Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Досиев, Теорема о представлении локальных операторных пространств, *Функци. анализ и его прил.*, 2007, том 41, выпуск 4, 73–78

DOI: <https://doi.org/10.4213/faa2881>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.237.59.107

26 апреля 2023 г., 17:23:51

УДК 517.98

Теорема о представлении локальных операторных пространств

© 2007. А. Досиев

Известная теорема о представлении операторных пространств [3, теорема 2.3.5] утверждает, что каждое абстрактное операторное пространство V может быть реализовано как подпространство пространства $\mathcal{B}(H)$ всех ограниченных линейных операторов в гильбертовом пространстве H . Под реализацией понимается матричная изометрия $\Phi: V \rightarrow \mathcal{B}(H)$ пространства V на подпространство $\Phi(V) \subseteq \mathcal{B}(H)$. Этот результат играет центральную роль в теории операторных пространств и позволяет дать абстрактную характеристику любого линейного пространства ограниченных линейных операторов в гильбертовом пространстве. С физически мотивированной точки зрения операторные пространства можно представлять себе как квантованные нормированные пространства, в которых функции заменяются на операторы (при этом классические нормированные пространства рассматриваются как абстрактные функциональные пространства). Другая мотивировка подсказывается свойством доминирования, отмеченным в задаче о некоммутативном функциональном исчислении [1, разд. 4], которое подтверждает, что (совместные) спектральные свойства элементов операторной алгебры, возможно, выражаются в терминах матриц над исходной алгеброй. Реализация этого предложения привела бы к разумной совместно-спектральной теории в операторной алгебре. Чтобы подвести более солидное обоснование под квантовую физику и некоммутативную теорию функций, необходимо рассматривать операторные аналоги локально выпуклых пространств, т. е. квантования таковых. А именно, можно рассматривать линейные пространства неограниченных операторов в гильбертовых пространствах или, более общим образом, проективные пределы операторных пространств. В последние годы эта теория развивалась Эффросом и Уэбстером [4] под названием «локальные операторные пространства». Центральным и весьма тонким результатом их исследований является операторная версия классической биполярной теоремы [4, предложение 4.1].

Цель настоящей заметки состоит в том, чтобы дать внутреннее описание локальных операторных пространств, подобное упомянутой выше характеристике операторных пространств. Мы показываем, что любое локальное операторное пространство может быть реализовано как подпространство неограниченных операторов в гильбертовом пространстве. При этом если в заданном локальном операторном пространстве имеется ограниченная локально выпуклая топология, то оно может быть реализовано ограниченными операторами в гильбертовом пространстве. Этот результат обобщает теорему Руана о представлении операторных пространств. Чтобы восстановить естественные связи между локальными операторными пространствами и унитарными мультинормированными C^* -алгебрами, как это было в нормированном случае, мы вводим локальные операторные системы, мотивированные теоремой о представлении локальных операторных пространств. Известный класс унитарных мультинормированных C^* -алгебр, называемых Op^* -алгебрами [7], [6, п. 3.2.3], представляет

собой яркий пример локальных операторных систем. Центральную роль для таких систем играет понятие локальной положительности. В терминах локальной положительности мы доказываем для этих систем теорему Арвесаона–Хана–Банаха–Уэбстера, в которой вместо $\mathcal{B}(H)$ фигурирует максимальная операторная C^* -алгебра Фреше.

Далее мы предлагаем локально выпуклую версию теоремы Стайнспринга для отображения унитарной мультиноммированной C^* -алгебры в локальную операторную систему, которая, в свою очередь, приводит к теореме о представлении для унитарных мультиноммированных C^* -алгебр. Наконец, мы переносим известный результат об инъективности из [2] на случай локальных операторных систем.

Я хочу поблагодарить М. Фрагулопулу, А. Геондеа, Ю. Туровского, А. Пирковского и К. Уэбстера за полезные обсуждения подробностей настоящей работы. Я также благодарен рецензенту за ценные замечания.

