Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Золотин, Е. А. Мальчевская, Н. А. Харитонов, А. Л. Тулупьев, Локальный и глобальный логико-вероятностный вывод в алгебраических байесовских сетях: матрично-векторное описание и вопросы чувствительности, *Нечеткие системы и мягкие вычисления*, 2017, том 12, выпуск 2, 133–150

DOI: <https://doi.org/10.26456/fssc29>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 107.22.136.117

26 апреля 2023 г., 16:48:10

УДК 004.8

ЛОКАЛЬНЫЙ И ГЛОБАЛЬНЫЙ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ВЫВОД В АЛГЕБРАИЧЕСКИХ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ: МАТРИЧНО-ВЕКТОРНОЕ ОПИСАНИЕ И ВОПРОСЫ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ¹

Золотин А.А., Мальчевская Е.А., Харитонов Н.А., Тулупьев А.Л.

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН,
г. Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург

Поступила 12.10.2017, после переработки 13.12.2017.

В работе приведены алгоритмы и уравнения логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях. Рассмотрены все виды глобальной непротиворечивости и даны формулировки условий непротиворечивости на матричном языке. Работа суммирует результаты в локальном логико-вероятностном выводе для различных видов фрагментов знаний. Кроме того, в статье приведен анализ чувствительности первой задачи апостериорного вывода для фрагмента знаний над идеалом дизъюнктов и сформулированы ЗЛП для нахождения указанных оценок.

Ключевые слова: вероятностные графические модели, алгебраические байесовские сети, логико-вероятностный вывод, анализ чувствительности, поддержание непротиворечивости.

Нечеткие системы и мягкие вычисления. 2017. Т. 12, № 2. С. 133–150.
<https://doi.org/10.26456/fssc29>

Введение

Одной из актуальных на данный момент задач информатики является хранение и обработка больших данных, решить которую позволяют многие существующие модели. К таким моделям относятся мультиагентные системы, цепи Маркова, а также байесовские сети доверия (БСД). Последние принадлежат классу вероятностных графических моделей (ВГМ), занимающих важное место в текущем состоянии развития области машинного обучения и искусственного интеллекта и имеющих применение в широком спектре областей науки и производства [1–4]. К ВГМ также относятся и рассматриваемые в данной работе алгебраические байесовские сети (АБС). Несмотря на близкое родство АБС и БСД, несомненным преимуществом первых является предоставляемая возможность оперировать неточным (интервальными) оценками вероятностей. Такая неточность в данных может возникнуть по ряду причин, таких как разногласие экспертов в оценке вероятности некоторого события или же трудности точного перевода вербального описания вероятности события.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №15-01-09001-а и 18-01-00626-а).

Таким образом, большие данные вкупе с присутствующей в них неопределенностью порождают проблему нехватки ресурсов, возникающую при их обработке. Алгебраические байесовские сети предоставляют один из аппаратов (инструментов) для решения данной проблемы — АБС декомпозирует базу знаний на небольшие, тесно связанные между собой, наборы, называемые в теории фрагментами знаний. Такая декомпозиция дает возможность абстрагироваться от внутреннего строения фрагментов знаний при работе над глобальными структурными вопросами, но и порождает задачу иного рода — поддержание консистентности и целостности АБС. Таким образом мы можем не только локально работать с каждым отдельно взятым фрагментом знаний и осуществлять с ним некоторые манипуляции, но при этом проверять и поддерживать непротиворечивость различной степени подробности для вероятностных оценок ее элементов.

Основным аппаратом по получению новых знаний в теории алгебраических байесовских сетей является логико-вероятностный вывод. С его помощью можно не только обрабатывать поступающую новую информацию, но и на ее основе пересчитывать оценки уже имеющихся знаний. Ранее были получены строгие математические формулировки различных типов непротиворечивости оценок вероятностей АБС и дана функциональная формулировка каждой из степеней. С развитием программного комплекса и матрично-векторного аппарата логико-вероятностного вывода оказалось, что представление уравнений и задач линейного программирования через компоненты матриц и векторов дает более прозрачную картину исследуемой области и, более того, упрощает программную реализацию за счет использования таких библиотек как Math.NET. Целью данной работы является вывод матрично-векторной формы записи уравнений, описывающих различные степени непротиворечивости АБС, обзор программной реализации указанных алгоритмов и структуры классов, а также рассмотрение и анализа чувствительности уравнений локального логико-вероятностного вывода. Данная работа является расширенной и переработанной версией двух докладов на конференции FTI-2017, г. Ульяновск [5, 6].

