Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Досиев, Когомологии пучков алгебр Фреше и спектральная теория, *Функц. анализ и его прил.*, 2005, том 39, выпуск 3, 76–80

DOI: <https://doi.org/10.4213/faa76>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.130.99

26 апреля 2023 г., 12:02:56

Когомологии пучков алгебр Фреше и спектральная теория

© 2005. А. А. Досиев

Данная заметка посвящена мультиоператорному функциональному исчислению относительно пучка некоммутативных алгебр Фреше. Предложенный ниже подход обобщает конструкцию Тейлора–Хелемского–Путинара [1; 2, гл. 6; 3, ch. 5], созданную для построения голоморфного исчисления набора коммутирующих операторов. Опираясь на технику когомологий пучков, методами топологической гомологии мы доказываем теорему о функциональном исчислении в окрестности спектра Путинара $\sigma(\mathcal{S}, X)$ модуля Фреше X над алгеброй (Фреше) $A = \mathcal{S}(\Omega)$ глобальных сечений заданного пучка алгебр Фреше $\mathcal{S}$. При этом предполагается, что базовое пространство Ω , над которым рассматривается пучок $\mathcal{S}$, удовлетворяет естественным требованиям типа ацикличности по отношению к этому пучку. В качестве приложений этой теоремы мы строим пучок $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ ростков сечений формально радикальных функций от элементов конечномерной нильпотентной алгебры Ли $\mathfrak{g}$ и доказываем теорему о функциональном исчислении для операторных семейств, порождающих конечномерную свертнильпотентную подалгебру Ли в алгебре $\mathcal{L}(X)$ непрерывных линейных операторов, действующих в банаховом пространстве X . Последний результат обобщает теорему Тейлора [1] о голоморфном исчислении для коммутативных операторных семейств в $\mathcal{L}(X)$.

Всюду далее основной категорией рассматриваемых линейных пространств является категория всех комплексных пространств Фреше. Если A — ассоциативная алгебра Фреше, то $A\text{-mod}$ (соответственно $\text{mod-}A$) есть категория всех левых (соответственно правых) унитарных A -модулей Фреше. Точную проективную (соответственно свободную) резольвенту $\varepsilon: \mathcal{P} \rightarrow X$ модуля $X \in A\text{-mod}$ назовем *проективной* (соответственно *свободной*) *Тог-резольвентой*, если все пространства $\text{Tor}_n^A(Y, X)$, $n \in \mathbb{Z}_+$ [2, п. 3.4.4], построенные с помощью допустимых проективных резольвент, являются гомологиями комплекса $Y \hat{\otimes}_A \mathcal{P}: 0 \leftarrow Y \hat{\otimes}_A P_0 \xrightarrow{1 \otimes_A d_0} Y \hat{\otimes}_A P_1 \xrightarrow{1 \otimes_A d_1} \dots$ для любого $Y \in \text{mod-}A$. Например, если $A = \mathcal{O}(\Omega)$ — алгебра Фреше всех голоморфных функций на штейновой области Ω в $\mathbb{C}^m$, то комплекс Кошуля A -бимодуля $\mathcal{O}(\Omega \times \Omega)$ является свободной точной резольвентой бимодуля $\mathcal{O}(\Omega)$ длины m [1, Proposition 4.3]. Отметим, что он является допустимой резольвентой, если Ω — полиобласть. Таким образом, если $X \in A\text{-mod}$, то комплекс Кошуля модуля X является свободной Тог-резольвентой длины m .

Пусть теперь $X \in A\text{-mod}$ и $Y \in \text{mod-}A$. Мы пишем $Y \perp_A X$, если $\text{Tor}_n^A(Y, X) = \{0\}$, $n \in \mathbb{Z}_+$. Далее, мы скажем, что модуль $X \in A\text{-mod}$ является *конечно-свободным*, если он имеет свободную Тог-резольвенту конечной длины. Из сказанного выше следует, что всякий модуль над алгеброй $\mathcal{O}(\Omega)$, где Ω — штейнова область, конечно-свободен.