1. Пусть X — линейное пространство, и пусть заданы полунормы $p^{(n)}: M_n(X) \rightarrow [0, \infty)$ на пространствах $M_n(X)$ $n \times n$ -матриц над X . Семейство $p = \{p^{(n)}: n \in \mathbb{N}\}$ называется *матричной полунормой* [4] на X , если оно обладает свойствами

$$\mathbf{M1.} \quad p^{(m+n)}(v \oplus w) \leq \max\{p^{(m)}(v), p^{(n)}(w)\},$$

$$\mathbf{M2.} \quad p^{(n)}(\alpha v \beta) \leq \|\alpha\| p^{(m)}(v) \|\beta\|$$

для всех $v \in M_m(X)$, $w \in M_n(X)$, $\alpha \in M_{n,m}$, $\beta \in M_{m,n}$, где $v \oplus w$ — прямая сумма элементов v и w , а $M_{n,m} = M_{n,m}(\mathbb{C})$ — пространство всех $n \times m$ -матриц со скалярными элементами. Линейное пространство X называется (*абстрактным*) *операторным пространством* [3, разд. 2.1], если оно снабжено матричной нормой. Линейное пространство X , снабженное семейством матричных полунорм $\{p_\alpha: \alpha \in \Lambda\}$, называется *абстрактным локальным операторным пространством*. Говорят, что полиноммированное пространство X имеет *ограниченную топологию*, если в нем есть ограниченная бочка. В частности, бочечное полиноммированное пространство нормируемо в своей ограниченной топологии.

Если X — локальное операторное пространство с ограниченной полиноммированной топологией, то говорят, что X — *локально ограниченное операторное пространство*. Линейному отображению $\varphi: X \rightarrow Y$ линейных пространств X и Y соответствует линейное отображение $\varphi^{(n)}: M_n(X) \rightarrow M_n(Y)$, $\varphi^{(n)}([x_{ij}]) = [\varphi(x_{ij})]$, для каждого $n \in \mathbb{N}$. Пусть X и Y — локальные операторные пространства с (насыщенными) семействами матричных полунорм $\{p_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ и $\{q_\iota\}_{\iota \in \Omega}$ соответственно. Говорят, что линейное отображение $\varphi: X \rightarrow Y$ *матрично непрерывно*, если для любого $\iota \in \Omega$ существуют такие $\alpha \in \Lambda$ и положительная постоянная $C_{\iota\alpha}$, что $q_\iota^{(n)} \varphi^{(n)} \leq C_{\iota\alpha} p_\alpha^{(n)}$ для всех n . Если $C_{\iota\alpha} \leq 1$ для всех возможных ι и α , то говорят, что φ — *матричное сжатие*. Далее, инъективное отображение φ называется *матричной изометрией*, если $\Omega = \Lambda$ и $q_\alpha^{(n)} \varphi^{(n)} = p_\alpha^{(n)}$ для всех α и n .

2. Введем локальные направленности для подпространства, состоящего из неограниченных операторов. Зафиксируем гильбертово пространство H . Пусть $\mathfrak{L}(H)$ — множество всех неограниченных операторов в H . Рассмотрим подмножество $V \subseteq \mathfrak{L}(H)$, все элементы которого имеют одну и ту же область определения E , представляющую собой плотное подпространство в H , причем $T(E) \subseteq E$

для всех $T \in V$. Будем говорить, что V — *подпространство (ассоциативная подалгебра) неограниченных операторов в H* , если V замкнуто относительно обычных алгебраических операций, определенных для элементов из V . Пространство E называется *носителем* подпространства (подалгебры) V и обозначается через $\text{supp}(V)$. Если $\text{supp}(V)$ замкнуто, то V есть просто линейное подпространство (или ассоциативная подалгебра) алгебры $L(H)$ всех линейных преобразований пространства H .

Пусть теперь $\mathfrak{p} = \{P_\alpha\}$ — направленность, состоящая из ортогональных проекторов в $\mathfrak{L}(H)$, и пусть $H_\alpha = \text{im}(P_\alpha)$. Множество $\{H_\alpha\}$ представляет собой фильтрованное вверх семейство замкнутых подпространств в H . Поэтому их объединение $\bigcup_\alpha H_\alpha$ является линейным подпространством в H .

Определение А. Пусть V — подпространство неограниченных операторов в гильбертовом пространстве H , и пусть $\mathfrak{p} = \{P_\alpha\}$ — направленность из ортогональных проекторов в $\mathfrak{L}(H)$, такая, что $\text{supp}(V) = \bigcup_\alpha H_\alpha$, где $H_\alpha = \text{im}(P_\alpha)$.