1. Поддержание непротиворечивости

1.1 Виды непротиворечивости алгебраических байесовских сетей

Глобальная структура АБС [7] подразумевает связанность фрагментов знаний (ФЗ) между собой, где в качестве связующего звена выступают сепараторы — ФЗ, построенные над множеством конъюнктов, принадлежащим двум соединенным ФЗ. Работая с оценками вероятностей истинности элементов одного ФЗ нельзя гарантировать изолированность изменений оценок, так как любые изменения в оценках элементов, принадлежащих сепаратору немедленно применяются и ко второму ФЗ, соединяемому с данным указанным сепаратором. АБС с противоречащими друг другу оценками является непригодной к использованию, поэтому необходимо с большой аккуратностью проводить проверку непротиворечивости после каждого изменения, которое может повлечь нарушение непротиворечивости (пропагация свидетельства, изменение оценок ФЗ). Исследования показали, что целесообразно рассматривать несколько степеней непротиворечивости, каждая из которых дополняет множество условий предыдущей. Рассмотрим каждую из степеней, дадим описание и сформулируем уравнения, решение которых даст АБС с непротиворечивыми оценками вероятностей.

Пусть дана АБС с носителем $N = \bigcup_{i=1}^{i=n} C_i$, состоящая из ФЗ, построенных над идеалами конъюнктов с скалярными оценками вероятностей истинности элементов $\mathcal{N}^\circ = \{C\}_{i=1}^{i=n} = \{\langle C_i, \mathbf{P}_c^i \rangle\}_{i=1}^{i=n}$. C_i это i -й идеал конъюнктов, а $\mathbf{P}_c^i$ — соответствующий вектор оценок вероятностей истинности его элементов. Ниже мы будем использовать определения, введенные ранее работах [8, 9].

1.1.1 Локальная непротиворечивость

АБС является локально непротиворечивой, если каждый отдельно взятый ФЗ в сети непротиворечив.

Сформулируем данное утверждение на матрично-векторном языке. Условие непротиворечивости для одного фрагмента знаний записывается следующим образом: $\mathbf{P}_c \mathbf{I}_n \geq 0$. Тогда для множества фрагментов знаний, составляющих АБС условие локальной непротиворечивости запишется как

$$\text{Local}(\mathcal{N}^\circ) \equiv \forall \langle C_i, \mathbf{P}_c^i \rangle \in \mathcal{N}^\circ \quad \mathbf{P}_c^i \mathbf{I}_n \geq 0.$$

Локальная непротиворечивость накладывает самые «слабые» условия на оценки вероятностей и тем самым является самой легко достижимой, но при этом обеспечивает наименьшую степень согласованности данных в базе знаний. Данный тип непротиворечивости необходимо проверять только в том случае, когда элементы фрагментов знаний в базе данных содержатся таким образом, что конъюнкты, принадлежащие двум различным ФЗ хранятся по-отдельности.

1.1.2 Экстернальная непротиворечивость

Следующим рассматриваемым видом непротиворечивости является экстернальная непротиворечивость. Определение экстернально непротиворечивой АБС расширяет локальную непротиворечивость накладывая условия равенства оценок вероятностей конъюнктов, принадлежащих двум ФЗ. АБС является экстернально непротиворечивой, если она локально непротиворечива и оценки истинности конъюнкта, входящего в два и более ФЗ совпадают:

$$\begin{aligned} \text{External}(\mathcal{N}^\circ) \equiv & \text{Local}(\mathcal{N}^\circ) \\ & \& \quad \forall C_i, C_j \in \mathcal{N}^\circ \quad \forall \mathbf{P}_c^i[k], \mathbf{P}_c^j[m] \in C_i \cap C_j \quad \mathbf{P}_c^i[k] = \mathbf{P}_c^j[m]. \end{aligned}$$

В случае интервальных оценок вероятностей в ФЗ равенство оценок вероятностей подразумевает равенство нижней и верхней границ интервалов оценок. Данный вид непротиворечивости автоматически поддерживается в программных комплексах, где оценки совпадающих конъюнктов хранятся в единственном экземпляре, а ФЗ лишь ссылаются на список собственных конъюнктов.

