Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. К. Шукин, В. В. Гушан, Лупы порядка шесть, *Дискрет. матем.*, 2002, том 14, выпуск 2, 134–160

DOI: <https://doi.org/10.4213/dm247>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.147.182.235

26 апреля 2023 г., 14:44:04

Лупы порядка шесть

© 2002 г. К. К. Щукин, В. В. Гушан

Определены группы автоморфизмов, классы антиизоморфизма и образующие групп внутренних подстановок луп порядка шесть.

Авторы посвящают эту работу памяти В. Д. Белоусова (1925–1988).

1. Введение

Данная работа является алгебраическим продолжением статьи [6], которая прокомментирована Денешом и Кидвеллом (см. [4], гл. 4, §3) следующим образом: “Шёнхард показал, что существует 2 класса изотопии для латинских квадратов порядка 5 и 22 класса изотопии для латинских квадратов порядка 6. Он показал, что имеется 6 классов изоморфизма для приведенных 5×5 квадратов и 109 классов изоморфизма для приведенных 6×6 квадратов, а общее число приведенных квадратов порядков 5 и 6 равно, соответственно, 56 и 9408. Все эти результаты правильны.” Наша независимая компьютерная проверка подтверждает эти данные.

Каждому приведенному латинскому $n \times n$ квадрату, определенному на множестве $Q = \{1, 2, \dots, n\}$ соответствует точно одна лупа $(Q, \cdot)$ с операцией умножения, определяемой таблицей с входными строкой и столбцом вида $1, 2, \dots, n$. Такая лупа называется канонической лупой или $c(n)$ -лупой. Мы исследуем только приведенные $n \times n$ квадраты для $c(n)$ -луп при $n = 5, 6$. Наша нумерация классов изоморфизма $c(n)$ -луп отличается от нумерации в [4]. Кроме того, для определения классов изоморфизма $c(n)$ -луп использованы их левые представления в отличие от правых представлений в [1]. Алгоритм, используемый для вычислений, мы не выписываем. Он основан на доказанных ниже теоремах. Другие используемые нами факты о квазигруппах содержатся в монографии В. Д. Белоусова [2] и в [5].

Авторы благодарят Юрия Рогозина за полезные дискуссии и поддержку.

2. Вычисления

Для лупы $(Q, \cdot)$ и элемента $a \in Q$ определены две подстановки

$$L_a: x \rightarrow ax \quad R_a: x \rightarrow xa,$$

называемые левой и правой трансляцией соответственно. Положим

$$Q_L = \{L_a \mid a \in Q\},$$

$$Q_R = \{R_a \mid a \in Q\}.$$

Группа, порожденная этими двумя множествами, называется группой трансляций лупы $(Q, \cdot)$ и обозначается $M(Q, \cdot)$ или просто $M(Q)$. Группу всех автоморфизмов и множество всех антиавтоморфизмов лупы $(Q, \cdot)$ обозначим соответственно через $\text{Aut } Q$ и $\text{AAut } Q$.

Следующая теорема является естественным обобщением теорем 9 и 10 из [1].

Теорема 1. Пусть φ — биекция лупы $(Q, \cdot)$ на лупу $(Q, \circ)$ такая, что

$$\varphi M(Q, \cdot) \varphi^{-1} = M(Q, \circ).$$

Тогда φ — изоморфизм (антиизоморфизм) в том и только том случае, когда φ отображает единицу $(Q, \cdot)$ в единицу $(Q, \circ)$ и $\varphi Q_L \varphi^{-1} = Q_{L^\circ}$ (соответственно, $\varphi Q_R \varphi^{-1} = Q_{R^\circ}$), где Q_{L° и Q_{R° — множества всех левых и правых трансляций на $(Q, \circ)$.

В случае $(Q, \cdot) = (Q, \circ)$ получаем теорему Алберта об автоморфизмах и антиавтоморфизмах $(Q, \cdot)$.

Пусть $(Q, \cdot)$ — лупа порядка n , определенная на множестве $Q = \{1, 2, \dots, n\}$.

Определение 1. Лупа $(Q, \cdot)$ называется канонической или $c(n)$ -лупой, если ее таблица умножения может быть представлена в виде

$\cdot$	1	2	...	n
1	1	2	...	n
2	2	*	...	*
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	...	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	...	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	...	$\cdot$
n	n	*	...	*

Это определение эквивалентно следующему определению.

Определение 2. Лупа $(Q, \cdot)$ называется канонической тогда и только тогда, когда

$$L_i(1) = i = R_i(1), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

С использованием теоремы 1 легко доказывается следующее утверждение.

Теорема 2. Каждая лупа, определенная на множестве

$$Q = \{1, 2, \dots, n\},$$

изоморфна некоторой $c(n)$ -лупе.

2.1. Классификация классов изоморфизма по отношению к классам изотопии

Все лупы порядка пять и шесть могут быть распределены в 24 класса изотопии. В каждом классе мы найдем число канонических луп и число классов изоморфизма. Лупы порядка пять можно разбить на два класса изотопии, обозначаемых ниже I и II. Первый класс содержит 50 канонических луп и 5 классов изоморфизма. Второй класс содержит 6 канонических луп и только один класс изоморфизма. Полученные результаты для луп порядка шесть представлены в табл. 1, в которой первая строка содержит названия классов изотопии, вторая — число канонических луп в этом классе, третья — число классов изоморфизма.

Таблица 1. Лупы порядка шесть

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
60	180	120	1080	20	540	360	36	360	1080	540	360
1	2	3	10	1	5	4	2	4	12	7	4

XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII
36	540	1080	1080	120	1080	120	540	36	40
2	7	10	9	3	10	3	7	2	1

Заметим, что все лупы порядка пять из класса I и все лупы порядка шесть из классов I и V изоморфны циклическим группам Z_5 , Z_6 и симметрической группе подстановок S_3 , соответственно. Класс XXII представлен некоммутативной и неассоциативной лупой, имеющей номер 38 в списке Алберта (см. [1]) классов луп порядка шесть с подлупами порядка три.

Возникает вопрос: не является ли класс XXII частью некоторого неизвестного класса изотопии луп, совпадающего с его классом изоморфизма?

2.2. Автоморфизмы групп

Ниже все группы автоморфизмов луп задаются левыми представлениями и используются следующие обозначения:

Z_n — циклическая группа порядка n ,

$K_4 \cong Z_2 \times Z_2$ — группа Клейна,

S_n — симметрическая группа подстановок степени n ,

A_n — знакопеременная группа порядка n ,

$Z_5 \rtimes Z_4 \cong \langle x, y \mid x^5 = 1, x^4 = 1 = x^3 \rangle$ — полупрямое произведение Z_5 и Z_4 . Это метациклическая группа порядка 20. Все ее собственные подгруппы являются циклическими.

Символы $I_k, \Pi_k, \dots, k = 1, 2, \dots$, используются всюду ниже для перечисления классов изоморфизма в классах изотопии I, II, ...

Замечание 1. Индикатором коммутативности лупы в наших вычислениях является равенство $\text{AAut } Q = \text{Aut } Q$. Так, из каталогов мы имеем единственный коммутативный класс II (циклические группы) порядка пять и следующие группы порядка шесть: I (циклические группы), Π_1 , XIII_1 , XIV_1 , XIV_2 , XV_1 (единственный с $\{\varepsilon\} = \text{AAut } Q = \text{Aut } Q$), XV_3 и XIX_1 .

Таблица 2.