Будем говорить, что $\mathfrak{p}$ — *локальная направленность для V* , если $P_\alpha T = T P_\alpha$ (на $\text{supp}(V)$) и $P_\alpha T P_\alpha \in \mathcal{B}(H)$ для всех $T \in V$ и $P_\alpha \in \mathfrak{p}$. Далее, $\mathfrak{p}$ называется *слабой локальной направленностью для V* , если все подпространства H_α инвариантны относительно V и $V|H_\alpha \subseteq \mathcal{B}(H_\alpha)$ для всех α .

Заметим, что в этом случае носитель $\text{supp}(V)$ можно рассматривать как строгий индуктивный предел направленного семейства гильбертовых пространств $\mathcal{E} = \{H_\alpha : \alpha \in \Lambda\}$, т. е. $\text{supp}(V) = \varinjlim \mathcal{E}$ [5, разд. 4.3]. При этом каждый оператор $T \in V$ определяет на носителе линейный оператор $T_0 = T|_{\text{supp}(V)}$, такой, что каждое подпространство H_α инвариантно относительно T_0 и $T_0|H_\alpha \in \mathcal{B}(H_\alpha)$. Поэтому оператор T_0 непрерывен на $\text{supp}(V)$.

Зафиксируем теперь число $n \in \mathbb{N}$ и рассмотрим n -ю гильбертову степень H^n пространства H . Если V — подпространство неограниченных операторов в H , то пространство матриц $M_n(V)$ можно канонически отождествить с некоторым подпространством неограниченных операторов в H^n , $M_n(V) \subseteq \mathfrak{L}(H^n)$, $n \in \mathbb{N}$. При этом $\text{supp}(M_n(V)) = \text{supp}(V)^n$. Если $T \in \mathfrak{L}(H)$, то через $T^{\oplus n} \in \mathfrak{L}(H^n)$ обозначим оператор $(x_i)_i \mapsto (Tx_i)_i$. Положим $\mathfrak{p}^{\oplus n} = \{P_\alpha^{\oplus n}\}$ для направленности ортогональных проекторов $\mathfrak{p} = \{P_\alpha\} \subseteq \mathfrak{L}(H)$. Тогда $\mathfrak{p}^{\oplus n}$ — (слабая) локальная направленность для подпространства $M_n(V) \subseteq \mathfrak{L}(H^n)$, если $\mathfrak{p}$ является таковой для V . Конкретное операторное пространство V определяется как подпространство пространства $\mathcal{B}(H)$ для некоторого гильбертова пространства H (см. [3, разд. 2.1]). Включения $M_n(V) \subseteq M_n(\mathcal{B}(H)) = \mathcal{B}(H^n)$, $n \in \mathbb{N}$, определяют матричную норму на V . В общем случае пусть $V \subseteq \mathfrak{L}(H)$ — подпространство неограниченных операторов, а $\mathfrak{p} = \{P_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ — (слабая) локальная направленность для V . Зафиксируем какое-то $\alpha \in \Lambda$. Тогда пространство $H_\alpha^n (= \text{im}(P_\alpha^{\oplus n}))$ инвариантно относительно всех операторов $T \in M_n(V)$. Положим $p_\alpha^{(n)}(T) = \|T|H_\alpha^n\|$, $\alpha \in \Lambda$. Таким образом, $\mathfrak{p}^{(n)} = \{p_\alpha^{(n)}\}_{\alpha \in \Lambda}$ — возрастающее семейство полуном на $M_n(V)$. Заметим, что если $\text{supp}(V) = H$ и $\mathfrak{p}$ — локальная направленность, то $V \subseteq \mathcal{B}(H)$ и $\mathfrak{p}^{(n)}$ ограничено. При этом $\text{supp } \mathfrak{p}^{(n)}$ сводится к обычной операторной норме в $M_n(V) \subseteq \mathcal{B}(H^n)$. Положим $p_\alpha = \{p_\alpha^{(n)}\}_{n \in \mathbb{N}}$ и $\mathfrak{P} = \{p_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$. Тогда p_α — матричная полуорма на V . Таким образом, если задана (слабая) локальная направленность для подпространства $V \subseteq \mathfrak{L}(H)$, то мы автоматически снабжаем V матричной топологией, порожденной семейством матричных полуном $\mathfrak{P}$. В этом случае будем говорить, что