1.1.3 Интернальная непротиворечивость

АБС является интернально непротиворечивой, если она локально непротиворечива и для любого конъюнкта для любого скалярного значения из интервала оценки его истинности можно выбрать такие оценки во всех ФЗ, что получившаяся АБС будет экстернально непротиворечивой.

$$\begin{aligned} \text{Internal}(\mathcal{N}^\circ) \equiv & \text{Local}(\mathcal{N}^\circ) \\ & \& \quad \forall c_i \in N \quad \forall \mathbf{P}_{c_i} \in [\mathbf{P}_{c_i}^-, \mathbf{P}_{c_i}^+] \quad \text{External}(\mathcal{N}^\circ | \mathbf{P}_{c_i}). \end{aligned}$$

1.1.4 Глобальная непротиворечивость

АБС является глобально непротиворечивой, если ее с имеющимися оценками можно погрузить в непротиворечивый объемлющий фрагмент знаний C и при этом оценки вероятностей $\mathbf{P}_c^i$ не изменятся:

$$\text{Global}(\mathcal{N}^\circ) \equiv \exists \langle C, \mathbf{P}_c \rangle : \mathbf{P}_c \mathbf{I}_n \geq 0 \ \& \ \forall f \in N \ \mathbf{P}_{cf} = \mathbf{P}_{Nf}.$$

Теперь, ознакомившись с определениями всех четырех типов непротиворечивости рассмотрим структуру программного комплекса, реализующего алгоритмы проверки и поддержания описанных видов непротиворечивости в АБС.

1.2 Программная реализация

Реализация алгоритмов непротиворечивости происходила в рамках модернизации математической библиотеки объемлющего проекта по работе с АБС, подробнее освещенном в работах [10, 11]. На момент постановки задачи инструментарий программного комплекса поддерживал обработку ФЗ.

1.2.1 Диаграмма классов

Для реализации алгоритмов поддержки непротиворечивости была разработана система классов, описывающих АБС, структура которых изображена на Рис. 1.

Рис. 1: Структура классов АБС

Класс ABNGlobalBase является абстракцией, от которой наследуются реализации АБС со скалярными и интервальными оценками. В нем же описаны основные методы поддержки непротиворечивости, которые будут реализованы в наследниках. Поскольку АБС обоих типов строятся над идентичными видами алфавита, то алфавит также объявлен в ABNGlobalBase. В то же время списки фрагментов знаний не описаны в базовом классе. Это объясняется тем, что

для создания этих списков используются различные по своей сути структуры: `IntervalConjKP` и `ScalarConjKP`, для которых нет возможности создать единого «родителя».

Класс `ABNGlobalScalar` является представлением АБС со скалярными оценками и содержит реализацию алгоритма поддержки непротиворечивости. В АБС данного типа из экстернальной следуют интернальная и глобальная непротиворечивости, поэтому необходимости в разработке всех трех методов нет. При вызове проверки любого типа происходит обращение к внутренней процедуре `CheckConsistency`, которая фактически реализует поддержку экстернальной непротиворечивости. Все три метода объявлены для того, чтобы АБС имели аналогичные структуры.

Для реализации непротиворечивости в АБС с интервальными оценками создан класс `ABNGlobalInterval`. На данный момент АБС считается ациклической, то есть из интернальной непротиворечивости следует глобальная, вследствие чего алгоритм поддержки последней не имеет должной реализации. Как временный вариант, до перехода проекта к обработке циклических АБС, метод `CheckGlobalConsistency` возвращает результат работы метода `CheckIntervalConsistency`.

Конструкторы АБС как со скалярными, так и с интервальными оценками, получают на вход алфавит, над которым будет построена сеть, и список ФЗ.

В обоих классах также реализованы внутренние методы, упрощающие проверку непротиворечивости. В некоторых случаях они совпадают для обоих типов АБС, поэтому содержатся и в `ABNGlobalBase`. Среди них такие методы, как:

- `protected List<int> GetLocalByGlobal(long knowlegePatternGlobalIndex, int localIndex)` — метод, позволяющий узнать глобальный индекс символа алфавита из ФЗ. Возвращает указанный индекс в виде списка 0 и 1.
- `protected string getElementNameByIndex(long knowlegePatternGlobalIndex, int localIndex)` — благодаря этому методу можно узнать имя конъюнкта из ФЗ, в том числе если он содержит несколько символов алфавита. Необходимость данного метода заключается в том, что ФЗ не позволяет получить доступ к последнему. При этом имена переменных активно используются в различных видах поддержания непротиворечивости.

Иные вспомогательные методы позволяют получать пересечение двух ФЗ (сепаратор), обновлять оценки вероятностей конъюнктов и выполнять другие элементарные алгоритмы.

1.2.2 Пример работы

Для проверки корректной работы модуля проверки непротиворечивости был разработан обширный спектр тестов, начиная от анализа простейших вспомогательных методов до проверки интернальной непротиворечивости в АБС с интервальными оценками. В работе приведены два примера работы алгоритмов поддержания непротиворечивости интервальной АБС, однако тесты для проверки непротиворечивости в АБС со скалярными оценками в данной статье не рассматриваются, что объясняется простотой проверки: методы поддержания непротиворечивости в них выдают только результат `true` или `false` и не возвращают уточненные оценки вероятностей элементов АБС, в отличие от интервальной. Примеры будут оформлены не в виде кода, но в более удобном для восприятия читателем стиле.