Типы групп	порядок пять	число классов	порядок шесть	число классов
единичная группа $\{e\}$	I_5	1	$II_2 IV_{1,3,5-10} VI_{1-4} VII_{2,4} IX_{2,3} X_{2,3,7-12} XI_{5,6,7} XII_{2,3} XIV_{3,6,7} XV_{1,2,4,6-10} XVI_{1-9} XVIII_{1,2,5-10} XX_{2,6,7}$	61
Z_2			$I_1 II_1 III_2 IV_{2,4} VI_5 VII_{1,3} IX_{1,4} XI_{1,3} XII_{1,4} XIV_{1,4} XV_{3,5} XVII_2 XVIII_{3,4} XIX_1 XX_{1,4}$	24
Z_3	$I_{1,2,4}$	3	$III_3 XVII_3 XIX_3 XXII_1$	4
Z_4	II_1		$VIII_2 XI_{2,4} XIII_2 XIV_{2,5} XX_{3,5} XXI_2$	9
K_4			$X_{1,4,5,6}$	4
S_3			$III_1 V_1 XVII_1 XIX_2$	4
A_4	I_3	1		
$Z_5 \times Z_4$			$VIII_1 XIII_1 XXI_1$	3

2.3. Группы внутренних подстановок

Пусть $(Q, \cdot)$ — лупа и e — ее единица. Группа $I(Q) = I(Q, \cdot)$ внутренних подстановок лупы $(Q, \cdot)$ определяется следующим образом:

$$I(Q) = \{\varphi \in S(Q) \mid \varphi(e) = e\},$$

где $S(Q)$ — симметрическая группа подстановок множества Q . Группа $I(Q)$ порождается подстановками

$$S_{a,b} = L_{ab}^{-1} L_a L_b, \quad T_{a,b} = R_{ab}^{-1} R_b R_a, \quad Z_a = L_a^{-1} R_a.$$

Используя эти факты, мы создали алгоритм вычисления множества $\langle I(Q) \rangle$ всех таких порождающих подстановок. В большинстве случаев $\text{Card}\langle I(Q) \rangle$ — довольно большое число (иногда большее 50, см. X_1 и т. д.). Довольно обычными являются ситуации, когда $\varphi, \psi, \theta \in \langle I(Q) \rangle$, $\psi = \varphi^2$, $\theta = \varphi^{-1}$ и т. п. Заметим, что множества $\langle I(Q) \rangle$ несут определенную информацию о строении групп $I(Q)$ и $M(Q)$. Кроме классов изоморфизма групп существует также одна лупа порядка шесть для которой $I(Q)$ легко определяется. Так, $I(Q)$ изоморфна K_4 в $II_{1,2}$ и S_3 в классах XIX_2 и $XXII$. В случае XIX_2 справедливо также соотношение $I(Q) = \text{Aut } Q \cong S_3$, то есть все лупы класса XIX_2 являются A -лупами (лупа называется A -лупой, если только $I(Q) \subseteq \text{Aut } Q$). Вообще, XIX_2 — единственный класс изоморфизма A -луп среди луп порядка пять и шесть. Дадим следующее определение.

Определение 3. Лупа $(Q, \cdot)$ называется полной, если ее центр есть e и $I(Q) = \text{Aut } Q$.

В связи с описанной выше ситуацией возникает вопрос: существуют ли неассоциативные полные лупы $(Q, \cdot)$ порядка $n \geq 6$ с условием $I(Q) = \text{Aut } Q$?

Таблица 3.

№ в списке Алберта	17	18	19	20	21	
Класс изоморфизма	I_2	I_5	I_4	I_3	I_1	Π
$\varphi\varphi L_a\varphi^{-1} = L_{\varphi(a)}^\circ$	(24)	ε	(23)	(23)	ε	ε
$M(Q) \cong$	Симметрическая группа S_5					Z_5
$I(Q) \cong$	Симметрическая группа S_4					$\{\varepsilon\}$
$\text{Aut } Q \cong$	Z_3	$\{\varepsilon\}$	Z_3	A_4	Z_3	Z_4
$\text{Card}(\text{AAut } Q)$	0	1	3	12	0	0
$\text{Card}\{a \in Q \mid a^2 = 1\}$	1	0	1	4	0	0

2.4. Группы, ассоциированные с лупами

Мы не пытались определять группы, ассоциированные со всеми $c(6)$ -лупами, представляющими классы изоморфизма. Иногда они легко определяются их образующими элементами. Каждый случай требует специального анализа и своей техники (см. ниже).

2.5. Список Алберта $c(n)$ -луп

Все шесть классов изоморфизма луп порядка пять описаны Албертом в [1]. Для $Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ группа $M(Q)$ примитивна. Все их нетрудно определить также по табл. 1 из [7]. Для $Q \cong Z_5$ все включения $M(Q) \supset I(Q) \supset \text{Aut } Q$ собственные. Все лупы порядка пять просты. Для луп из Π и I_5 группы $M(Q)$ не имеют собственных подгрупп. Кроме того, в [1] отмечено, что классы I_1 и I_2 антиизоморфны.

Список представлений всех двенадцати классов изоморфизма луп порядка шесть с подлупами порядка три дан в [1]. Используя этот список, мы делим все неассоциативные $c(6)$ -лупы, соответствующие этим лупам, на две части. Первая часть содержит $c(6)$ -лупы с номерами 29, ..., 35, вторая — $c(6)$ -лупы с номерами 36, 37, 38. Будем говорить, что лупы из первой части имеют тип один, из второй — тип два. Все эти лупы имеют нормальную подлупу $H = \{1, 2, 3\}$. Стабилизатор подлупы H в $M(Q)$, то есть

$$\text{st } H = \{\varphi \in (M)Q \mid \varphi(H) = H\}$$

является нормальным делителем $M(Q)$, так что $M(Q/H) \cong M(Q)/\text{st } H$. Таким образом, $\text{Card } H = (\text{st } H : I(Q))$ и, следовательно, по теореме Лагранжа

$$\text{Card } M(Q) = (\text{st } H : I(Q))(M(Q) : \text{st } H).$$

Мы применим эти факты к вычислению $M(Q)$.

Рассмотрим тип один. Пусть $(Q, \cdot)$ — $c(6)$ -лупа с номером 29. Она коммутативна и, как легко проверить, $I(Q) \cong Z_2 \times S_3 \cong D_6$ — группа диэдра. Таким образом $\text{Card st } H = 3 \text{ Card } I(Q) = 36$ и $\text{Card } M(Q) = 2 \text{ Card st } H = 72$. Но $L_3L_4 = (1, 6)(2, 4)(3, 5) \notin \text{st } H$, $(1, 2)(4, 5) \in \text{st } H$ и $(1, 2)(4, 5)L_3L_4 = L_3L_4(4, 6)$. Следовательно, $M(Q) = \text{st } H \lambda(L_3L_4)$. Очевидно, что $\text{st } H$, и следовательно, $M(Q)$ могут быть найдены в явном виде. Все лупы типа один имеют одну и ту же ассоциированную группу.

Рассмотрим тип два. Пусть $(Q, \circ)$ — лупа с номером 38. Это $c(6)$ -лупа $(Q, \circ)$, которая представляет класс XXII. Нетрудно видеть, что $I(Q) \cong S_3$. Подобно предыдущему случаю

Таблица 4.

№ в списке Алберта			30	31
Класс изоморфизма	I	V	III ₂	XVII ₂
$\varphi: \varphi L_a \varphi^{-1} = L_{\varphi(a)}^\circ$			(25)(34)	(25)
$M(Q) \cong$	Z_6	$S_3 \times S_9$	Группа типа один	
$I(Q) \cong$	$\{\varepsilon\}$	S_3	Группа диэдра D_6	
$\text{Aut } Q \cong$	Z_2	S_3	Z_2	Z_2
$\text{Card}(\text{AAut } G)$	0	6	0	0

32	33	34	35	29	36	37	38
XVII ₁	XVII ₃	III ₁	III ₃	XIX ₁	XIX ₂	XIX ₃	XXII
ε	ε	(25)	ε	(2564)	(24)(36)	(56)	(56)
Группа типа один				Группа типа два			
Группа диэдра D_6				S_3	S_3	S_3	S_3
Z_3	Z_3	S_3	Z_3	Z_2	S_3	Z_3	Z_3
0	0	0	0	0	6	3	3

мы докажем, что $M(Q) = \text{st } H \lambda \langle L_4^3 \rangle$, где $L_4^3 = (1, 6)(2, 4)(3, 5)$. Для всех луп типа два $\text{Card st } H = 18$ и $\text{Card } M(Q) = 36$. Кроме того, $\text{st } H$ изоморфна группе

$$\langle x, y, z \mid x^2 = y^2 = z^2 = (xy)^3 = (xz)^3 = (xyz)^2 = 1 \rangle$$

из табл. 1 в [3]. Этот изоморфизм задается отображением

$$x \rightarrow (1, 2)(4, 5), \quad y \rightarrow (2, 3)(4, 6), \quad z \rightarrow (2, 3)(5, 6).$$

Полученные результаты представлены в табл. 4.