V — конкретное локальное операторное пространство. Если $\text{supp}(V) = H$, а $\mathfrak{p}$ — локальная направленность для V , то на V корректно определена матричная норма $p = \sup_{\alpha} p_{\alpha} = \sup \mathfrak{P}$, так что V оказывается локально ограниченным операторным пространством. Это пространство называется *конкретным локально ограниченным операторным пространством*. Под реализацией локального (или локально ограниченного) операторного пространства V на гильбертовом пространстве H будем понимать такое отображение $\varphi: V \rightarrow \mathfrak{L}(H)$, что $\varphi(V)$ — конкретное локальное операторное пространство на H , а φ — матричная изометрия пространства V на $\varphi(V)$.

Теорема 1. Пусть V — (хаусдорфово) локальное операторное пространство. Тогда существует реализация $\varphi: V \rightarrow \mathfrak{L}(H)$ пространства V на гильбертовом пространстве H . При этом если V — локально ограниченное операторное пространство, то существует такая его реализация $\varphi: V \rightarrow \mathfrak{B}(H)$, что $\varphi(V)$ — конкретное локально ограниченное операторное пространство.

Заметим, что если, например, V — локальное операторное пространство Фреше, то слабая локальная направленность для подпространства $\varphi(V)$ оказывается локальной направленностью.

3. Пусть $V \subseteq \mathfrak{L}(H)$ — конкретное локальное операторное пространство с локальной направленностью $\mathfrak{p} = \{P_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$. Тогда каждому оператору $T \in V$ соответствует двойственный неограниченный оператор $T' \in \mathfrak{L}(H)$, такой, что $\text{supp}(V) \subset \text{dom}(T')$ и $T'|H_{\alpha} = (T|H_{\alpha})^*$ для всех α . Пусть $T^* = T'|_{\text{supp}(V)}$. Таким образом, $V^* = \{T^*: T \in V\}$ — подпространство неограниченных операторов в H с одним и тем же носителем $\text{supp}(V)$, а $\mathfrak{p}$ — локальная направленность также и для V^* .

Определение В. (Конкретное) локальное операторное пространство $V \subseteq \mathfrak{L}(H)$ с локальной направленностью $\mathfrak{p}$ называется *локальной операторной системой на H* , если $V = V^*$ и $I_H \in V$, где I_H — тождественный оператор в $\text{supp}(V)$. Подпространство $W \subseteq V$ называется *операторной подсистемой*, если $W = W^*$ и $I_H \in W$. Далее, под локальной операторной C^* -алгеброй A на пространстве H с направленностью $\mathcal{E} = \{H_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$ мы понимаем ассоциативную подалгебру $A \subseteq \mathfrak{L}(H)$, которая является полной локальной операторной системой на H с локальной направленностью $\mathfrak{p}$.

Заметим, что топологическое пополнение $\tilde{V}$ локальной операторной системы — снова локальная операторная система на H с той же локальной направленностью, что и у V . Если, кроме того, V — ассоциативная подалгебра в $\mathfrak{L}(H)$, то этим же свойством обладает и $\tilde{V}$. Далее, каждая локальная операторная C^* -алгебра есть унитарная мультинормированная C^* -алгебра относительно топологии локальной операторной системы. Операторная C^* -алгебра Фреше определяется как операторная C^* -алгебра на гильбертовом пространстве H со счетной направленностью $\mathcal{E} = \{H_n\}_{n \in \mathbb{N}}$. Под максимальной операторной C^* -алгеброй на H с направленностью $\mathcal{E}$ мы понимаем множество $\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$ всех неограниченных операторов $T \in \mathfrak{L}(H)$, таких, что $\bigcup \mathcal{E} = \text{dom}(T)$, $P_{\alpha}T \subset TP_{\alpha}$ и $P_{\alpha}TP_{\alpha} \in \mathfrak{B}(H)$ для всех $\alpha \in \Lambda$. Например, такова алгебра $\mathfrak{B}(H)$ с направленностью $\mathcal{E} = \{H\}$.