Рис. 2: Результат проверки экстеральной непротиворечивости

Для рассмотрения примера поддержания экстеральной непротиворечивости была взята АБС, состоящая из трех ФЗ: первый построен над атомами x_1, x_2 , второй — над x_2, x_3, x_4 , третий — над x_4, x_5 . В первом ФЗ все конъюнкты имеют оценки $[0.4; 0.6]$, во втором — $[0.2; 0.9]$, в третьем — $[0.3; 0.5]$. В результате поддержки экстеральной непротиворечивости оценки в АБС некоторые изменились. Поскольку метод возвращает только bool значение, показывающее, непротиворечива ли АБС, и не дает информации об изменении оценок, была произведена пошаговая отладка теста. Она позволила определить, как именно изменились оценки. Результат работы изображен на Рис. 2 и соответствует ожидаемому результату, полученному на основании теоретических выкладок.

Для проверки интеральной непротиворечивости использовалась АБС, представленная на Рис. 3. Данный пример интересен тем фактом, что в результате выполнения алгоритма должны измениться оценки в элементе $[0.5; 0.7]$ на $[0.5; 0.6]$. Как и в первом примере, была произведена пошаговая отладка, в результате которой было обнаружено, что оценки действительно меняются и в итоге получается АБС, изображенная на Рис. 3.

Рис. 3: Пример проверки интеральной непротиворечивости

2. Локальные структуры алгебраических байесовских сетей

В отличие от глобального случая рассмотрения структура АБС, в локальном случае мы рассматриваем сеть, как набор отдельных фрагментов знаний и выполняем операции, над одним конкретным фрагментом знаний из набора.

2.1 Фрагменты знаний

Для оперирования алгебраическими байесовскими сетями введем ряд формальных определений, которые необходимы для формализации задач логико-вероятностного вывода (ЛВВ).

Зафиксируем конечное множество атомарных пропозициональных формул — упорядоченный алфавит атомов $A = \{x_i\}_{i=0}^{n-1}$ [12]. Стоит отметить, что индексация атомов задает порядок в алфавите, который будет использован далее. Иными словами, алфавит атомов представляет собой набор элементарных высказываний экспертов о предметной области. Рассмотрим 3 набора пропозициональных формул, построенных над указанным алфавитом — идеал конъюнктов, идеал дизъюнктов и идеал квантов.

Первым обратим внимание на идеал конъюнктов [12]

$$C = \{x_{i_1}x_{i_2} \cdots x_{i_k} | 0 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq n-1, 0 \leq k \leq n\},$$

где $x_{i_1}x_{i_2} \cdots x_{i_k}$ означает конъюнкцию соответствующих переменных. Сам знак конъюнкции для удобства записи опустим. Идеал представляет собой все возможные конъюнкции атомов заданного алфавита, в том числе пустую конъюнкцию и сами атомы. Литерал $\tilde{x}_i$ означает, что на его месте в пропозициональной формуле может стоять либо x_i , либо его отрицание $\bar{x}_i$. Тогда определим второй набор атомов — идеал квантов над алфавитом $A = \{x_i\}_{i=0}^{n-1}$ [13]

$$Q = \{\tilde{x}_0\tilde{x}_1 \cdots \tilde{x}_{n-1}\}.$$

Таким образом, квант представляет собой конъюнкцию, которая для любой переменной из алфавита содержит либо ее саму, либо ее отрицание. С учетом заданного алфавита каждому кванту вида $\tilde{x}_0\tilde{x}_1 \cdots \tilde{x}_{n-1}$ можно сопоставить характеристический вектор, а этому вектору двоичное число, которое рассматривается как номер кванта (или другими словами индексирует квант).

Третий рассматриваемый нами в данной работе набор формул — идеал дизъюнктов [14]

$$\{x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \cdots \vee x_{i_k} | 0 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq n-1, 0 \leq k \leq n\},$$

где $x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \cdots \vee x_{i_k}$ означает дизъюнкцию соответствующих переменных. Идеал дизъюнктов содержит все возможные дизъюнкции атомов заданного алфавита, в том числе пустую дизъюнкцию и сами атомы.