1. Пучки Фреше. Пусть Ω — хаусдорфово топологическое пространство и $\mathcal{S}$ — пучок пространств Фреше (или, короче, пучок Фреше) с базой Ω . Когомологии пространства Ω со значениями в пучке $\mathcal{S}$ [4, п. 2.4.4] обозначаются через $H^n(\Omega, \mathcal{S})$, $n \in \mathbb{Z}_+$. Пусть $U \subseteq \Omega$ — открытое подмножество и $\mathcal{S}|U$ — пучок с

базой U , индуцированный пучком $\mathcal{S}$. Говорят, что U является $\mathcal{S}$ -ациклическим, если $H^n(U, \mathcal{S}|_U) = \{0\}$, $n \in \mathbb{N}$. Наконец, будем говорить, что пучок $\mathcal{S}$ с базой Ω является *ядерным пучком*, если $\mathcal{S}(U)$ является ядерным пространством для любого открытого $\mathcal{S}$ -ациклического подмножества $U \subseteq \Omega$.

Если E — пространство Фреше, то пучок ростков голоморфных E -значных функций над пространством $\Omega = \mathbb{C}^m$ обозначается через $\mathcal{O} \hat{\otimes} E$. Пусть $\mathcal{C}_{0,k}^\infty \hat{\otimes} E$ — пучок Фреше ростков E -значных внешних C^∞ -дифференциальных форм бистепени $(0, k)$ с базой $\mathbb{C}^m$. Тогда все пучки $\mathcal{C}_{0,k}^\infty \hat{\otimes} E$, $0 \leq k \leq m$, как модули над пучком ростков C^∞ -функций $\mathcal{C}_{0,0}^\infty$ являются мягкими и $\bar{\partial}$ -последовательность пучков

$$0 \rightarrow \mathcal{O} \hat{\otimes} E \rightarrow \mathcal{C}_{0,0}^\infty \hat{\otimes} E \xrightarrow{\bar{\partial}} \mathcal{C}_{0,1}^\infty \hat{\otimes} E \xrightarrow{\bar{\partial}} \dots \xrightarrow{\bar{\partial}} \mathcal{C}_{0,m}^\infty \hat{\otimes} E \rightarrow 0 \quad (1)$$

точна, т. е. мы имеем мягкую резольвенту пучка $\mathcal{O} \hat{\otimes} E$. С помощью этой резольвенты доказывается (см. [5, п. 4.2.6; 3, Appendix 1]), что открытое множество $U \subseteq \mathbb{C}^m$ является $\mathcal{O} \hat{\otimes} E$ -ациклическим, если U псевдовыпукло.

Пусть $\mathcal{S}$ — пучок Фреше с базой Ω . Мы говорим, что Ω является *локально $\mathcal{S}$ -ациклическим пространством*, если каждая точка в Ω имеет фундаментальную систему открытых $\mathcal{S}$ -ациклических окрестностей.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ А. Пусть Ω — локально $\mathcal{S}$ -ациклическое пространство, где $\mathcal{S}$ — пучок алгебр, $A = \mathcal{S}(\Omega)$ и $X \in A\text{-mod}$. *Резольвентным множеством* $\text{res}(\mathcal{S}, X)$ модуля X относительно пучка $\mathcal{S}$ назовем множество тех точек $\lambda \in \Omega$, для которых существует открытая окрестность D_λ , такая, что $\mathcal{S}(W) \perp_A X$ для каждого открытого $\mathcal{S}$ -ациклического подмножества $W \subseteq D_\lambda$. *Спектром Путишара модуля X относительно пучка $\mathcal{S}$* назовем множество $\sigma(\mathcal{S}, X) = \Omega \setminus \text{res}(\mathcal{S}, X)$.

Из определения А непосредственно следует, что $\text{res}(\mathcal{S}, X)$ открыто в Ω ; поэтому $\sigma(\mathcal{S}, X)$ замкнут.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ В. Пусть $\mathcal{S}$ — пучок Фреше с базой Ω . Мы говорим, что пространство Ω является *$\mathcal{S}$ -пространством*, если оно имеет счетную базу $\mathfrak{B}$, состоящую из открытых $\mathcal{S}$ -ациклических подмножеств, таких, что $U \cap U' \in \mathfrak{B}$ всякий раз, когда $U, U' \in \mathfrak{B}$.