Пусть V — локальная операторная система на H с локальной направленностью $\mathfrak{p} = \{P_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$. Говорят, что элемент $T \in V$ *локально положителен*, если

$T|H_\alpha \geq 0$ (в $\mathcal{B}(H_\alpha)$) для некоторого $\alpha \in \Lambda$. Аналогично, если A — унитарная мультинормированная C^* -алгебра с фиксированным определяющим семейством C^* -полунорм $\{p_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$, то элемент $a \in A$ *локально положителен*, если $a = b^*b + x$ для некоторого $x \in A$, такого, что $p_\alpha(x) = 0$. Пусть $V \subseteq \mathcal{L}(H)$ и $W \subseteq \mathcal{L}(K)$ — локальные операторные системы с локальными направленностями $\mathfrak{p} = \{P_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ и $\mathfrak{q} = \{Q_\iota\}_{\iota \in \Omega}$ соответственно. Линейное отображение $\varphi: V \rightarrow W$ называется *локально вполне положительным*, если любому элементу $\iota \in \Omega$ соответствует такой элемент $\alpha \in \Lambda$, что $\varphi^{(n)}(v)|K_\iota^n \geq 0$ для любого $v \in M_n(V)$, удовлетворяющего условию $v|H_\alpha^n \geq 0$, и $\varphi^{(n)}(v)|K_\iota^n = 0$, если $v|H_\alpha^n = 0$, для любого n , где $H_\alpha = \text{im}(P_\alpha)$ и $K_\iota = \text{im}(Q_\iota)$. Будем называть отображение $\varphi: V \rightarrow W$ *морфизмом*, если оно унитарно и локально вполне положительно. Локальное операторное пространство (соответственно система) V называется *инъективной*, если для каждого операторного подпространства (соответственно операторной подсистемы) $W_0 \subseteq W$ локального операторного пространства (соответственно системы) W каждое матричное сжатие (соответственно каждый морфизм) $\psi: W_0 \rightarrow V$ может быть продолжен до матричного сжатия (соответственно морфизма) $\bar{\psi}: W \rightarrow V$. По теореме Арвесона–Хана–Банаха [8, п. 2.31] $\mathcal{B}(H)$ является инъективным локальным операторным пространством.

Сформулируем теперь теорему Арвесона–Хана–Банаха–Уэбстера для локальных операторных систем.

Теорема 2. Пусть V — локальная операторная система в H , W — ее операторная подсистема, а $\mathfrak{B}_\mathcal{E}$ — максимальная операторная C^* -алгебра Фреше. Тогда для любого локально вполне положительного отображения $\varphi: W \rightarrow \mathfrak{B}_\mathcal{E}$ существует локально вполне положительное продолжение $\Phi: V \rightarrow \mathfrak{B}_\mathcal{E}$. В частности, $\mathfrak{B}_\mathcal{E}$ — инъективная локальная операторная система.

Используя теоремы 1 и 2, можно установить, что для операторной системы Фреше ее инъективность в смысле локальных операторных пространств эквивалентна инъективности в смысле локальных операторных систем.

Локально выпуклая версия теоремы Стайнспринга имеет следующий вид.

Теорема 3. Пусть A — унитарная мультинормированная C^* -алгебра, V — локальная операторная система на гильбертовом пространстве H , а $\varphi: A \rightarrow V$ — матричное сжатие. Если φ локально вполне положительно, то существуют локальная операторная C^* -алгебра B на гильбертовом пространстве K , сжатие $T: H \rightarrow K$ и унитарный сжимающий $*$ -гомоморфизм $\pi: A \rightarrow B$, такие, что $T(\text{supp}(V)) \subseteq \text{supp}(B)$ и

$$\varphi(a) = T^*\pi(a)T \quad \text{на } \text{supp}(V)$$

для всех $a \in A$. Если при этом φ унитарно, то T — изометрия.

Следствие 4. Пусть A — мультинормированная C^* -алгебра. Тогда, с точностью до изометрического $*$ -изоморфизма, A является локальной операторной C^* -алгеброй на гильбертовом пространстве.

Следствие 5. Пусть A и B — унитарные мультинормированные C^* -алгебры, и пусть $\varphi: A \rightarrow B$ — унитарный линейный изоморфизм. Если φ и φ^{-1} локально вполне положительны, то φ — топологический $*$ -изоморфизм. В частности, если φ — матричная изометрия, то φ — изометрический $*$ -изоморфизм.

Локально выпуклая версия внедиагонального приема Паульсена, основанная на теоремах 2 и 3, позволяет доказать следующий результат.