Для каждого набора определим векторы вероятностей конъюнктов, дизъюнктов и квантов соответственно:

$$\mathbf{P}_c = \begin{pmatrix} 1 \\ p(c_1) \\ \vdots \\ p(c_{2^n-1}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ p(d_1) \\ \vdots \\ p(d_{2^n-1}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_q = \begin{pmatrix} p(q_0) \\ p(q_1) \\ \vdots \\ p(q_{2^n-1}) \end{pmatrix}.$$

Например, для фрагмента знаний, построенного над двумя атомами $\{x_1, x_2\} \subset A$, векторы вероятностей квантов, конъюнктов и дизъюнктов будут выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{P}_c = \begin{pmatrix} 1 \\ p(x_1) \\ p(x_2) \\ p(x_2x_1) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_q = \begin{pmatrix} p(\bar{x}_2\bar{x}_1) \\ p(\bar{x}_2x_1) \\ p(x_2\bar{x}_1) \\ p(x_2x_1) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_d = \begin{pmatrix} 0 \\ p(x_1) \\ p(x_2) \\ p(x_2 \vee x_1) \end{pmatrix}.$$

Заметим, что все три вектора можно выразить друг через друга (за счет преобразований через вектор квантов). Ниже приведены уравнения, выражающие связь вектора вероятностей конъюнктов и вектора вероятностей квантов [12]:

$$\mathbf{P}_q = \mathbf{I}_n \mathbf{P}_c, \quad \mathbf{P}_c = \mathbf{J}_n \mathbf{P}_q,$$

где $\mathbf{I}_n = \mathbf{I}_1^{[n]}$, $\mathbf{I}_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, а $\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_1^{[n]}$, $\mathbf{J}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, при этом $[n]$ — степень Кронекера (далее эта операция будет обозначаться как $\otimes$, что означает тензорное (прямое) произведение матриц). Теперь обратимся к вектору вероятностей дизъюнктов $\mathbf{P}_d$ и вспомогательному вектору $\mathbf{P}'_d = \mathbb{I} - \mathbf{P}_d$, где $\mathbb{I}$ — единичный вектор такой же длины, как и вектор $\mathbf{P}_d$. Для перехода между векторами вероятностей конъюнктов и дизъюнктов будем пользоваться полученными ранее формулами [14]:

$$\mathbf{P}_q = \mathbf{L}_n \mathbf{P}'_d, \quad \mathbf{P}_c = \mathbf{K}_n \mathbf{P}'_d,$$

$$\text{где } \mathbf{L}_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{[n]}, \quad \mathbf{K}_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{[n]}.$$

С точки зрения типов оценок вероятностей АБС могут быть двух видов — скалярные и интервальные [12]. Рассмотрим каждый из типов оценок на примере фрагмента знаний, сформированного над множеством пропозиций-квантов. В случае обработки скалярных оценок вероятностей преобразования будут производиться с фрагментов знаний $\langle C, \mathbf{P}_q \rangle$, а в случае интервальных оценок вероятностей с фрагментом знаний с интервальными оценками $\langle C, \mathbf{P}_q^-, \mathbf{P}_q^+ \rangle$, где C — носитель фрагмента знаний, то есть множество квантов, упорядоченных согласно принятой индексации. В случае фрагмента знаний с интервальными оценками допустимые значения вероятности $\mathbf{P}_q[i]$ лежат в закрытом интервале $[\mathbf{P}_q^-[i]; \mathbf{P}_q^+[i]]$. Здесь и далее обозначение $\mathbf{P}[i]$ подразумевает i -ю компоненту вектора $\mathbf{P}$.

2.2 Матрично-векторные уравнения задач апостериорного вывода

Для перехода к алгоритмам ЛВВ нам необходимо ввести понятие согласованного фрагмента знаний, так как все операции проводятся над непротиворечивыми (согласованными) данными [15]. Пусть задан фрагмент знаний со скалярными оценками $\langle C, \mathbf{P}_q \rangle$. Мы говорим, что он непротиворечив тогда и только тогда, когда существует вероятность p_F , заданная над множеством пропозициональных формул $F(A)$, такая что:

$$\forall c \in C \quad p_F(c) = p(c).$$

$F(A)$ обозначается множество всех пропозициональных формул над алфавитом A .

В случае с интервальным фрагментом знаний необходимо ввести два понятия — согласованный и согласуемый фрагмент знаний. Пусть задан фрагмент знаний с интервальными оценками $\langle C, \mathbf{P}_q^-, \mathbf{P}_q^+ \rangle$. Мы говорим, что он непротиворечив (согласован) тогда и только тогда, когда для любого элемента из носителя фрагмента знаний и любого $\varepsilon \in p(c)$ найдется функция $p_{c,\varepsilon} : C \rightarrow [0; 1]$ такая, что $p_{c,\varepsilon}(c) = \varepsilon$ и $(C, p_{c,\varepsilon})$ — непротиворечивый фрагмент знаний по прошлому определению.