Например, комплексное пространство $\mathbb{C}^m$ является $\mathcal{O} \hat{\otimes} E$ -пространством. Кроме того, само пространство $\mathbb{C}^m$ является $\mathcal{O} \hat{\otimes} E$ -ациклическим.

Отметим, что всякое $\mathcal{S}$ -пространство является локально $\mathcal{S}$ -ациклическим.

ТЕОРЕМА 1. Пусть Ω является $\mathcal{S}$ -пространством, где $\mathcal{S}$ — ядерный пучок алгебр Фреше, пусть $X \in \mathcal{S}(\Omega)\text{-mod}$ — конечно-свободный модуль, и пусть U — открытая окрестность спектра Путишара $\sigma(\mathcal{S}, X)$ в Ω . Если Ω является $\mathcal{S}$ -ациклическим, то $X \in \mathcal{S}(U)\text{-mod}$ и его $\mathcal{S}(\Omega)$ -модульная структура, индуцированная гомоморфизмом сужения $\mathcal{S}(\Omega) \rightarrow \mathcal{S}(U)$, сводится к изначальной.

Рассмотрим пример, когда Ω есть штейнова область в $\mathbb{C}^m$, $\mathcal{S} = \mathcal{O}$ и $X \in \mathcal{O}(\Omega)\text{-mod}$. Тогда Ω является $\mathcal{O}$ -пространством. Более того, как было отмечено, X является конечно-свободным $\mathcal{O}(\Omega)$ -модулем. По теореме 1 мы заключаем, что X превращается в левый $\mathcal{O}(U)$ -модуль, структура которого совместима с $\mathcal{O}(\Omega)$ -модульной структурой всякий раз, когда U открыто и $\sigma(\mathcal{S}, X) \subset U$ (см. [3, Theorem 5.1.5]).

2. Формально радикальные функции. Всюду далее $\mathfrak{g}$ обозначает конечномерную нильпотентную алгебру Ли, которая допускает положительную градуировку, и пусть $e = (e_1, \dots, e_n)$ — базис в $\mathfrak{g}$, подчиненный этой градуировке. Тогда $e_{m+1}, \dots, e_n$ оказывается базисом коммутанта $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$ для некоторого m . Пусть $\Delta(\mathfrak{g})$ — пространство всех лиевых характеров алгебры Ли $\mathfrak{g}$. Ясно, что $\Delta(\mathfrak{g})$ отождествляется с комплексным пространством $\mathbb{C}^m$. В работах [6, 7], были введены алгебры Фреше–Аренса–Майкла $\mathcal{O}_e(D_{0,r})$ голоморфных функций от элементов базиса e на открытых полидисках $D_{0,r} \subseteq \Delta(\mathfrak{g})$ с центрами в нуле и полирадиусов $r \in \mathbb{R}_+^m$. Алгебра $\mathcal{O}_e(D_{0,r})$ является пополнением (Фреше) универсальной обертывающей алгебры $\mathcal{U}(\mathfrak{g})$ алгебры Ли $\mathfrak{g}$ по некоторой системе мультипликативных преднорм, построенной по $D_{0,r}$. Отметим, что $\mathcal{O}_e(\mathbb{C}^m)$ сводится к оболочке Аренса–Майкла (см. [8, п. 5.2.21]) $\mathcal{O}_{\mathfrak{g}}$ алгебры $\mathcal{U}(\mathfrak{g})$. Пусть $a \in \Delta(\mathfrak{g})$, $a_i = a(e_i)$ и $\mathfrak{g} - a = \{u - a(u) : u \in \mathfrak{g}\}$ — подалгебра Ли в $\mathcal{U}(\mathfrak{g})$. Алгебра голоморфных функций $\mathcal{O}_e(D_{a,r})$ от базиса e на открытом полидиске $D_{a,r}$ с центром в a и полирадиуса r определяется (см. [9]) как $\mathcal{O}_{e-a}(D_{0,r})$. Множество $\mathfrak{m}_{e-a}$ всех упорядоченных мономов $(e - a)^J = (e_1 - a_1)^{j_1} \dots (e_n - a_n)^{j_n}$, $J \in \mathbb{Z}_+^n$, является однородным базисом в алгебре $\mathcal{O}_e(D_{a,r})$ [7]. Мы определим пространство $\mathcal{F}_e(D_{a,r})$ всех формально радикальных функций от элементов алгебры Ли $\mathfrak{g}$ на полидиске $D_{a,r}$ как формальное пополнение алгебры $\mathcal{O}_e(D_{a,r})$ по отношению к однородному базису $\mathfrak{m}_{e-a}$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. *Пространство $\mathcal{F}_e(D_{a,r})$ превращается в алгебру Фреше с нильпотентной сверткой в качестве умножения, и каноническое вложение $\mathcal{O}_e(D_{a,r}) \rightarrow \mathcal{F}_e(D_{a,r})$ является непрерывным мономорфизмом алгебр. Кроме того, всякий модуль $X \in \mathcal{F}_e(D_{a,r})\text{-mod}$ конечно-свободен.*

