Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Грушо, О существовании скрытых каналов, *Дискрет. матем.*, 1999, том 11, выпуск 1, 24–28

DOI: <https://doi.org/10.4213/dm363>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.12

26 апреля 2023 г., 14:00:59

УДК 519.7

О существовании скрытых каналов

© 1999 г. А. А. Грушо

Устанавливаются условия, при которых существует канал связи между двумя субъектами, скрытый от контролирующего субъекта.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 97-01-00162.

В работе рассматривается следующая задача. Имеются две пары пользователей или субъектов компьютерной системы, (U_1, U_2) и (U'_1, U'_2) , которые используют один канал связи (без помех) для передачи информации. Для простоты полагаем, что передача информации допускается только в одном направлении, от U_1 к U_2 или от U'_1 к U'_2 , в этих случаях мы пишем $U_1 \mapsto U_2$ или $U'_1 \mapsto U'_2$. Вторая пара пытается организовать передачу своей информации по каналу $U'_1 \mapsto U'_2$ так, чтобы внешне она не отличалась от передачи по каналу $U_1 \mapsto U_2$ (построить скрытый канал [1]). Для того чтобы формализовать задачу, введем некоторый контролирующий субъект U , который наблюдает за передачей, но не знает, какая пара субъектов, (U_1, U_2) , или (U'_1, U'_2) , ее ведет. Предполагается, что объем передаваемой информации велик, так что U реально может лишь наблюдать за выходом некоторого автомата A , который перехватывает всю передачу, обрабатывает ее и результат выдает субъекту U в виде некоторого сообщения y . Предполагается, что субъекты (U_1, U_2) и (U'_1, U'_2) знают схему контроля и автомат A и могут использовать эти данные для организации скрытого от U канала $U'_1 \mapsto U'_2$. Возможность существования скрытого канала $U'_1 \mapsto U'_2$ будем исследовать в рамках вероятностной модели так же, как раньше исследовался вопрос о возможности скрытого управления Троянским конем в компьютерной системе [2].

Пусть X — множество сообщений, которые могут передаваться от U_1 к U_2 и $\mathbf{P}_X(x)$ — распределение вероятностей на X , при помощи которого мы моделируем канал $U_1 \mapsto U_2$. Автомат A , обрабатывающий перехватываемые сообщения для контролирующего субъекта U , описывается набором (X, S, Y, d, l) , где X — множество входных сообщений, совпадающее с множеством возможных сообщений канала $U_1 \mapsto U_2$, $S = \{1, 2, \dots, m\}$ — множество внутренних состояний автомата A , $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$ — множество сообщений, доступных субъекту U , $d: X \times S \rightarrow S$ — функция переходов, функция $l: X \times S \rightarrow Y$ определяет выходное сообщение y из Y на основе обработки автоматом A входного сообщения x , если в момент поступления сообщения x автомат находился в состоянии $s \in S$. Таким образом, наблюдая канал $U_1 \mapsto U_2$ в состоянии s автомата A , субъект U может получить сообщение y из множества Y , выбранное в соответствии с вероятностной мерой

$$Q_s(y) = \mathbf{P}_X\{x: l(x, s) = y\}.$$

Для описания канала $U'_1 \mapsto U'_2$ рассмотрим множество Z возможных сообщений от U'_1 к U'_2 . Выбор сообщения z из Z определяется некоторой вероятностной мерой $\mathbf{P}_Z(z)$. Для сообщения z выбирается некоторое сообщение x из X и передается по каналу. На приемном конце по x восстанавливается z . Полагается, что на приемном конце в соответствии с некоторой неизвестной для U договоренностью однозначно определяется, работает канал $U_1 \mapsto U_2$ или $U'_1 \mapsto U'_2$.