Пусть задан фрагмент знаний с интервальными оценками $\langle C, \mathbf{P}_q^-, \mathbf{P}_q^+ \rangle$. Мы говорим, что он согласуем тогда и только тогда, когда существует непротиворечивый (согласованный) фрагмент знаний с интервальными оценками $[\mathbf{P}'_q, \mathbf{P}'_q]$

такой, что:

$$\forall c \in C \quad [\mathbf{P}_q^-, \mathbf{P}_q^+] \subseteq [\mathbf{P}_q^-, \mathbf{P}_q^+].$$

Для описания задачи апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях воспользуемся понятием свидетельства. Под свидетельством понимаются новые «обуславливающие» данные, которые поступают в фрагмент знаний и с учетом которых необходимо пересчитать все (или некоторые) оценки вероятностей [12]. В теории АБС различают 3 вида свидетельств: детерминированное, стохастическое и неточное [15]. Дадим определение каждому из указанных типов.

Под детерминированным свидетельством понимают предположение о том, что один или несколько атомов получили конкретные означивания. Заметим, что такое свидетельство можно разбить на «положительный» и «отрицательный» кванты. В первый входят все положительно означенные атомарные переменные свидетельства, а во второй — отрицательно. При этом и положительной, и отрицательной части можно сопоставить индекс, соответствующий десятичному представлению двоичного числа, являющегося характеристическим вектором соответствующей составляющей свидетельства.

Стохастическое свидетельство — это предположение о том, что над подыдеалом C' идеала C задан непротиворечивый фрагмент знаний со скалярными оценками вероятности истинности элементов.

Неточное свидетельство — предположение о том, что над подыдеалом C' задан непротиворечивый фрагмент знаний с интервальными оценками, который определяет вероятности истинности элементов соответствующего подыдеала.

Стоит отметить, что ключевым случаем является пропаганда детерминированного свидетельства, так как на основании предложенного в данном случае уравнения строится алгоритм пропаганды стохастического свидетельства, а также задача линейного программирования для случая неточного свидетельства, поэтому в данной работе внимание будет сфокусировано лишь на детерминированном свидетельстве.

Первая задача апостериорного вывода заключается в том, чтобы оценить вероятность поступления рассматриваемого свидетельства при уже заданных оценках вероятности истинности элементов фрагмента знаний.

Вторая задача апостериорного вывода заключается в том, чтобы переоценить условные вероятности истинности элементов фрагмента знаний при предположении, что имеет место быть свидетельство. Далее, положим, что в рассматриваемый фрагмент знаний поступило свидетельство $\langle c_i, c_j \rangle$. Ниже приведем один из уравнений для решения первой и второй задач апостериорного вывода для фрагментов знаний, построенных над идеалом конъюнктов, идеалом дизъюнктов и множеством пропозиций-квантов.

Сперва рассмотрим фрагмент знаний над пропозициями-квантами [13]. Решение первой задачи апостериорного вывода запишется следующим образом:

Утверждение 1.

$$p\langle c_i, c_j \rangle = (s^{(i,j)}, \mathbf{P}_q),$$

$$\text{где } \mathbf{s}^{(i,j)} = \tilde{\mathbf{s}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \tilde{\mathbf{s}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \tilde{\mathbf{s}}_0^{(i,j)} \quad \tilde{\mathbf{s}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{s}^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{s}^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{s}^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\mathbf{s}^+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{s}^- = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{s}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Уравнение для вектора вероятностей квантов нормированного апостериорного вывода выглядит следующим образом:

$$\mathbf{P}_q^{(i,j)} = \frac{\mathbf{H}^{(i,j)} \mathbf{P}_q}{(\mathbf{s}^{(i,j)}, \mathbf{P}_q)},$$

$$\text{где } \mathbf{H}^{(i,j)} = \tilde{\mathbf{H}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \tilde{\mathbf{H}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \tilde{\mathbf{H}}_0^{(i,j)} \quad \tilde{\mathbf{H}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{H}^+ & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{H}^- & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{H}^0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\mathbf{H}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для перехода к условным вероятностям конъюнктов, необходимо умножить полученный вектор на $\mathbf{J}_n$ [12]. Таким образом, получим решения первой задачи апостериорного вывода для ФЗ над идеалом конъюнктов [12]:

Утверждение 2.