3. Пучок $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$. Пусть $E = \mathbb{C}[[\omega_1, \dots, \omega_{n-m}]]$ — пространство (Фреше) всех формальных степенных рядов от $n - m$ переменных $\omega_1, \dots, \omega_{n-m}$. Определим пучок ростков формально радикальных функций $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ с базой $\Delta(\mathfrak{g})$ как пучок $\mathcal{O} \hat{\otimes} E$ (см. п. 1). Ясно, что $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}(D_{a,r}) = \mathcal{F}_e(D_{a,r})$, в частности, $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}} = \mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}(\Delta(\mathfrak{g}))$. Более того, операцию нильпотентной свертки в алгебрах $\mathcal{F}_e(D_{a,r})$ можно естественным образом «поднять» на пространство сечений пучка $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ над произвольным открытым множеством. Таким образом, $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ есть ядерный пучок (некоммутативных) алгебр Фреше с базой $\Delta(\mathfrak{g})$. Разумеется, $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}} = \mathcal{O}$, если $\mathfrak{g}$ есть коммутативная алгебра Ли.

Пусть $X \in \mathcal{U}(\mathfrak{g})\text{-mod}$ и $\alpha: \mathfrak{g} \rightarrow \mathcal{L}(X)$ — соответствующее лиево представление. Напомним [10, 9], что спектр Тейлора $\sigma(\mathfrak{g}, X)$ модуля X определяется как множество тех $\lambda \in \Delta(\mathfrak{g})$, для которых нарушается точность комплекса Кошуля $\mathfrak{g}$ -модуля X , порожденного представлением $\alpha - \lambda: \mathfrak{g} \rightarrow \mathcal{L}(X)$. Используя предложение 2, можно сравнить спектры Тейлора и Путиная модуля X относительно пучка $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. *Пусть $X \in \mathcal{F}_{\mathfrak{g}}\text{-mod}$. Спектр Тейлора $\mathfrak{g}$ -модуля X содержится в спектре Путиная $\mathcal{F}_{\mathfrak{g}}$ -модуля X относительно пучка $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$, т. е. $\sigma(\mathfrak{g}, X) \subseteq \sigma(\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}, X)$.*

Из определения пучка $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ следует, что как пучок пространств Фреше он обладает мягкой резольвентой (1); тем самым, пространство $\Delta(\mathfrak{g})$ превращается в $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ -пространство (определение В) и само пространство $\Delta(\mathfrak{g})$ является $\mathfrak{T}_{\mathfrak{g}}$ -ациклическим.