Рассмотрим ряд контрпримеров. По табл. 4 луны с номерами 29, 36 и 37 из списка Алберта содержатся в классах изоморфизма XIX₁, XIX₂ и XIX₃ соответственно. Эти три класса составляют класс изотопии XIX. Следовательно, утверждение Алберта ([1], стр. 419), что “каждая лупа, изотопная лупе 36, изоморфна лупам 36, или 37” неточно. Должно быть: “каждая лупа, изотопная лупе 36, изоморфна одной из луп 29, 36, 37”. По той же самой причине формулировка другого утверждения Алберта (на той же странице в [1]) “лупа изотопна коммутативной лупе $(Q, \cdot)$ порядка шесть с подлупой порядка три, тогда и только тогда, когда она изоморфна $(Q, \cdot)$ ” является, очевидно, неправильной.

3. Классификационные каталоги для луп порядка пять и шесть

В этой части мы представляем таблицы, содержащие наши результаты. Первый столбец каждой таблицы содержит номер соответствующего класса изоморфизма, второй — номера канонических луп (CL) в этом классе. Строка с Q_L содержит все левые представления канонических луп этого класса. Автоморфизмы канонической лупы $(Q, \cdot)$ перечислены в строке с $\text{Aut } Q$, антиавтоморфизмы — в строке с $\text{AAut } Q$. Строка с $\langle I(Q) \rangle$ содержит все образующие элементы группы $I(Q)$.

Порядок пять

№	CL	Класс изотопии I	
1	8	Q_L	$\varepsilon, (12)(345), (13524), (14325), (15423)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (345), (354)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (34), (345), (354), (35), (23)(45), (234), (2345), (2354), (2453), (245), (24)(35), (2435), (2543), (253), (2534), (25)(34)$
2	8	Q_L	$\varepsilon, (12)(345), (135)(24), (143)(25), (154)(23)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (345), (354)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (34), (345), (354), (35), (23)(45), (234), (2345), (2354), (2453), (245), (24)(35), (2435), (2543), (253), (2534), (25)(34)$
3	2	Q_L	$\varepsilon, (12)(345), (13)(254), (14)(235), (15)(243)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (345), (354), (23)(45), (234), (235), (243), (245), (24)(35), (253), (254), (25)(34)\} \cong A_4$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (34), (35), (23), (2345), (2354), (2453), (24), (2435), (2543), (25), (2534)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (34), (345), (354), (35), (23), (234), (235), (243), (24), (245), (253), (254), (25)$
4	8	Q_L	$\varepsilon, (12)(345), (13254), (14235), (15243)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (345), (354)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (34), (35)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (34), (345), (354), (35), (23), (234), (2345), (2354), (235), (243), (2453), (24), (245), (2435), (2543), (253), (254), (25), (2534)$
5	24	Q_L	$\varepsilon, (123)(45), (13524), (14325), (15342)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(24)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (34), (345), (354), (35), (23), (234), (2354), (235), (243), (2453), (24), (245), (24)(35), (2435), (253), (254), (25), (2534)$

№	CL	Класс изотопии II	
1	6	Q_L	$\varepsilon, (12345), (13524), (14253), (15432)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (2354), (2453), (25)(34)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q$
		$I(Q)$	$\{\varepsilon\}$

Порядок шесть

№	CL	Класс изотопии I	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135)(246), (145236), (153)(264), (163254)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q$
		$I(Q)$	$\{\varepsilon\}$

№	CL	Класс изотопии II	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135)(246), (145236), (154263), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q$
		$I(Q)$	$\{(56), (34)\} \cong K_4$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135)(246), (145236), (153264), (163)(254)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$(35)(46)$
		$I(Q)$	$\{\varepsilon, (56), (34), (34)(56)\} \cong K_4$

№	CL	Класс изотопии III	
1	20	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135)(246), (14)(25)(36), (153)(264), (16)(23)(45)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46), (246), (24)(35), (264), (26)(35)\} \cong S_3$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(46), (35)(46), (24), (246), (24)(35), (264), (26), (26)(35)$
2	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135246), (145)(263), (154)(236), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (36)(45), (23)(45), (236), (263), (26)(45)$
3	40	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132)(465), (142536), (152634), (162435)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (456), (465)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (23)(56), (23)(45), (23)(46)$

№	CL	Класс изотопии IV	
1	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135)(246), (142536), (154)(263), (164523)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (46), (34), (34)(56), (3456), (346), (35)(46), (3654), (364), (36), (234), (234)(56), (2345), (23456), (235), (23546), (2463), (245), (2465), (2435), (245)(36), (25643), (2563), (254), (2564), (256), (25)(46), (256)(34), (25)(346), (25346), (2654), (264), (26), (26534), (26)(34), (26)(35)$
2	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135)(246), (145263), (154236), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (345), (3456), (354), (35), (3654), (36)(45), (23)(45), (23)(465), (2346), (2356), (2365), (236), (2456), (246), (2436), (24536), (2543), (253), (2563), (25463), (2643), (2653), (263), (26)(45), (2634), (26)(345)$

№	CL	Класс изотопии IV	
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135246), (14)(2536), (154263), (1645)(23)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (34)(56), (3456), (346), (35)(46), (3654), (23)(56), (234)(56), (23465), (2354), (235), (245), (2435), (24635), (2436), (245)(36), (2543), (25643), (254), (256), (25)(46), (2534), (256)(34), (2536), (26543), (2654), (264), (26534), (26)(354), (26)(35)$
4	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (135246), (1425)(36), (153264), (1623)(45)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (3465), (346), (3564), (35)(46), (364), (36), (234), (2346), (23564), (2356), (2463), (24), (246), (24)(35), (24)(365), (2436), (2564), (256), (2534), (25346), (2654), (264), (26), (2645), (26)(354), (26)(35)$
5	20	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135246), (143265), (154)(236), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\{\emptyset\}$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (46), (3456), (346), (35), (35)(46), (36)(45), (23)(45), (234), (2345), (2346), (235), (2356), (2364), (236), (243), (2463), (24), (24)(56), (24356), (24635), (245)(36), (2543), (254), (2564), (2546), (25)(364), (263), (26345), (26435), (2635)$
6	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (134652), (142536), (154)(263), (162435)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (3465), (3564), (35), (3546), (364), (3645), (23)(56), (23)(45), (2345), (235)(46), (243), (24), (2465), (246), (2543), (2564), (256), (25)(46), (2654), (264), (26), (2645)$
7	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132465), (142536), (152634), (162)(354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (465), (346), (354), (3546), (36), (3645), (23)(56), (23)(45), (2346), (2356), (2465), (24356), (24635), (24)(36), (245)(36), (254), (2564), (25), (2546), (254)(36), (25436), (25)(36), (2536), (2653), (263)(45), (264), (2645), (2634), (26345)$
8	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132465), (143526), (1542)(36), (162534)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (3465), (35), (3546), (364), (3645), (23), (23)(56), (23)(45), (2346), (2356), (235)(46), (2365), (243), (24), (246), (24536), (25643), (2563), (2564), (25), (25)(46), (2546), (25)(346), (25346), (25)(36), (2536), (264), (2645), (26345), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии IV	
9	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (135)(246), (142536), (152634), (165432)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (465), (345), (3456), (346), (354), (3564), (3546), (3654), (36), (234), (2346), (2356), (2364), (24), (245), (2435), (24635), (24)(36), (245)(36), (253), (2563), (254), (25), (25364), (254)(36), (25436), (25)(36), (2653), (264), (26)(45), (26345), (26)(35)$
10	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (1365)(24), (143526), (154632), (162534)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (3465), (346), (35), (364), (3645), (23), (23)(456), (23)(465), (2345), (235), (2356), (2365), (236), (243), (2453), (24), (2456), (24)(35), (2436), (24536), (2543), (25643), (2563), (25463), (256), (25)(46), (2546), (25634), (25)(34), (25346), (25)(36), (2643), (263), (26), (26435), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии V	
1	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(25)(46), (145)(263), (154)(236), (16)(24)(35)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45), (23)(45), (236), (263), (26)(45)\} \cong S_3$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (36), (23), (236)(45), (263)(45), (26)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(36)(45), (23)(45), (236), (263), (26)(45)$

№	CL	Класс изотопии VI	
1	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(25)(46), (145)(263), (154236), (1624)(35)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(45)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (46), (34), (34)(56), (3456), (35), (35)(46), (3546), (36)(45), (23)(45), (2346), (2653), (26)(45)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(25)(46), (145)(263), (153624), (16)(2354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(26)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (34), (34)(56), (35)(46), (3546), (3645), (2354), (236), (24)(35), (25), (25)(34), (263), (26)(45)$
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(25)(46), (145)(263), (1536)(24), (162354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (34), (34)(56), (3546), (3645), (36)(45), (2346), (2354), (24), (25)(46), (2546), (2653), (2645), (26)(45)$
4	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (145326), (152364), (1635)(24)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (34), (35)(46), (3546), (3645), (36)(45), (2345), (2364), (24), (24)(56), (2563), (2546), (26)(45)$