$$p(c_i, c_j) = (\mathbf{r}^{(i,j)}, \mathbf{P}_c),$$

$$\text{причем } \mathbf{r}^{(i,j)} = \tilde{\mathbf{r}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \tilde{\mathbf{r}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \tilde{\mathbf{r}}_0^{(i,j)} \quad \tilde{\mathbf{r}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{r}^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{r}^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{r}^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\mathbf{r}^+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{r}^- = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{r}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

В принятых обозначениях решением второй задачи апостериорного вывода будет [12]:

$$\mathbf{P}_c^{(i,j)} = \mathbf{J}_n \frac{\mathbf{H}^{(i,j)} \mathbf{I}_n \mathbf{P}_c}{(\mathbf{s}^{(i,j)}, \mathbf{P}_q)}.$$

Введем матрицу перехода к условным вероятностям конъюнктов $\mathbf{T}^{(i,j)} = \mathbf{J}_n \mathbf{H}^{(i,j)} \mathbf{I}_n$.

Тогда полученное выше соотношение для решения второй задачи апостериорного вывода можно записать компактнее [12]:

$$\mathbf{P}_c^{(i,j)} = \frac{1}{(\mathbf{r}^{(i,j)}, \mathbf{P}_c)} \cdot \mathbf{T}^{(i,j)} \mathbf{P}_c,$$

где матрица $\mathbf{T}^{(i,j)}$ может быть вычислена по следующей формуле:

$$\mathbf{T}^{(i,j)} = \tilde{\mathbf{T}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \tilde{\mathbf{T}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \tilde{\mathbf{T}}_0^{(i,j)} \quad \tilde{\mathbf{T}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{T}^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{T}^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{T}^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\mathbf{T}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{T}^- = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{T}^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Наконец рассмотрим ФЗ над идеалом дизъюнктов. Решение первой задачи апостериорного вывода в таком случае будет следующее уравнение [14]:

Утверждение 3.

$$p\langle c_i, c_j \rangle = (\mathbf{d}^{(i,j)}, \mathbf{P}'_d),$$

$$\text{где } \mathbf{d}^{(i,j)} = \widetilde{\mathbf{d}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \widetilde{\mathbf{d}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \widetilde{\mathbf{d}}_0^{(i,j)} \quad \widetilde{\mathbf{d}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{d}^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{d}^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{d}^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\mathbf{d}^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{d}^- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{d}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично случаю с идеалом конъюнктов и множеством пропозиций-квантов решение второй задачи апостериорного вывода записано ниже:

$$\mathbf{P}'_{d^{(i,j)}} = \frac{\mathbf{M}^{(i,j)} \mathbf{P}'_d}{(\mathbf{d}^{(i,j)}, \mathbf{P}'_d)},$$

$$\text{где } \mathbf{M}^{(i,j)} = \widetilde{\mathbf{M}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \widetilde{\mathbf{M}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \widetilde{\mathbf{M}}_0^{(i,j)} \quad \widetilde{\mathbf{M}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{M}^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{M}^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{M}^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\mathbf{M}^+ = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M}^- = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M}^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.3 Чувствительность уравнений первой задачи апостериорного вывода над идеалом дизъюнктов

Анализ чувствительности является одним из критериев оценки математической модели [16]. Характеризуя степень колебания результата в зависимости от изменения входных данных, чувствительность имеет практическое предназначение и позволяют определить степень претенциозности к точности входных данных, что сказывается на количестве входных данных необходимых на вход соответствующему алгоритму для получения результата заданной точности.

Ниже мы рассмотрим анализ чувствительности первой задачи апостериорного вывода в случае ФЗ над идеалом дизъюнктов. Ранее уже были получены аналогичные результаты для ФЗ над идеалом конъюнктов и множеством пропозиций-квантов.

При анализе чувствительности уравнения первой задачи апостериорного вывода воспользуемся двумя метриками — метрикой v , действующая на векторах вероятностей истинности элементов ФЗ ($v(\mathbf{P}'_d, \widehat{\mathbf{P}}'_d)$) и метрикой d , действующая на оценках вероятности поступления свидетельства $\langle c_i, c_j \rangle$ — $d(p(\langle c_i, c_j \rangle), p(\langle c_i, c_j \rangle))$. Значительную роль играет выбор самих метрик, так как от него зависит дальнейшие преобразования и итоговый результат. Для множества векторов оценок вероятностей элементов идеала дизъюнктов выберем метрику $(v(\mathbf{P}'_d, \widehat{\mathbf{P}}'_d)) = \max_{i=0(1)2^{n-1}} |\mathbf{P}'_d[i] - \widehat{\mathbf{P}}'_d[i]|$, где $\mathbf{P}'_d[i]$ и $\widehat{\mathbf{P}}'_d[i]$ — скалярные величины. На множестве оценок вероятностей свидетельства рассмотрим следующую метрику:

$$d(p(\langle c_i, c_j \rangle), p(\langle c_i, c_j \rangle)) = d(p, \widehat{p}) = |p - \widehat{p}|.$$