Теорема 6. Пусть A — унитарная мультиноммированная C^* -алгебра, $\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$ — максимальная операторная C^* -алгебра Фреше на гильбертовом пространстве H , а $\varphi: A \rightarrow \mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$ — матричное сжатие. Тогда существуют унитарный сжимающий $*$ -гомоморфизм $\pi: A \rightarrow D$ алгебры A в операторную C^* -алгебру D на гильбертовом пространстве X и сжатия $H \xrightarrow{T} X \xrightarrow{S} H$, такие, что $T(\text{supp}(B)) \subseteq \text{supp}(D)$ и

$$\varphi(a) = S\pi(a)T \quad \text{на } \text{supp}(\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}),$$

для всех $a \in A$.

Пусть теперь V — инъективная локальная операторная система на пространстве H с локальной направленностью $\mathfrak{p} = \{P_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$, и пусть $H_{\alpha} = \text{im}(P_{\alpha})$, $\alpha \in \Lambda$. Тогда V — операторная подсистема максимальной локальной операторной C^* -алгебры $\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$ на том же пространстве H с направленностью $\mathcal{E} = \{H_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$. Матричная топология на V (соответственно на $\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$) определяется семейством полунорм $\{p_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$, где $p_{\alpha}^{(1)}(b) = \|b|H_{\alpha}\|_{\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}(H_{\alpha})}$, $b \in \mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$. Заметим, что $\text{supp}(V) = \text{supp}(\mathfrak{B}_{\mathcal{E}}) = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} H_{\alpha}$. Тожественное отображение $V \rightarrow V$ расширяется до морфизма-проекции $\Phi: \mathfrak{B}_{\mathcal{E}} \rightarrow \mathfrak{B}_{\mathcal{E}}$ на V . Для $T, S \in V$ положим $T \cdot S = \Phi(TS)$. Снабженное этим умножением пространство V оказывается $\widehat{\otimes}^*$ -алгеброй (т.е. локально выпуклой $*$ -алгеброй с совместно непрерывным умножением). Точнее, для каждого $\alpha \in \Lambda$ найдется такое $\beta \in \Lambda$, что $\alpha \leq \beta$, $p_{\alpha}^{(n)}(a) \leq \sqrt{p_{\alpha}^{(n)}(a^* \cdot a)} \leq p_{\beta}^{(n)}(a)$ и $p_{\alpha}^{(n)}(a \cdot b) \leq p_{\beta}^{(n)}(a)p_{\beta}^{(n)}(b)$ для любых $a, b \in M_n(V)$. Из этих неравенств легко следует, что $\widehat{\otimes}^*$ -алгебра V является C^* -алгеброй, если V — операторная система (в этом случае $p_{\alpha} = p_{\beta}$ для любых α, β) [2]. В случае локальной операторной системы на основе теоремы 3 и следствия 5 получаем следующее утверждение.

Теорема 7. Пусть V — инъективная локальная операторная система. Тогда V со своей структурой $\widehat{\otimes}^*$ -алгебры оказывается унитарной мультиноммированной C^* -алгеброй. Это единственное умножение на V , относительно которого пространство V вместе с заданной операцией $*$ и матричной топологией является локальной операторной C^* -алгеброй. Структура локальной операторной системы на V , индуцированная мультиноммированной C^* -алгеброй V , совпадает с исходной структурой.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. A. Dosiev, J. Funct. Anal., **230** (2006), 446–493. [2] M. D. Choi, E. G. Effros, J. Funct. Anal., **24**:2 (1977), 156–209. [3] E. G. Effros, Z.-J. Ruan, *Operator Spaces*, London Math. Soc., Clarendon Press, Oxford, 2000. [4] E. G. Effros, C. Webster, in: *Operator Algebras and Applications* (Samos 1996), NATO Adv. Sci. Inst. Ser. C Math. Phys. Sci., vol. 495, Kluwer, Dordrecht, 1997, 163–207. [5] A. Grothendieck, *Topological Vector Spaces*, Notes on Math. and Its Appl., Gordon and Breach, London, 1972. [6] А. Я. Хелемский, *Банаховы и полиноммированные алгебры: общая теория, представления, гомологии*, Наука, М., 1989. [7] G. Lassner, Math. Nachr., **52** (1972), 161–166. [8] C. Webster, *Local Operator Spaces and Applications*, Ph. D., University of California, Los Angeles, 1997.