4. Банаховы $\mathcal{F}_{\mathfrak{g}}$ -модули. Пусть A — банахова алгебра и $\mathfrak{a}$ — ее конечномерная нильпотентная подалгебра Ли. Мы скажем, что $\mathfrak{a}$ является *сверхнильпотентной подалгеброй Ли* в A , если каждый элемент $u \in [\mathfrak{a}, \mathfrak{a}]$ является нильпотентным [11]. Пусть X — банахово пространство и $T = (T_1, \dots, T_m)$ — семейство операторов в $\mathcal{L}(X)$, порождающее конечномерную нильпотентную подалгебру Ли $\mathfrak{g}_T \subset \mathcal{L}(X)$. Если $\lambda \in \mathbb{C}^m$, то $\mathfrak{g}_{T-\lambda}$ — подалгебра Ли в $\mathcal{L}(X)$, порожденная семейством $T - \lambda$. Спектр Тейлора $\sigma(T)$ операторного семейства T определяется [10, 12] как множество тех $\lambda \in \mathbb{C}^m$, для которых нарушается точность комплекса Кошуля $\mathfrak{g}_{T-\lambda}$ -модуля X . Далее, алгебра Ли $\mathfrak{g}_T$ является эпиморфным образом некоторой градуированной нильпотентной алгебры Ли $\mathfrak{g}$ с m левыми образующими $e_1, \dots, e_m$. Пусть $\tau: \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}_T$, $\tau(e_i) = T_i$, — эпиморфизм алгебр Ли. Тогда X является банаховым $\mathfrak{g}$ -модулем относительно τ , т. е. $X \in \mathcal{O}_{\mathfrak{g}}\text{-mod}$. При этом, согласно [10], $\sigma(T) = \sigma(\mathfrak{g}, X)$.

ЛЕММА 4. $X \in \mathcal{F}_{\mathfrak{g}}\text{-mod}$ тогда и только тогда, когда $\mathfrak{g}_T$ является сверхнильпотентной подалгеброй Ли в $\mathcal{L}(X)$.

Используя предложение 3 и некоторые свойства параметризованных комплексов (см. [2, 3] по поводу коммутативного случая), получим следующее предложение.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 5. Пусть $X \in \mathcal{F}_{\mathfrak{g}}\text{-mod}$ — банахов модуль. Тогда $\sigma(\mathfrak{g}, X) = \sigma(\mathfrak{I}_{\mathfrak{g}}, X)$.

5. Функциональное исчисление. Сформулируем теперь основной результат заметки — теорему о функциональном исчислении.

ТЕОРЕМА 6. Пусть X — банахово пространство, $T \subset \mathcal{L}(X)$ — конечное семейство операторов, порождающих сверхнильпотентную подалгебру Ли $\mathfrak{g}_T$ в $\mathcal{L}(X)$ и U — открытая окрестность спектра Тейлора $\sigma(T)$ семейства T . Тогда $\mathfrak{g}_T = \alpha(\mathfrak{g})$ и $T = \alpha(e)$, где $\mathfrak{g}$ — конечномерная нильпотентная алгебра Ли, допускающая положительную градуировку с левым семейством образующих e , и $\alpha: \mathfrak{g} \rightarrow \mathcal{L}(X)$ — левое представление. Более того, существует $\mathfrak{I}_{\mathfrak{g}}(U)$ -исчисление для семейства операторов T , т. е. имеется непрерывный унитарный гомоморфизм алгебр $\hat{\alpha}: \mathfrak{I}_{\mathfrak{g}}(U) \rightarrow \mathcal{L}(X)$ из алгебры Фреше $\mathfrak{I}_{\mathfrak{g}}(U)$ всех формально радикальных функций на U от элементов алгебры Ли $\mathfrak{g}$ в банахову алгебру $\mathcal{L}(X)$, продолжающий представление α .

Доказательство следует из теоремы 1, леммы 4 и предложения 5.

В частности, если T — коммутативное семейство m операторов, то коммутативная алгебра Ли $\mathfrak{g}_T$ является образом представления $\alpha: \mathbb{C}^m \rightarrow \mathcal{L}(X)$, $\alpha(z_i) = T_i$, и теорема 6 сводится к тейлоровскому голоморфному исчислению [1].

Автор глубоко признателен Ю. В. Туrowsкому и А. Ю. Пирковскому за подробное обсуждение результатов и Э. Альбрехту, А. Я. Хелемскому и Й. Эшмаеру за внимание и интерес к данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor J. L. Adv. in Math., **9**, 183–252 (1972).
2. Хелемский А. Я. Гомология в банаховых и топологических алгебрах. МГУ, М., 1986.
3. Eschmeier J., Putinar M. Spectral decompositions and analytic sheaves. Clarendon Press, Oxford Univ. Press, 1996.
4. Годеман Р. Алгебраическая топология и теория пучков. ИЛ, М., 1961.
5. Хёрмандер Л. Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных. Мир, М., 1968.
6. Досиев А. А. Функц. анализ и его прил., **34**, вып. 4, 82–84 (2000).