№	CL	Класс изотопии VI	
5	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1325)(46), (145263), (154236), (1624)(35)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (36)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (46), (34), (3456), (35), (3546), (3654), (3645), (36)(45), (23)(45), (236), (263), (26)(45)$

№	CL	Класс изотопии VII	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(25)(46), (145326), (15)(24)(36), (162354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (25)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (34), (34)(56), (354), (356), (36), (3645), (2346), (235), (243), (24), (24)(36), (253), (2546), (263), (26), (2645), (26)(45)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (145)(263), (1536)(24), (164)(235)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (465), (34), (34)(56), (346), (36), (3645), (23)(46), (2354), (243)(56), (24), (24)(56), (2465), (25)(46), (2546), (2653), (2645), (26)(45), (26)(34), (26)(345)$
3	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1325)(46), (1426)(35), (154)(236), (163)(245)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (46), (34)(56), (3456), (35), (35)(46), (3654), (36), (36)(45), (234), (2365), (236)(45), (243), (2456), (245)(36), (2563), (25)(346), (25)(36), (2654), (26)(45), (26)(354)$
4	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (1325)(46), (143)(265), (154236), (1624)(35)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(46), (34), (34)(56), (3456), (35), (35)(46), (364), (3645), (36)(45), (23456), (236), (243), (24), (24)(56), (2543), (25)(34), (263), (2654), (26)(45), (26354)$

№	CL	Класс изотопии VIII	
1	6	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(25)(46), (14)(26)(35), (15)(24)(36), (16)(23)(45)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56), (3546), (3645), (23)(45), (2346), (23564), (2365), (24653), (2456), (2435), (24)(36), (2563), (25)(46), (2534), (25436), (2643), (2654), (26345), (26)(35)\} \cong Z_5 \rtimes Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (3654), (364), (365), (3645), (23)(45), (234), (2345), (2346), (2354), (235), (2356), (2364), (236), (243), (2453), (2463), (245), (2465), (246), (2435), (24)(36), (2436), (2543), (253), (2563), (254), (2564), (256), (25)(46), (2546), (2536), (2653), (263), (2654), (264), (265), (2645), (2634), (2635), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии VIII	
2	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (136)(254), (145)(263), (153)(246), (164)(235)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56), (3546), (3645)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (3654), (364), (365), (3645), (23)(56), (23)(46), (234), (23456), (23546), (2364), (23645), (243), (2453), (24)(56), (24)(35), (24635), (24365), (24536), (25643), (25463), (256), (25)(34), (25364), (25)(36), (2536), (26453), (265), (2645), (26)(45), (26534), (26)(34), (26354)$

№	CL	Класс изотопии IX	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (145326), (15)(2364), (163524)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (34), (3546), (36), (3645), (36)(45), (234), (235), (2364), (236), (24), (24)(56), (253), (254), (256), (2546), (26), (26)(34)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (145326), (1524)(36), (164235)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (465), (34), (34)(56), (3465), (35)(46), (3546), (3645), (36)(45), (23)(46), (234)(56), (2345), (24), (24)(56), (246), (24)(36), (245)(36), (2563), (2546), (26)$
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1325)(46), (145263), (1536)(24), (162354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (34), (34)(56), (35), (35)(46), (3546), (3654), (365), (3645), (36)(45), (2354), (23546), (236), (24)(35), (253), (25), (25)(46), (263), (2645), (26)(45), (26345)$
4	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (132546), (1453)(26), (152364), (1635)(24)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (34), (34)(56), (35)(46), (3546), (36), (3645), (36)(45), (235), (2364), (236)(45), (24)(356), (24)(36), (253), (2546), (254)(36), (26)(45), (26)(345)$

№	CL	Класс изотопии X	
1	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (14)(2635), (15)(2364), (16)(2453)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56), (35)(46), (36)(45)\} \cong K_4$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (3465), (3564), (36)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (3465), (3564), (36), (36)(45), (23)(56), (23)(45), (23)(456), (23)(465), (23)(46), (23465), (23564), (236), (24653), (24)(56), (245), (24)(35), (24)(356), (24356), (24)(365), (24)(36), (25643), (254), (25)(46), (25)(34), (25)(346), (25346), (25)(364), (25)(36), (263), (26)(45), (26534), (26)(34), (26)(345), (26435), (26)(354), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии X	
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (1426)(35), (1524)(36), (1645)(23)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (465), (46), (34), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (35), (3654), (36), (3645), (36)(45), (23)(56), (23)(46), (234), (2364), (2365), (236), (2463), (24)(56), (245), (246), (24635), (2563), (253)(46), (254), (25)(46), (25346), (25436), (263), (26), (26)(45), (265)(34), (26)(354)$
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (132546), (145263), (153624), (164235)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (465), (46), (34), (34)(56), (345), (3465), (346), (354), (3564), (35), (356), (35)(46), (364), (36), (3645), (23)(46), (2354), (2356), (23546), (2364), (243), (24), (245), (2465), (24)(356), (253)(46), (2546), (256)(34), (25)(364), (2653), (2654), (26), (2645), (26)(45), (265)(34)$
4	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (132546), (142635), (152364), (162453)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56), (35)(46), (36)(45)\} \cong \mathbb{K}_4$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (3465), (3564), (36)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (3465), (3564), (36), (36)(45), (23), (234), (234)(56), (235), (235)(46), (2364), (2365), (236), (243), (243)(56), (2453), (24), (245), (2456), (246), (246)(35), (2543), (253), (253)(46), (254), (25), (256), (2546), (256)(34), (263), (264), (265), (26), (2634), (265)(34), (264)(35), (2635)$
5	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1364)(25), (1453)(26), (1546)(23), (1635)(24)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56), (35)(46), (36)(45)\} \cong \mathbb{K}_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (3465), (3564), (36), (36)(45), (23), (23)(56), (23)(465), (23564), (235), (235)(46), (2365), (236), (236)(45), (24653), (24), (24)(56), (245), (2456), (246), (24)(356), (246)(35), (45)(36), (2543), (253), (253)(46), (254), (25), (25)(34), (25346), (254)(36), (25)(364), (263), (263)(45), (264), (26), (2634), (26)(34), (26)(345), (264)(35), (26435)$
6	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (136425), (145326), (154623), (163524)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (34)(56), (35)(46), (36)(45)\} \cong \mathbb{K}_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (3465), (3564), (36), (36)(45), (23), (23)(456), (23)(46), (234), (234)(56), (23465), (2364), (236), (236)(45), (243), (243)(56), (2453), (24), (245), (24)(35), (24356), (24)(365), (245)(36), (25643), (254), (25), (256), (25)(46), (2546), (256)(34), (25)(346), (254)(36), (263), (263)(45), (265), (26), (26534), (265)(34), (26)(354), (2635), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии X	
7	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (13)(2465), (1426)(35), (154)(236), (164325)$
		Aut Q	$\{\varepsilon\}$
		AAut Q	(56)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (46), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (35)(46), (36)(45), (23), (23)(56), (23456), (23465), (235)(46), (2364), (236)(45), (2453), (24), (2543), (253), (254), (25), (256), (25)(46), (256)(34), (25)(364), (25)(36), (2536), (2643), (263), (264), (265), (26), (26)(45), (265)(34), (26)(354), (2635), (26)(35)$
8	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132465), (1426)(35), (154)(236), (1643)(25)$
		Aut Q	$\{\varepsilon\}$
		AAut Q	(56)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (46), (34)(56), (3564), (35)(46), (3654), (36)(45), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (234), (2345), (23456), (23465), (2346), (2356), (235)(46), (2365), (236)(45), (243), (2453), (24563), (24653), (2463), (24), (253)(46), (25), (256), (25346), (254)(36), (25)(36), (263)(45), (265), (26), (26345), (264)(35), (26)(35)$
9	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135)(246), (14)(2653), (154236), (1643)(25)$
		Aut Q	$\{\varepsilon\}$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (465), (34), (34)(56), (345), (35), (35)(46), (365), (36), (36)(45), (23), (23)(56), (234), (23465), (2354), (2364), (2365), (243), (2453), (24)(35), (246)(35), (24)(36), (253), (2563), (254), (25), (256), (25346), (25)(364), (25)(36), (2536), (2653), (26453), (265), (26), (265)(34), (2635)$
10	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (1325)(46), (143526), (154)(236), (1653)(24)$
		Aut Q	$\{\varepsilon\}$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (46), (34), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (35), (356), (35)(46), (365), (36), (23)(56), (2345), (23456), (2346), (2365), (243)(56), (2456), (246)(35), (24)(365), (2543), (253), (254), (2564), (25), (25)(346), (2654), (26), (2645), (26)(45), (264)(35)$
11	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (1365)(24), (1462)(35), (154326), (1634)(25)$
		Aut Q	$\{\varepsilon\}$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (46), (34), (3465), (346), (354), (35)(46), (364), (36), (3645), (23), (23)(56), (23)(45), (23)(456), (23)(46), (234), (234)(56), (2365), (236), (23645), (24)(56), (2456), (246), (24)(35), (24356), (246)(35), (2543), (25643), (2563), (253)(46), (2546), (25)(34), (25)(346), (25436), (26543), (263), (26453), (263)(45), (26), (2645), (26)(45), (26)(354)$

