Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Н. Колмогоров, Отзыв о работах И. М. Гельфанда, представляемых на сталинскую премию, *Функци. анализ и его прил.*, 2003, том 37, выпуск 4, 3–5

DOI: <https://doi.org/10.4213/faa3007>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.196.121.252

26 апреля 2023 г., 17:13:11

Учитель об ученике.
Четыре отзыва А. Н. Колмогорова
о работах И. М. Гельфанда
(к 90-летию со дня рождения Израиля Моисеевича Гельфанда)

90-летие Израиля Моисеевича Гельфанда отмечается в год, когда его Учителю, Андрею Николаевичу Колмогорову, исполнилось бы 100.

Подготовка к колмогоровскому юбилею вызвала к жизни разные публикации о нем, что потребовало усиленных разысканий в его бумагах, в частности, в архиве Комаровского Дома. Там, среди этих бумаг, нашлась папочка, на которой рукой Андрея Николаевича было написано «И. М. Гельфанд». Внутри оказалось несколько отзывов, написанных Колмогоровым в разное время о своем выдающемся ученике и о его работах. Четыре из них публикуются в этом номере.

А. Н. Ширяев

Отзыв о работах И. М. Гельфанда,
представляемых на сталинскую премию

1. Нормированные кольца. Матем. сб., **9 (51)**, №1, 3–24 (1941).
2. О включении нормированного кольца в кольцо операторов в гильбертовом пространстве. Матем. сб., **12 (64)**, №2, 197–217 (1943) (совм. с М. А. Наймарком).
3. Неприводимые унитарные представления локально бикомпактных групп. Матем. сб., **13 (55)**, №2–3, 301–316 (1943) (совм. с Д. А. Райковым).
4. Унитарные представления полупростых групп Ли. 1. Матем. сб., **21 (63)**, №3, 405–434 (1947) (совм. с М. А. Наймарком).
5. Унитарные представления группы линейных преобразований прямой. ДАН СССР, **55**, №7, 571–574 (1947) (совм. с М. А. Наймарком).
6. Унитарные представления группы Лоренца. Изв. АН СССР, сер. матем., **11**, 411–504 (1947) (совм. с М. А. Наймарком).
7. След в основных и дополнительных сериях представлений комплексной унитарной группы. ДАН СССР, **61**, №1, 9–11 (1948) (совм. с М. А. Наймарком).
8. Общие релятивистски инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца. ЖЭТФ, **18**, №8, 703–733 (1948) (совм. с А. М. Ягломом).
9. Нормированные кольца с инволюцией. Изв. АН СССР, сер. матем., **12**, 445–480 (1948) (совм. с М. А. Наймарком).
10. О связи между представлениями комплексной полупростой группы Ли и ее максимальной компактной подгруппы. ДАН СССР, **63**, №3, 225–228 (1948) (совм. с М. А. Наймарком).
11. Аналог формулы Планшереля для комплексной унитарной группы. ДАН СССР, **63**, №6, 609–612 (1948).

Современная математика широко использует общие геометрические и алгебраические методы, рассматривая, с одной стороны, самые разнообразные системы объектов (функций, линий и т. п.) как некоторое геометрическое единство — пространство, а с другой стороны, разнообразные системы объектов с операциями над ними как алгебраическое образование — группу, кольцо или поле.

Уже довольно давно возникла тенденция к объединению этих двух направлений: к рассмотрению образований, обладающих одновременно геометрическими (топологическими) и алгебраическими свойствами. Первой попыткой такого рода явилась теория линейных пространств, современная форма которой была создана

С. Банахом. За ней последовал ряд фундаментальных работ по топологической алгебре, т.е. систематическому изучению топологических групп и топологических полей. Среди этих работ особенно выдаются работы Л. С. Понтрягина. Более конкретный аналитический характер имеют исследования фон Неймана и его школы в США по кольцам операторов в гильбертовом пространстве. Уже в этих работах выяснилось, что с точки зрения анализа центральным подлежащим изучению алгебраически-геометрическим образованием должно быть алгебраическое кольцо (система, где вычитание всегда возможно, а деление может быть и невыполнимым), наделенное топологическими свойствами.

И. М. Гельфанду удалось нащупать основную и наиболее плодотворную линию работы по перестройке всего функционального анализа в указанном направлении. Основной исходной идеей И. М. Гельфанда явилось наблюдение, что кольцо, в котором введена «норма» (аналог абсолютной величины для обычных чисел), при очень широких условиях автоматически оказывается вполне определенным и единственным образом реализованным в виде кольца функций на множестве своих «максимальных идеалов».