7. *Dosiev A. A.* J. Math. Sciences. **124**, вып. 2, 4886–4908 (2004). 8. *Хелемский А. Я.* Банаховы и полинормированные алгебры: общая теория, представления, гомологии. Наука, М., 1989. 9. *Досиев А. А.* Функц. анализ и его прил., **37**, вып. 1, 73–77 (2003). 10. *Fainshtein A. S.* J. Operator Theory, **29**, 3–27 (1993). 11. *Туровский Ю. В.* Функц. анализ и его прил., **18**, вып. 2, 77–78 (1984). 12. *Dosiev A. A.* J. Operator Theory, **48**, вып. 3, 585–614 (2002).

Department of Mathematics, Atılım University, Ankara
e-mail: adosiev@atilim.edu.tr, dosiev@yahoo.com

Поступило в редакцию
10 декабря 2003 г.

УДК 512.622

Очень гиперболические многочлены

© 2005. В. П. Костов

Посвящается памяти академика А. А. Болибруха

1. Введение. В этой работе мы рассматриваем вещественные многочлены одной вещественной переменной. Многочлен называется *гиперболическим* (соответственно *строго гиперболическим*), если все его корни вещественные (соответственно вещественные и отличны друг от друга). Производная гиперболического многочлена степени ≥ 2 гиперболична. Многочлен f называется *первообразной порядка k* многочлена g , если $f^{(k)} = g$. Гиперболический многочлен (ГМ) называется *очень гиперболическим*, если он имеет гиперболические первообразные всех порядков. *Вектор кратности* (ВК) заданного ГМ — это вектор с компонентами, равными кратностям различных корней рассматриваемого многочлена и расположенными в порядке возрастания. Пример: ВК многочлена $x^2(x-1)$ равняется $(2, 1)$.

ПРИМЕР 1. Все ГМ степени ≤ 3 очень гиперболические: ГМ степени 1 (соответственно 2) интегрируется до ГМ степени 2 (соответственно 3); если у ГМ третьей степени ВК равен $(1, 1, 1)$ (соответственно $(2, 1)$, $(1, 2)$, (3)), то, интегрируя всегда от среднего корня (соответственно от корня кратности > 1), можно получить первообразные с ВК $(1, k, 1)$ (соответственно $(k, 1)$, $(1, k)$, (k)). ГМ $x^k(x-1)^2$ для $k \geq 2$ не имеет гиперболической первообразной.

ТЕОРЕМА 2. Для любого $n \in \mathbb{N}^*$ существуют строго и очень гиперболический многочлен степени n и постоянные интегрирования (ПИ) c_i , такие, что

- (а) первообразные всех порядков с ПИ c_i строго и очень гиперболичны;
- (б) для $i \in \mathbb{N}^*$ существуют окрестности Δ_i чисел c_i , такие, что первообразные всех порядков с любыми ПИ $d_j \in \Delta_i$ строго и очень гиперболичны.

Для семейства многочленов $P(x, \tilde{a}) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$, $x, a_i \in \mathbb{R}$, положим $H_n = H_n(\tilde{a}) = \{\tilde{a} \in \mathbb{R}^n \mid P \text{ гиперболичен}\}$ (область гиперболичности) и $D_n = D_n(\tilde{a}) = \{\tilde{a} \in \mathbb{R}^n \mid P \text{ очень гиперболичен}\}$. Мы полагаем $a_1 = 0$, чего можно добиться сдвигом переменной x , и $a_2 = -1$ (поскольку растяжения $x \mapsto e^tx$, $a_j \mapsto e^{jt}a_j$, $t \in \mathbb{R}$, сохраняют области H_n и D_n , а $H_n \cap \{a_2 > 0\} = \emptyset$, $H_n \cap \{a_2 = 0\} = D_n \cap \{a_2 = 0\} = \emptyset$).