№	CL	Класс изотопии X	
		Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (1365)(24), (1462)(35), (1526)(34), (163254)$
12	120	Aut Q	$\{\varepsilon\}$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(46), (34), (35)(46), (3546), (364), (36), (3645), (23), (23)(56), (23)(456), (23)(46), (234), (234)(56), (2356), (236), (236)(45), (24)(56), (246), (24)(35), (246)(35), (2543), (25643), (253), (2563), (253)(46), (25463), (25), (25)(46), (2534), (25)(34), (25)(364), (26453), (265), (26), (2645), (26)(45), (26534), (265)(34), (26345), (26435)$

№	CL	Класс изотопии XI	
		Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (14)(2635), (1536)(24), (1645)(23)$
1	60	Aut Q	$\{\varepsilon, (34)(56)\} \cong Z_2$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (34), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (3654), (364), (365), (3645), (23), (23)(56), (23)(465), (23)(46), (2354), (23654), (236), (23645), (24563), (2463), (24), (24)(56), (245), (24)(35), (24)(356), (24536), (2543), (254), (25)(46), (2546), (25)(34), (254)(36), (25)(364), (25)(36), (263), (263)(45), (26)(45), (2634), (26)(34), (26)(345), (2635), (26)(35)$
2	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1325)(46), (1426)(35), (1524)(36), (1623)(45)$
		Aut Q	$\{\varepsilon, (34)(56), (3546), (3645)\} \cong Z_4$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (3654), (364), (365), (3645), (23)(56), (234), (2346), (2354), (235), (235)(46), (23546), (23654), (2364), (243), (2453), (24563), (2463), (24)(56), (246), (2435), (24635), (246)(35), (2563), (25463), (254), (256), (2546), (25)(34), (25346), (254)(36), (2536), (263), (263)(45), (2654), (265), (2645), (26)(34), (26354), (26435), (2635)$
	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (132546), (142635), (153624), (164523)$
		Aut Q	$\{\varepsilon, (34)(56)\} \cong Z_2$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (34), (34)(56), (345), (3456), (3465), (3564), (3546), (3654), (364), (365), (3645), (23), (2354), (235), (2364), (2365), (2453), (2463), (24), (2456), (246), (2563), (254), (2546), (25)(34), (25)(36), (2536), (263), (2654), (2645), (26)(45), (26)(34), (2635)$
	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (136254), (145263), (153246), (164235)$
		Aut Q	$\{\varepsilon, (34)(56), (3546), (3645)\} \cong Z_4$
		AAut Q	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (3654), (364), (365), (3645), (23), (23)(45), (234), (2345), (2346), (2354), (2356), (2364), (236), (243), (2453), (2463), (24), (245), (2465), (2435), (24)(36), (2436), (2543), (253), (2563), (2564), (25), (256), (25)(46), (2546), (2536), (2653), (2654), (264), (265), (26), (2645), (2634), (2635), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XI	
5	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135)(246), (143)(265), (154236), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (46), (345), (3456), (346), (35)(46), (364), (36)(45), (23)(45), (23)(465), (23)(46), (2345), (2354), (23564), (2356), (2364), (2365), (236), (243), (24), (2456), (24)(35), (24635), (24)(36), (2436), (245)(36), (2563), (254), (2564), (2546), (25346), (25)(364), (2643), (2653), (263), (263)(45), (26), (26)(345), (26354), (26435), (2635)$
		Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (135)(246), (142)(365), (154326), (1634)(25)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
6	120	$\langle I(Q) \rangle$	$(345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (3654), (364), (36), (3645), (36)(45), (23)(45), (23)(46), (234)(56), (23456), (2354), (23564), (2356), (23654), (2364), (2365), (236), (243), (2463), (24), (2456), (24536), (2543), (256), (2534), (25634), (25364), (25436), (25)(36), (2536), (26453), (26), (26)(45), (26)(34), (26354), (26435), (26)(354), (2635), (26)(35)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (346), (354), (35), (35)(46), (364), (36), (3645), (36)(45), (23)(46), (234), (2346), (2354), (235), (2356), (23654), (2364), (236), (243), (24)(56), (24)(356), (2436), (245)(36), (2543), (253), (2563), (253)(46), (254), (25), (256), (25634), (25)(34), (25)(364), (25)(36), (26), (2645), (26)(34), (26354), (26)(354), (2635)$
7	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (135)(246), (142)(365), (1526)(34), (163254)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (346), (354), (35), (35)(46), (364), (36), (3645), (36)(45), (23)(46), (234), (2346), (2354), (235), (2356), (23654), (2364), (236), (243), (24)(56), (24)(356), (2436), (245)(36), (2543), (253), (2563), (253)(46), (254), (25), (256), (25634), (25)(34), (25)(364), (25)(36), (26), (2645), (26)(34), (26354), (26)(354), (2635)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (346), (354), (35), (35)(46), (364), (36), (3645), (36)(45), (23)(46), (234), (2346), (2354), (235), (2356), (23654), (2364), (236), (243), (24)(56), (24)(356), (2436), (245)(36), (2543), (253), (2563), (253)(46), (254), (25), (256), (25634), (25)(34), (25)(364), (25)(36), (26), (2645), (26)(34), (26354), (26)(354), (2635)$

№	CL	Класс изотопии XII	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (142635), (152364), (16)(2453)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (36)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23), (234)(56), (235)(46), (236), (243), (2453), (24653), (24)(56), (245), (2456), (246), (24)(35), (24)(356), (24356), (24)(365), (24)(36), (2543), (25643), (253), (254), (256), (25)(46), (2546), (25)(34), (25)(346), (25346), (25)(364), (25)(36), (263), (26), (265)(34), (264)(35)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23), (234)(56), (235)(46), (236), (243), (2453), (24653), (24)(56), (245), (2456), (246), (24)(35), (24)(356), (24356), (24)(365), (24)(36), (2543), (25643), (253), (254), (256), (25)(46), (2546), (25)(34), (25)(346), (25346), (25)(364), (25)(36), (263), (26), (265)(34), (264)(35)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (13)(2546), (1426)(35), (152364), (163245)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(45)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (34), (345), (3456), (346), (354), (35), (356), (3546), (3654), (36), (3645), (36)(45), (23), (234), (235), (2364), (243)(56), (24)(56), (245), (2456), (24536), (2563), (253)(46), (254), (25)(46), (2546), (25436), (26)(34), (26)(345), (26)(354), (26)(35)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (34), (345), (3456), (346), (354), (35), (356), (3546), (3654), (36), (3645), (36)(45), (23), (234), (235), (2364), (243)(56), (24)(56), (245), (2456), (24536), (2563), (253)(46), (254), (25)(46), (2546), (25436), (26)(34), (26)(345), (26)(354), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XII	
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1325)(46), (1453)(26), (154236), (163524)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(45)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (345), (3456), (354), (3546), (3654), (364), (365), (36), (3645), (36)(45), (23)(45), (23654), (2364), (2365), (23645), (24), (246), (24)(35), (24)(356), (2563), (25), (256), (25)(34), (25)(346), (26)(45), (265)(34), (26)(34), (264)(35), (26)(35)$
4	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(34)(56), (1364)(25), (145326), (154623), (1635)(24)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (36)(45)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$(45), (36)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23), (23)(45), (234)(56), (235)(46), (243), (2453), (24653), (24)(56), (2456), (246), (24)(35), (24)(356), (24356), (24)(365), (24)(36), (2543), (25643), (253), (256), (25)(46), (2546), (25)(34), (25)(346), (25346), (25)(364), (25)(36), (26), (26)(45), (265)(34), (264)(35)$