Рассмотрим следующий способ выбора сообщения x по z . Принимающая и передающая стороны имеют функцию

$$g: Z \times \Theta \rightarrow X,$$

где Θ — некоторое конечное множество. Однозначность восстановления сообщения z определяется условием, что для любых $z \in Z$ и $\theta \in \Theta$

$$g^{-1}(g(z, \theta)) = z. \quad (1)$$

Выбор θ при заданном z определяется условным распределением $\mathbf{P}_\Theta(\theta | z)$. Тогда распределение $\mathbf{P}(z, \theta)$ на $Z \times \Theta$ и функция $g(z, \theta)$ определяют вероятностную меру $\mathbf{P}'_X(x)$ на X . Меры $\mathbf{P}_X$ и $\mathbf{P}'_X$, вообще говоря, различны. Функции $l(x, s)$, $s = 1, \dots, m$, индуцируют на множестве Y меры $Q'_s(y)$. Только в случае различия Q и Q' наблюдатель U может различить каналы $U_1 \mapsto U_2$ и $U'_1 \mapsto U'_2$.

Определение 1. Субъект U не видит в состоянии $s \in S$ автомата A канал $U'_1 \mapsto U'_2$ тогда и только тогда, когда для любого распределения $\mathbf{P}_Z(z)$ и для любого $y \in Y$

$$Q'_s(y) = Q_s(y).$$

В этом случае мы будем также говорить, что канал $U'_1 \mapsto U'_2$ невидим для U в состоянии $s \in S$ автомата A .

Определение 2. Субъект U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в слабом смысле (канал невидим для U в слабом смысле), если субъект U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в каждом состоянии $s \in S$ автомата A .

Определим отображение $l: X \rightarrow Y^m$, полагая

$$l(x) = (l(x, 1), \dots, l(x, m)), \quad x \in X.$$

Распределения $\mathbf{P}_X$ и $\mathbf{P}'_X$ на X с помощью функции $l(x)$ индуцируют меры $Q(\bar{y})$ и $Q'(\bar{y})$ на Y^m .

Определение 3. Субъект U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в сильном смысле (канал невидим для U в сильном смысле), если при любом распределении $\mathbf{P}_Z(z)$

$$Q(\bar{y}) = Q'(\bar{y})$$

для любого $\bar{y} \in Y^m$.

Лемма 1. Если U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в сильном смысле, то U не видит этот канал в слабом смысле.

Доказательство. В самом деле, для всех $s \in S$ и всех $y \in Y$

$$Q_s(y) = \sum Q(\bar{y}),$$

где суммирование ведется по всем $\bar{y} \in Y^m$, у которых s -я координата равна y . Тогда из равенства $Q(\bar{y}) = Q'(\bar{y})$ следует, что для любого $y \in Y$ и любого $s \in S$ справедливо равенство $Q_s(y) = Q'_s(y)$. Лемма доказана.

Легко получить условия, при которых существует канал $U'_1 \mapsto U'_2$, невидимый для U в сильном смысле.

Теорема 1. Если для любого $\bar{y} \in Y^m$ такого, что $Q(\bar{y}) > 0$, выполняется условие

$$|l^{-1}(\bar{y})| \geq |Z|,$$

то существует канал $U'_1 \mapsto U'_2$, невидимый для U в сильном смысле.

Доказательство. В качестве Θ возьмем Y^m и для каждого $\bar{y} \in Y^m$ такого, что $Q(\bar{y}) > 0$, определим произвольное инъективное вложение $x = g(z, \bar{y})$ множества Z в $l^{-1}(\bar{y}) \subseteq X$. Это можно сделать, так как для любого $\bar{y} \in Y^m$ при условии, что $Q(\bar{y}) > 0$, справедливо неравенство $|l^{-1}(\bar{y})| \geq |Z|$.

В силу того, что при различных y прообразы $l^{-1}(\bar{y})$ не пересекаются, выполняется требование (1), то есть по x однозначно восстанавливается $\bar{y}$ такое, что x принадлежит $l^{-1}(\bar{y})$. Поэтому в силу инъективности $g(z, \bar{y}) = x$ при данном $\bar{y}$, по данному x однозначно восстанавливается z .

Для любого $z \in Z$ при $Q(\bar{y}) > 0$ определим

$$P_\Theta(\bar{y} | z) = Q(\bar{y}).$$

Докажем, что U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в сильном смысле. Для произвольного распределения $P_Z(z)$ и для каждого $x \in X$

$$P'_X(x) = \begin{cases} P_Z(z)Q(\bar{y}), & \text{если } x \in l^{-1}(\bar{y}), \quad x = g(z, \bar{y}), \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

Тогда для любого $\bar{y} \in Y^m$

$$Q'(\bar{y}) = \sum_{x \in l^{-1}(\bar{y})} P'_X(x) = Q(\bar{y}).$$

Теорема доказана.

