 \oplus x_3) \oplus a_0.$$

Тогда

$$\varphi_1(x_1, x_2, x_3) = x_1^{\bar{a}_0 \oplus a_4} x_2^{\bar{a}_0} \oplus x_1^{\bar{a}_0 \oplus a_4} x_3^{\bar{a}_0} \oplus x_2^{\bar{a}_0} x_3^{\bar{a}_0},$$

иными словами,

$$\varphi_1(x_1, x_2, x_3) = g(x_1, x_2, x_3) \in G.$$

Таким образом, для реализации функции g из множества G достаточно только одного функционального элемента E_g , поэтому

$$v_1 = 0, \quad v_0 = P(E_g) = \gamma.$$

Применяя лемму 1, по схеме D с использованием элемента E_g построим такую схему $\Phi_1(D)$, реализующую функцию f , что

$$P(\Phi_1(D)) \leq \gamma + 3 \cdot 5,2\gamma \cdot \gamma + 3(5,2\gamma)^2 \leq \gamma + 97\gamma^2 < 2\gamma.$$

Схема $\Phi_1(D) = A$ — искомая.

1.2. Пусть функция $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ конгруэнтна функции

$$\varphi_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_3 \oplus a_4(x_1 \oplus x_2) \oplus a_0.$$

Отождествим переменные x_1 и x_2 , и получим функцию

$$\varphi_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus x_3 \oplus a_0.$$

Реализуя формулу $\varphi_2(\varphi_2(x_1, x_2, x_3), \varphi_2(x_1, x_2, x_3), x_3)$, построим схему S_g из двух элементов, реализующую некоторую функцию g из множества G :

$$\begin{aligned} g(x_1, x_2, x_3) &= \varphi_2(\varphi_2(x_1, x_2, x_3), \varphi_2(x_1, x_2, x_3), x_3) \\ &= x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus a_4(x_1 \oplus x_2). \end{aligned}$$

Тогда, в силу леммы 1, $v_0, v_1, P(S_g) \leq 2\gamma$.

Используем лемму 1: возьмем схему D , и с помощью схемы S_g построим схему $\Phi(D)$, реализующую функцию f , такую, что

$$P(\Phi(D)) \leq 2\gamma + 3 \cdot 5,2\gamma \cdot 2\gamma + 3(5,2\gamma)^2 \leq 2\gamma + 113\gamma^2.$$

Воспользуемся леммой 1 еще раз: по схеме $\Phi(D)$ с использованием схемы S_g построим такую схему $\Phi^2(D)$, реализующую функцию f , что

$$P(\Phi^2(D)) \leq 2\gamma + 3(2\gamma + 113\gamma^2)2\gamma + 3(2\gamma + 113\gamma^2)^2 \leq 2\gamma + 27\gamma^2$$

при всех $\gamma \in (0, 1/960]$. Схема $\Phi^2(D) = A$ — искомая.

2. Пусть

$$\psi(x_1, x_2) = x_1x_2 \oplus a_1x_1 \oplus a_2x_2 \oplus a_0,$$

то есть функция $\psi(x_1, x_2)$ конгруэнтна одной из функций $\bar{x}_1\bar{x}_2, \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2, x_1x_2, x_1 \vee x_2, \bar{x}_1x_2, \bar{x}_1 \vee x_2$.

Если базис B содержит хотя бы одну из функций $\bar{x}_1\bar{x}_2, \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$, по теореме 3 утверждение верно. Поэтому будем рассматривать только случаи, когда $\psi(x_1, x_2)$ конгруэнтна одной из функций $x_1x_2, x_1 \vee x_2, \bar{x}_1x_2, \bar{x}_1 \vee x_2$.

По условию базис B полный, поэтому он содержит функции $f_0(x_1, \dots, x_k) \notin T_0$ и $f_1(x_1, \dots, x_m) \notin T_1$, из которых, по лемме 3, отождествлением переменных можно получить либо $\bar{x} \in \{f_0(x, \dots, x), f_1(x, \dots, x)\}$, либо $f_0(x, \dots, x) \equiv 1, f_1(x, \dots, x) \equiv 0$.

2.1. Пусть $\bar{x} \in \{f_0(x, \dots, x), f_1(x, \dots, x)\}$. Тогда имеем 4 полных базиса $\{x_1 x_2, \bar{x}_1\}$, $\{x_1 \vee x_2, \bar{x}_1\}$, $\{\bar{x}_1 x_2, \bar{x}_1\}$, $\{\bar{x}_1 \vee x_2, \bar{x}_1\}$; для каждого из них по теореме 3 утверждение верно.