№	CL	Класс изотопии XIII	
1	6	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (13)(2465), (14)(2536), (15)(2643), (16)(2354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654), (23)(56), (2346), (2354), (23645), (2453), (2465), (24356), (24)(36), (25463), (2564), (25)(34), (2536), (2643), (26)(45), (26534), (2635)\} \cong Z_5 \rtimes Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q \cong Z_5 \rtimes Z_4$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (24)(56), (24)(35), (24)(36), (25)(46), (25)(34), (25)(36), (26)(45), (26)(34), (26)(35)$
2	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (1354)(26), (1465)(23), (1536)(24), (1643)(25)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$(46), (34)(56), (35), (36)(45)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23)(46), (234), (23456), (23564), (235), (23546), (23654), (236), (243), (24563), (24653), (245), (246), (24)(35), (24635), (24365), (253), (254), (256), (25)(46), (25634), (25346), (25364), (25436), (26543), (263), (26453), (264), (265), (26345), (26435), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XIV	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (13)(2465), (14)(2536), (154326), (164235)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (23)(56)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q \cong Z_2$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (46), (34), (345), (346), (35)(46), (36)(45), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (24), (245), (246), (2435), (25)(46), (2536), (26)(45), (2634)$

№	CL	Класс изотопии XIV	
2	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132465), (142536), (152643), (162354)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q \cong Z_4$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23), (23)(46), (234), (2345), (236), (243), (24), (245), (2456), (24)(35), (2563), (254), (25), (256), (25)(46), (263), (265), (26), (2634), (26)(35)$
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132654), (146235), (1536)(24), (1643)(25)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(46)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (34)(56), (345), (35), (35)(46), (365), (36)(45), (23)(46), (2345), (2346), (23564), (235), (2356), (23546), (2364), (2365), (2453), (2463), (245), (2465), (24)(35), (24635), (246)(35), (24)(365), (253), (254), (256), (25)(46), (256)(34), (254)(36), (2643), (265), (2645), (26)(345), (264)(35), (26435), (26)(35)$
4	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (1354)(26), (146523), (1536)(24), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$(34)(56), (36)(45)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(3456), (35)(46), (3654), (23), (23)(456), (2345), (2346), (2356), (235)(46), (23546), (23654), (236)(45), (24563), (24), (2465), (2435), (24635), (246)(35), (24)(365), (2436), (245)(36), (2563), (253)(46), (2564), (25), (2534), (25)(346), (25364), (254)(36), (25436), (2643), (2653), (26453), (263)(45), (2654), (26), (26345), (264)(35), (26)(354)$
5	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135426), (146523), (153624), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$(46), (34)(56), (35), (36)(45)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34)(56), (35)(46), (36)(45), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (234)(56), (23465), (2346), (235), (2364), (23645), (236)(45), (243)(56), (2453), (24)(56), (246), (24)(35), (2435), (24356), (24)(36), (245)(36), (24536), (25643), (253), (25463), (2564), (25)(46), (2546), (25)(34), (256)(34), (254)(36), (25)(36), (2653), (263)(45), (264), (26)(45), (26534), (265)(34), (26)(34), (26354), (2635), (26)(35)$
6	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (135246), (1453)(26), (1542)(36), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (34)(56), (345), (346), (354), (3564), (35), (356), (364), (365), (3645), (23), (23)(56), (23)(45), (23)(465), (234), (23465), (2346), (236), (236)(45), (243), (243)(56), (2453), (24563), (24)(56), (2435), (24356), (24635), (24)(365), (2436), (253)(46), (25463), (2564), (256), (25)(34), (256)(34), (2653), (263), (26453), (265), (26), (2645), (26)(345), (26)(354)$

№	CL	Класс изотопии XIV	
7	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (132546), (145263), (153642), (162435)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (46), (346), (35), (356), (3546), (364), (365), (36), (36)(45), (23), (23)(45), (23)(456), (2346), (2354), (235), (2356), (235)(46), (23546), (23654), (236), (245), (24)(356), (24)(36), (2436), (253)(46), (254), (2564), (25), (256), (2546), (2534), (25)(34), (25364), (254)(36), (25)(364), (25)(36), (2536), (26543), (263), (263)(45), (265), (26), (26534), (26345), (26)(354)$

№	CL	Класс изотопии XV	
1	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132465), (142536), (1543)(26), (164)(235)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(34), (35)(46), (36)(45), (23)(46), (2345), (235), (2364), (2463), (246), (2435), (253), (2564), (256), (25)(46), (2536), (263), (26)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135)(246), (1436)(25), (153264), (165423)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$(35)(46)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (34), (34)(56), (3456), (35)(46), (3546), (3654), (3645), (234)(56), (23465), (2346), (2453), (246), (24)(35), (24)(356), (24)(365), (2436), (25643), (2564), (256)(34), (2654), (264), (26)(345), (26)(354), (2635), (26)(35)$
3	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135246), (143625), (153264), (165423)$
		$\text{Aut } Q$	$\text{Aut } Q \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$(35)(46)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (465), (34), (345), (356), (35)(46), (364), (234), (2453), (2465), (246), (24)(35), (256), (2643), (264), (2635), (26)(35)$
4	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (13)(2654), (146235), (152436), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(46)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (34)(56), (3456), (3465), (3564), (35)(46), (3546), (3654), (3645), (36)(45), (23)(46), (2345), (2354), (235), (2356), (2365), (24653), (2463), (24)(56), (2543), (253), (2563), (25)(46), (2643), (26453), (26)(45)$
5	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132654), (146235), (152436), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$(46), (35)$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (34), (345), (346), (354), (356), (35)(46), (364), (365), (36), (23)(46), (2346), (2354), (235), (2356), (2364), (24653), (24635), (253), (2564), (25)(46), (2546), (2534), (2536), (26453), (26435)$