Следствие 1. Пусть $A(y, s) = l^{-1}(y, s)$ для любых $y \in Y$ и любых $s \in S$ и

$$A(y_{i_1}, \dots, y_{i_m}) = \bigcap_{s=1}^m A(y_{i_s}, s),$$

тогда, если $Q(y_{i_1}, \dots, y_{i_m}) > 0$ и

$$|A(y_{i_1}, \dots, y_{i_m})| \geq |Z|,$$

то существует канал $U'_1 \mapsto U'_2$, невидимый для U в слабом смысле.

Утверждение следствия вытекает из теоремы 1 и леммы 1.

Если U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в сильном смысле, то этот канал устроен так, как описано в доказательстве теоремы 1.

Теорема 2. Пусть $(\Theta, g(z, \theta), \mathbf{P}_\Theta(\theta | z))$ определяют организацию канала $U'_1 \mapsto U'_2$, который U не видит в сильном смысле и $g(z, \theta)$ удовлетворяет условию (1).

Тогда

$$\sum_{\theta} \mathbf{P}_\Theta(\theta | z) = Q(\bar{y}),$$

где сумма берется по всем θ , удовлетворяющим условиям

$$g(z, \theta) = x, \quad l(x) = \bar{y},$$

это означает, что в качестве параметра θ мы можем выбрать $\bar{y} \in Y^m$.

Доказательство. При всех распределениях $\mathbf{P}_Z(z)$ справедливо равенство $Q'(y) = Q(y)$, поэтому

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_X(l^{-1}(\bar{y})) &= \mathbf{P}'_X(l^{-1}(\bar{y})) \\ &= \sum_{x \in l^{-1}(\bar{y})} \sum_{\theta \in \Theta} I(x = g(z, \theta)) \mathbf{P}_Z(z) \mathbf{P}_\Theta(\theta | z), \end{aligned} \quad (3)$$

где $I(A)$ — индикатор события A и для всех x в силу (1) может существовать не более одного z такого, что $x = g(z, \theta)$. Отсюда следует, что при вырожденных распределениях, сосредоточенных на $z_1 \neq z_2$ из Z

$$\begin{aligned} Q(\bar{y}) &= \sum_{x \in l^{-1}(\bar{y})} \sum_{\theta \in \Theta} I(x = g(z_1, \theta)) \mathbf{P}_\Theta(\theta | z_1), \\ &= \sum_{x \in l^{-1}(\bar{y})} \sum_{\theta \in \Theta} I(x = g(z_2, \theta)) \mathbf{P}_\Theta(\theta | z_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Из (1) и (4) получаем, что для всех $x \in l^{-1}(\bar{y})$

$$\sum_{\theta \in \Theta} \mathbf{P}_\Theta(\theta | z) = \begin{cases} Q(\bar{y}), & \text{если существуют } z \in Z, \theta \in \Theta \text{ такие, что } x = g(z, \theta), \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (5)$$

Пусть $\theta_1 \sim \theta_2$ тогда и только тогда, когда существуют $z_1, z_2 \in Z$ такие, что

$$x_1 = g(z_1, \theta_1), \quad x_2 = g(z_2, \theta_2),$$

и $x_1, x_2 \in l^{-1}(\bar{y})$ при некотором $\bar{y} \in Y^m$. Тогда это отношение эквивалентности разбивает все множество Θ на классы, которые можно пронумеровать элементами $\bar{y} \in Y^m$ при $Q(\bar{y}) > 0$. Теорема доказана.

Таким образом, если U не видит канал $U'_1 \mapsto U'_2$ в сильном смысле, то можно считать, что этот канал построен способом, описанным в доказательстве теоремы 1.

Список литературы

1. Schneier B. *Applied Cryptography. Protocols, Algorithms, and Source Code in C*. Wiley, New York, 1998.
2. Грушо А. А. Скрытые каналы и безопасность информации в компьютерных системах. *Дискретная математика* (1998) **10**, №1, 3–9.

Статья поступила 11.01.1999.