В соответствии с этим для каждого нормированного кольца возникает в качестве первой и основной проблемы нахождение естественной области изменения аргументов, из функций которых кольцо состоит. Например, почти периодические функции обычно рассматриваются как функции действительного аргумента. Естественной областью их определения является, однако, некоторое расширение $\tilde{R}$ области действительных чисел R . На этом расширении $\tilde{R}$ функции, почти периодические на R , совпадают просто со всеми функциями, непрерывными на $\tilde{R}$.

Из этой основной идеи возникла обширная программа исследований, вокруг которой И. М. Гельфанд с исключительной энергией объединил большой коллектив сотрудников и учеников, из которых особенно велико участие в наиболее трудных и важных работах [2, 4] и [6] М. А. Наймарка. Метод дал уже много вполне конкретных аналитических результатов (см., например, работу И. М. Гельфанда об абсолютно сходящихся рядах, опубликованную вместе с его основным мемуаром о нормированных кольцах). В самое последнее время начали в большом числе появляться работы американских авторов (Лорх, Амброзе и др.), продолжающие ту же линию исследований.

Как уже было сказано, специальный интерес имеют кольца операторов в гильбертовом пространстве. В работе [2] И. М. Гельфанд и М. А. Наймарк указали необходимые и достаточные условия для того, чтобы абстрактное кольцо допускало реализацию в виде кольца спектров в гильбертовом пространстве. Это внесло значительно большую ясность и ряд упрощений в теорию, развитую фон Нейманом.

Изучение кольца операторов в гильбертовом пространстве эквивалентно изучению группы содержащихся в нем унитарных операторов. Сама по себе теория групп унитарных операторов и представлений такими группами абстрактных (или конкретных) групп значительно богаче и сложнее. Уже унитарные представления обычной группы действительных чисел (однопараметрические группы унитарных операторов) сделали в последнее время предметом многочисленных

исследований. Их теория является естественной современной формой гармонического анализа функций и спектрального анализа детерминированных или случайных колебательных процессов. В недавних работах Дирака большое значение приобрели унитарные представления группы Лоренца.

Основой всей будущей теории унитарных групп и унитарных представлений должна явиться теорема Гельфанда и Райкова о существовании достаточной системы непрерывных унитарных представлений. После получения этой теоремы естественно возник вопрос о нахождении всех неприводимых представлений особенно важных групп и составлении любого представления из этих неприводимых. В этом направлении в качестве первого случая (представляющего существенные трудности) И. М. Гельфанд и М. А. Наймарк разобрали представления группы Лоренца. Найденная ими полная система неприводимых представлений дается в виде вполне обозримых формул. Все представления, найденные Дираком, оказались приводимыми и вполне обозримым образом составляются из неприводимых. Это исследование само по себе заслуживало бы самой высокой оценки. В работе [8] его результаты применены к выводу релятивистски инвариантных дифференциальных уравнений. В работе [4] получены менее исчерпывающие, но весьма глубокие результаты в направлении перечисления неприводимых представлений полупростых групп Ли.

Весь описанный круг исследований И. М. Гельфанда представляется мне безусловно самым крупным явлением в области функционального анализа в мировой математике последнего десятилетия и вполне заслуживает награждения Сталинской премией.

Приписано от руки: Так как работы [8–11] (в том числе работа [8], существенная для понимания значения и перспектив физических применений всего цикла работ И. М. Гельфанда) вышли в свет лишь в самом конце 1948 г., то представление всего цикла работ на премию в 1949 г. соответствует установленному для этого порядку.

А. Колмогоров
16 октября 1949 г.

Отзыв о работах И. М. Гельфанда по унитарным представлениям непрерывных групп

Вышедшая в 1950 г. монография И. М. Гельфанда и М. А. Наймарка [1] является завершением работы, начатой И. М. Гельфандом с рядом сотрудников в 1942 году. Общее число публикаций И. М. Гельфанда и его сотрудников на данную тему приближается к двадцати, однако основные результаты содержатся в представляемых на премию четырех работах, опубликованных с 1943 по 1950 год. Созданная в этих работах теория унитарных представлений групп является одним из самых замечательных достижений за последние десять лет в математической науке: она дает новый мощный метод для решения важных и трудных задач в весьма различных областях математики и математического естествознания.