№	CL	Класс изотопии XV	
6	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (134652), (1435)(26), (1536)(24), (163254)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(56)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (3456), (3465), (35), (3546), (36), (3645), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (234)(56), (2345), (2346), (2356), (235)(46), (2365), (236)(45), (243), (24), (24635), (24536), (2543), (253)(46), (254), (256)(34), (2643), (263)(45), (264), (265)(34)$
7	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (135246), (1425)(36), (1534)(26), (165432)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (345), (346), (354), (3654), (365), (36), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (2345), (23456), (2346), (2354), (2356), (243)(56), (245), (2456), (24635), (246)(35), (245)(36), (253), (2563), (25), (256)(34), (25)(364), (25)(36), (2536), (2653), (26453), (265), (26)(45), (2635), (26)(35)$
8	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (136524), (1426)(35), (154632), (1625)(34)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (346), (35), (364), (365), (3645), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (2345), (2346), (2356), (2365), (23645), (243)(56), (2456), (2465), (246), (2435), (24536), (253), (2563), (25463), (256), (25)(46), (2534), (25)(346), (25)(36), (26), (265)(34), (264)(35), (26)(354), (26)(35)$
9	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (135246), (145362), (154263), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (34), (34)(56), (345), (3456), (3465), (346), (354), (35)(46), (3546), (3654), (3645), (36)(45), (2354), (243), (243)(56), (2463), (245), (246), (24)(35), (2435), (24635), (24)(36), (24536), (253)(46), (254), (2564), (256)(34), (25)(346), (26543), (263)(45), (264), (265), (2635), (26)(35)$
10	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (136425), (143526), (154632), (162453)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (3465), (3564), (356), (3645), (36)(45), (23), (23)(56), (23)(465), (234), (2345), (23456), (235), (2364), (2365), (243), (243)(56), (245), (246), (24)(35), (24)(36), (24536), (253)(46), (254), (256), (2534), (25)(346), (25)(36), (2536), (2654), (264), (264)(35), (26354), (2635), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XVI	
1	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132465), (1426)(35), (152364), (162543)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(56)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (456), (465), (354), (35)(46), (364), (36)(45), (23)(56), (23)(45), (23)(46), (234), (2345), (2346), (23564), (235)(46), (23654), (236)(45), (243), (243)(56), (2453), (2463), (24)(56), (253)(46), (256), (25634), (25346), (25364), (25436), (2536), (263)(45), (265), (26534), (26345), (26354), (26435), (2635)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132465), (143526), (154)(236), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(56)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (345), (3456), (3465), (346), (3564), (356), (35)(46), (3654), (365), (36)(45), (23)(56), (2345), (2346), (2354), (23564), (235), (23654), (2364), (236), (243)(56), (24563), (24653), (245), (246), (2543), (253), (256), (2546), (254)(36), (25)(36), (2536), (263), (265), (2645), (264)(35), (2635), (26)(35)$
3	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135246), (142653), (154)(236), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (34), (345), (3465), (3564), (356), (35)(46), (36), (36)(45), (23), (234), (23564), (235), (235)(46), (2364), (2365), (236), (236)(45), (243), (2463), (245), (24)(35), (24)(36), (253), (25463), (254), (25), (256), (25)(46), (25)(346), (25436), (2536), (26543), (2653), (26453), (264), (265), (265)(34), (2635), (26)(35)$
4	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (136524), (1426)(35), (154623), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (34), (3456), (346), (35), (35)(46), (3654), (365), (36)(45), (23), (234), (2354), (235), (2356), (235)(46), (23654), (2365), (236), (236)(45), (243), (2453), (246), (24)(35), (24)(36), (25643), (2563), (25463), (254), (256), (256)(34), (25)(36), (2536), (263), (26453), (264), (265), (26), (26)(45), (26)(345), (26435), (2635)$
5	12	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (135246), (143265), (1542)(36), (162534)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (465), (46), (354), (356), (364), (365), (36), (3645), (36)(45), (234), (234)(56), (2345), (2453), (24), (24)(56), (246), (24356), (246)(35), (24536), (253), (2564), (2546), (25)(34), (256)(34), (254)(36), (25)(364), (25)(36), (2536), (2653), (263), (26453), (265), (26), (2645), (26)(45), (2634), (26)(34), (26)(345), (26)(354), (2635), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XVI	
6	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (136524), (1462)(35), (154326), (163425)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (346), (3564), (364), (36), (23), (23)(456), (2345), (23456), (2346), (235), (2364), (2365), (23645), (236)(45), (243), (2456), (246), (24)(356), (2435), (246)(35), (2436), (24536), (253)(46), (25463), (2564), (2534), (25)(34), (25346), (2653), (263), (26453), (263)(45), (2634), (26)(34), (26)(354), (26)(35)$
7	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (1365)(24), (146352), (154326), (162534)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (34), (3456), (346), (354), (35), (364), (365), (365), (36)(45), (23), (23)(56), (23)(45), (234)(56), (2354), (235), (2356), (236), (236)(45), (2453), (2463), (24)(56), (245), (2456), (24)(365), (24)(36), (253), (256), (2546), (2534), (25)(34), (25)(346), (254)(36), (25436), (26543), (2643), (26453), (263)(45), (2654), (264), (265), (26)(45), (26)(354)$
8	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (1365)(24), (143526), (153462), (163254)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	(25)
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (34)(56), (345), (3465), (354), (35), (35)(46), (364), (365), (36), (3645), (23), (23)(45), (23)(456), (23)(46), (234), (23465), (2346), (235), (236), (236)(45), (243), (2463), (2456), (24)(35), (2435), (24356), (24)(365), (2543), (253), (256), (25)(46), (25)(34), (25346), (26543), (2654), (264), (265), (26)(34), (264)(35)$
9	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (135462), (145263), (1536)(24), (164325)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(465), (345), (354), (35), (3654), (23), (23)(465), (2345), (23465), (2346), (2354), (2356), (235)(46), (23546), (236), (243), (245), (2465), (2435), (24635), (24)(365), (2436), (245)(36), (253), (2563), (253)(46), (25463), (254), (2534), (25)(34), (25)(364), (25)(36), (26453), (263)(45), (2654), (2634), (26)(34), (26345)$

№	CL	Класс изотопии XVII	
1	20	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135)(246), (14)(2365), (153)(264), (16)(2543)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46), (246), (24)(35), (264), (26)(35)\} \cong S_3$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(46), (35)(46), (24), (246), (24)(35), (264), (26), (26)(35)$
2	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (1365)(24), (146)(235), (1543)(26), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(46), (35)(46), (23)(46), (235), (253), (25)(46)$

№	CL	Класс изотопии XVII	
3	40	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132)(465), (1425)(36), (1526)(34), (1624)(35)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (456), (465)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (23)(56), (23)(45), (23)(46)$

№	CL	Класс изотопии XVIII	
1	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135)(246), (14)(2365), (154326), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (34)(56), (3456), (35)(46), (3654), (364), (23)(56), (234)(56), (23465), (2354), (235), (245), (24635), (2436), (245)(36), (2543), (25643), (254), (25)(46), (2534), (256)(34), (2536), (26543), (2654), (264), (265), (26534), (26)(354), (26)(35)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135246), (142365), (1543)(26), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (46), (34), (34)(56), (3456), (346), (35)(46), (3654), (364), (36), (234), (234)(56), (2345), (23456), (235), (23546), (2463), (245), (2465), (245)(36), (25643), (2563), (254), (2564), (25)(46), (2534), (256)(34), (25)(346), (25346), (2654), (264), (265), (26), (26534), (26)(34), (26)(35)$
3	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135246), (142365), (153264), (162543)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (3465), (346), (3564), (35)(46), (364), (36), (234), (2346), (23564), (2356), (2463), (24), (246), (24)(35), (24)(365), (2436), (2564), (256), (2534), (25346), (2654), (264), (26), (2645), (26)(354), (26)(35)$
4	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (136524), (146235), (154326), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(56), (45), (456), (465), (46), (34), (3465), (346), (3564), (35)(46), (364), (36), (23)(456), (23)(46), (2345), (235), (2356), (2365), (245), (2465), (2435), (24635), (2543), (253), (2563), (25)(46), (2534), (25)(346), (2643), (2653), (263), (26453)$
5	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (1365)(24), (143526), (154623), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (46), (345), (3465), (35)(46), (36), (36)(45), (23)(46), (234), (2345), (2346), (2354), (235), (2365), (236), (243), (2453), (24), (24)(56), (246), (246)(35), (24365), (24536), (253), (25346), (25436), (2536), (2643), (2654), (2645), (26)(354)$

№	CL	Класс изотопии XVIII	
6	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (134652), (1425)(36), (154326), (1624)(35)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$I(Q)$	$(56), (45), (456), (465), (46), (3465), (3564), (35), (3546), (364), (3645), (23)(56), (23)(45), (2345), (235)(46), (243), (24), (2465), (246), (2543), (2564), (256), (25)(46), (2654), (264), (26), (2645)$
7	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132465), (1436)(25), (1534)(26), (163542)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$I(Q)$	$(56), (456), (465), (3456), (346), (354), (3546), (3654), (36), (3645), (23)(56), (23)(46), (2356), (235)(46), (2453), (2435), (24635), (254), (25), (2546), (25)(34), (25)(346), (25364), (25)(364), (25)(36), (2536), (2653), (264), (2645), (26534), (26345)$
8	120	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132465), (1426)(35), (154362), (1634)(25)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$I(Q)$	$(456), (465), (34), (346), (3564), (35), (35)(46), (3546), (364), (3645), (23), (23)(56), (23)(45), (234), (23564), (2356), (2463), (2465), (24635), (246)(35), (24536), (2563), (253)(46), (25), (2546), (25)(36), (2653), (264), (2645), (26345), (2635), (26)(35)$
9	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (135246), (143625), (154263), (164532)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$I(Q)$	$(56), (46), (34), (34)(56), (345), (3465), (3546), (3645), (36)(45), (23), (23)(56), (234), (234)(56), (23456), (235), (2356), (236), (243), (243)(56), (245), (2465), (246), (24)(36), (24365), (2543), (254), (2564), (256), (2546), (25634), (26543), (2654), (264), (2635)$
10	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (136425), (146352), (154326), (162453)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$I(Q)$	$(56), (34), (34)(56), (3456), (346), (356), (35)(46), (3546), (364), (36), (3645), (23), (23)(56), (2345), (23456), (2346), (2354), (23564), (235), (2365), (236), (2453), (24653), (2463), (245), (246), (24)(35), (24635), (245)(36), (254), (2564), (254)(36), (2536), (263), (2654), (264), (26354), (26435), (2635), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XIX	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135)(246), (1436)(25), (153)(264), (1654)(23)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$= \text{Aut } Q \cong Z_2$
		$I(Q)$	$\{\varepsilon, (35)(46), (246), (24)(35), (264), (26)(35)\} \cong S_3$
2	20	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (13)(2654), (146)(235), (15)(2436), (164)(253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46), (23)(46), (235), (253), (25)(46)\} \cong S_3$
		$\text{AAut } Q$	$(46), (35), (23), (235)(46), (253)(46), (25)$
		$I(Q)$	$= \text{Aut } Q \cong S_3$