2.2. Пусть

$$f_0(x, \dots, x) \equiv 1, \quad f_1(x, \dots, x) \equiv 0.$$

В полных базисах $\{\bar{x}_1 x_2, 1\}$, $\{\bar{x}_2 \vee x_2, 0\}$ по теореме 3 утверждение верно. Поэтому далее будем считать, что нелинейная функция $\psi(x_1, x_2)$ равна $x_1 x_2$ или $x_1 \vee x_2$.

Базис B полный, поэтому в нем содержится немонотонная функция f_M . Если функция f_M зависит не более, чем от двух переменных, то она конгруэнтна одной из функций множества

$$M_2 = M_0 \cup M_1 \cup \{\bar{x}_1\}.$$

Добавим к каждому из множеств $\{x_1 x_2, 0, 1\}$, $\{x_1 \vee x_2, 0, 1\}$ произвольную немонотонную функцию из M_2 и получим полный базис из двухвходовых элементов, к которому применима теорема 3. Следовательно, утверждение теоремы 1 верно.

Пусть функция f_M зависит не менее, чем от трех переменных. Тогда, по лемме 5, из функции f_M подстановкой переменных можно получить такую немонотонную функцию $\varphi(x_1, x_2, x_3)$, что $\varphi(x_1, 0, 1) = \bar{x}_1$. По лемме 6, или $\varphi(x_1, x_2, x_3) \in M_2$, или функция $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ такова, что $\varphi(x_1, 0, x_3) \in M_1 \cup \{\bar{x}_1\}$. В первом случае утверждение теоремы 1 верно (см. рассуждения выше).

Пусть функция $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ такова, что $\varphi(x_1, 0, x_3) \in M_1 \cup \{\bar{x}_1\}$. Используя два функциональных элемента, один из которых реализует функцию $\varphi(x_1, x_2, x_3)$, а второй — константу 0, и моделируя формулу $\varphi(x_1, 0, x_3)$, построим схему из двух элементов, которая реализует одну из функций множества $M_1 \cup \{\bar{x}_1\}$ и функционирует с теми же вероятностями ошибок на соответствующих наборах, что и один функциональный элемент, подверженный с вероятностью γ неисправности типа 0 на выходе (поскольку элемент, реализующий константу 0, функционирует абсолютно надежно). Снова применим теорему 3, согласно которой утверждение верно.

Теорема 1 доказана.

Из теоремы 1 следует, что а произвольном полном конечном базисе при неисправностях типа 0 на выходах элементов любую булеву функцию можно реализовать схемой, ненадежность которой при всех $\gamma \in (0, 1/960]$ не больше $3\gamma + 27\gamma^2$.

Известно (см. [2]), что в общем случае константу 3 в оценке ненадежности понизить нельзя. Например, в базисах $\{x_1 x_2, \bar{x}_1\}$, $\{\bar{x}_1 x_2, 1\}$ для почти всех функций асимптотически оптимальные по надежности схемы функционируют с ненадежностью, асимптотически равной 3γ при $n \rightarrow \infty$. Кроме того, в базисе $\{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2\}$ для почти всех функций асимптотически оптимальные по надежности схемы функционируют с ненадежностью, асимптотически равной 2γ , а в базисе $\{\bar{x}_1 \bar{x}_2\}$ для почти всех функций асимптотически оптимальные по надежности схемы функционируют с ненадежностью, асимптотически равной γ при $\gamma \rightarrow 0$.

Поскольку ненадежности двойственных схем равны (см. [4]), теорема 1 верна в произвольном полном конечном базисе при неисправностях типа 1 на выходах базисных элементов.

Список литературы

1. Аксенов С. И., О надежности схем над произвольной полной системой функций при инверсных неисправностях на выходах элементов. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Естественные науки* (2005) **21**, №6, 42–55.
2. Алехина М. А., *Синтез асимптотически оптимальных по надежности схем*. Информ.-издат. центр ПГУ, Пенза, 2006.
3. Алехина М. А., О надежности схем в базисах, содержащих медиану. В сб.: *Труды VIII международной конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем»*. МАКС, Москва, 2009, с. 13–17.
4. Алехина М. А., Пичугина П. Г., О надежности двойственных схем в полном конечном базисе. В сб.: *Материалы XVIII Международной школы-семинара «Синтез и сложность управляющих систем»*. Мех.-мат. ф-т МГУ, Москва, 2009, с. 10–13.
5. Редькин Н. П., О полных проверяющих тестах. *Математические вопросы кибернетики* (1989) **2**, 198–222.
6. Яблонский С. В., *Введение в дискретную математику*. Высшая школа, Москва, 2001.

Статья поступила 30.03.2011.