№	CL	Класс изотопии XIX	
3	40	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132)(465), (1426)(35), (1524)(36), (1625)(34)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (456), (465)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$(56), (45), (46)$
		$I(Q)$	$\{\varepsilon, (456), (465), (23)(56), (23)(45), (23)(46)\} \cong S_3$

№	CL	Класс изотопии XX	
1	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (135246), (14)(2653), (15)(2364), (162543)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (25)(36)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (34)(56), (3465), (356), (35)(46), (36), (36)(45), (23)(465), (23)(46), (234), (23456), (23564), (235), (235)(46), (23654), (2365), (236), (243)(56), (2453), (24563), (24), (2465), (24)(35), (24)(365), (24)(36), (2543), (253), (2563), (25), (256), (25)(46), (25)(34), (256)(34), (25)(36), (2536), (2643), (2653), (263)(45), (2654), (265), (26)(45), (26)(34), (2635)$
2	120	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (136524), (1435)(26), (1546)(23), (164253)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (456), (46), (345), (3465), (346), (354), (35)(46), (36)(45), (23)(45), (23)(456), (23)(46), (2346), (2354), (235), (2356), (23654), (2364), (2365), (243), (24), (2465), (246), (24)(35), (2435), (246)(35), (24)(36), (24536), (2543), (253), (2563), (253)(46), (25), (25)(346), (25364), (25436), (2536), (2653), (2654), (2645), (26345), (26)(354)$
3	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132546), (142653), (152364), (162435)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (35)(46), (3546), (364), (365), (3645), (23)(46), (234), (234)(56), (2345), (23456), (235), (2364), (2365), (23645), (24563), (245), (2456), (246), (24)(35), (2435), (24356), (2436), (245)(36), (2543), (253), (2563), (25463), (256), (25)(46), (2546), (25634), (256)(34), (2653), (263), (263)(45), (2654), (264), (26534), (2634), (26345), (26)(35)$
4	60	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (132546), (1435)(26), (152364), (1653)(24)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (35)(46)\} \cong Z_2$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(465), (46), (3456), (3465), (354), (3564), (35), (35)(46), (3546), (3654), (364), (365), (3645), (23), (234), (2345), (2364), (2365), (236), (2463), (245), (2456), (24)(35), (24)(36), (2436), (2543), (2563), (254), (25), (256), (2546), (263), (2654), (2645), (26)(45), (2634), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XX	
5	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (136425), (143526), (154623), (165324)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (35)(46), (3546), (364), (365), (3645), (23), (23)(45), (2345), (2346), (2354), (235), (2356), (2365), (236), (243), (2453), (2463), (24), (24)(56), (2456), (2465), (246), (2436), (2543), (253), (2563), (254), (2564), (25), (2534), (25)(36), (2536), (2643), (2654), (264), (265), (26), (2645), (2634), (26)(34), (2635)$
6	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (1352)(46), (1425)(36), (154326), (162453)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (46), (346), (35)(46), (3645), (23)(46), (23465), (2346), (235), (235)(46), (23546), (23654), (2364), (2365), (2453), (24653), (24)(56), (245), (2456), (24)(35), (2435), (2543), (253), (2563), (256), (25)(46), (25364), (254)(36), (25436), (2536), (26543), (2643), (2653), (26453), (2654), (264), (26), (2634), (26)(34), (26354), (26435), (2635), (26)(35)$
7	120	Q_L	$\varepsilon, (1234)(56), (135462), (142536), (152643), (163245)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon\}$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(45), (346), (354), (35), (35)(46), (36), (3645), (36)(45), (23)(46), (234), (2346), (2354), (235), (2356), (23654), (2364), (236), (243), (24)(56), (245), (24)(356), (2436), (245)(36), (2543), (253), (2563), (253)(46), (25), (256), (25634), (25)(34), (25)(364), (25)(36), (26), (2645), (26)(34), (26354), (26)(354), (2635)$

№	CL	Класс изотопии XXI	
1	6	Q_L	$\varepsilon, (1364)(25), (1435)(26), (1546)(23), (1653)(24)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654), (23)(45), (23465), (2356), (2364), (2463), (24)(56), (2435), (24536), (25643), (2546), (2534), (25)(36), (2653), (2645), (26)(34), (26354)\} \cong Z_5 \rtimes Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$\langle I(Q) \rangle$	$(456), (465), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (35)(46), (3546), (364), (365), (3645), (23)(45), (234), (2345), (2346), (2354), (235), (2364), (2365), (236), (243), (2453), (24)(56), (245), (2456), (2465), (246), (2435), (2436), (2543), (253), (2563), (254), (2564), (256), (2546), (25)(36), (2536), (2643), (2653), (263), (2654), (264), (265), (2634), (26)(34), (2635)$

№	CL	Класс изотопии XXI	
2	30	Q_L	$\varepsilon, (12)(3456), (13)(2546), (14)(2653), (15)(2364), (16)(2435)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (3456), (35)(46), (3654)\} \cong Z_4$
		$\text{AAut } Q$	$\emptyset$
		$I(Q)$	$(456), (465), (345), (3456), (3465), (346), (354), (3564), (356), (35)(46), (3546), (364), (365), (3645), (23)(56), (23)(46), (23456), (235), (23546), (23654), (2365), (24563), (24653), (246), (24)(35), (24)(36), (24365), (2436), (2543), (253), (25)(46), (25634), (25)(34), (25364), (25436), (26543), (2654), (264), (26)(45), (26345), (26435), (26)(35)$

№	CL	Класс изотопии XXII	
1	40	Q_L	$\varepsilon, (123)(456), (132)(465), (142635), (152436), (162534)$
		$\text{Aut } Q$	$\{\varepsilon, (456), (465)\} \cong Z_3$
		$\text{AAut } Q$	$(56), (45), (46)$
		$I(Q)$	$\{\varepsilon, (456), (465), (23)(56), (23)(45), (23)(46)\} \cong S_3$

Список литературы

1. Albert A. A., Quasigroups II. *Trans. Amer. Math. Soc.* (1994) **55**, 401–419.
2. Белоусов В. Д., *Основы теории квазигрупп и луп*. Наука, Москва, 1967.
3. Coxeter H.S.M., Mozer W.O.J., *Generators and relations for discrete groups*. Springer, Berlin, 1972.
4. Dénes J., Keedwell A. D., *Latin squares and their applications*. Acad. Kiadó, Budapest, 1974.
5. Сафонова Л. В., Шукин К. К., Вычисление автоморфизмов и антиавтоморфизмов квазигрупп. *Buletinul AS Rep. Moldova, Ser. Matematica* (1990) **3(3)**, 49–55.
6. Schönhard E., Über Lateinische Quadrate und Unionen. *J. Reine Angew. Math.* (1930) **163**, 183–229.
7. Sims C. C., Computational methods in the study of permutation groups. In: *Comput. Probl. Abstract Algebra, Proc. Conf.* Pergamon, Oxford, 1967, pp. 169–183.

Статья поступила 12.10.2000.

«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА», 2002, ТОМ 14, ВЫПУСК 2

Заведующая редакцией Л. М. Барыкина

Сдано в набор 13.05.2002.	Подписано к печати 24.05.2002.	Формат 70 × 100/16.
Печать офсетная.	Усл. печ. л. 13,0.	Усл. кр.-отт. 3,2 тыс.
Тираж 255 экз.		Уч.-изд. л. 12,4. Бум. л. 5,0. Заказ №6126.

Свидетельство о регистрации №1868 от 28.01.1991 г. в Госкомпечати СМ СССР.

Учредители: Академия наук СССР, Отделение математики

Адрес издательства: 117997 г. Москва, Профсоюзная ул., д. 90.
Адрес редакции: 117966 г. Москва ГСП-1, ул. Губкина, д. 8, комн. 622. Тел. 938 3700.
Отпечатано в ППП “Типография “Наука”
121099 г. Москва Г-99, Шубинский пер., д. 6.