Тогда исследование чувствительности сведется к рассмотрению зависимости величины $d(p(\langle c_i, c_j \rangle), p(\langle c_i, c_j \rangle))$ от допустимой вариации вероятностей истинности элементов ФЗ при поступлении допустимого свидетельства $\langle i, j \rangle$ (термин

«допустимый» в данном контексте подразумевает, что индексы i и j не превосходят наибольший индекс конъюнкта в рассматриваемом $\Phi 3$.

Перейдем к формулировке экстремальных задач и постановке задач линейного программирования (ЗЛП). Первой задачей является поиск супремума разницы оценок вероятностей поступившего свидетельства по метрике $d(d(p, \hat{p}))$ при вариации допустимых вероятностей элементов идеалов конъюнктов $\delta : v(\mathbf{P}'_d, \hat{\mathbf{P}}'_d) \leq \delta$, где допустимость $\mathbf{P}'_d$ и $\hat{\mathbf{P}}'_d$ описывается условиями непротиворечивости. Второй задачей, решаемой параллельно с данной будет задача определения указанного супремума при условии зафиксированного набора исходных оценок $\mathbf{P}'_d = \mathbf{P}'_d{}^o$. Две указанные задачи можно формализовать следующим образом:

$$\varepsilon = \sup_{\substack{\mathbf{L}_n \hat{\mathbf{P}}'_d \geq 0, \\ \mathbf{L}_n \mathbf{P}'_d \geq 0, \\ v(\mathbf{P}'_d, \hat{\mathbf{P}}'_d) \leq \delta}} d(p, \hat{p}) \quad \text{и} \quad \varepsilon = \sup_{\substack{\mathbf{L}_n \hat{\mathbf{P}}'_d \geq 0, \\ \mathbf{L}_n \mathbf{P}'_d{}^o \geq 0, \\ v(\mathbf{P}'_d{}^o, \hat{\mathbf{P}}'_d) \leq \delta}} d(p, \hat{p}).$$

Однако, отметим, что указанные выше задачи не являются по умолчанию ЗЛП. Для приведения данной задачи к ЗЛП необходимо привести все ограничения к линейному виду. Данное требование автоматически выполняется для условий непротиворечивости оценок $\Phi 3$ ($\mathbf{L}_n \mathbf{P}'_d \geq 0$ и $\mathbf{L}_n \hat{\mathbf{P}}'_d \geq 0$), а условие $v(\mathbf{P}'_d, \hat{\mathbf{P}}'_d) \leq \delta$ можно, в соответствии с выбранной метрикой v , расписать как $\max_{i=0(1)2^{n-1}} |\mathbf{P}'_d[i] - \hat{\mathbf{P}}'_d[i]| \leq \delta$ что, в свою очередь, преобразуется в систему линейных неравенств $\begin{cases} \mathbf{P}'_d[i] - \hat{\mathbf{P}}'_d[i] \leq \delta, \\ \mathbf{P}'_d[i] - \hat{\mathbf{P}}'_d[i] \geq -\delta, \end{cases} \quad i = 0(1)2^{n-1}$. Кроме того, наличие модуля в целевой функции $d(p, \hat{p}) = |p - \hat{p}|$ подразумевает одновременное решение ЗЛП для двух целевых функций $d(p, \hat{p}) = p - \hat{p}$ и $d(p, \hat{p}) = \hat{p} - p$. Суммируя все вышесказанное сформулированные выше задачи по оценке чувствительности сводятся к двум ЗЛП:

$$\varepsilon = \max_{\substack{\mathbf{L}_n \hat{\mathbf{P}}'_d \geq 0, \mathbf{L}_n \mathbf{P}'_d \geq 0, \\ v(\mathbf{P}'_d, \hat{\mathbf{P}}'_d) \leq \delta, \\ p(c_i, c_j) = (\mathbf{d}^{(i,j)}, \mathbf{P}'_d), \\ \hat{p}(c_i, c_j) = (\mathbf{d}^{(i,j)}, \hat{\mathbf{P}}'_d)}} \{p - \hat{p}, \hat{p} - p\} \quad \text{и} \quad \varepsilon(\mathbf{P}'_d{}^o) = \max_{\substack{\mathbf{L}_n \hat{\mathbf{P}}'_d \geq 0, \mathbf{L}_n \mathbf{P}'_d{}^o \geq 0, \\ v(\mathbf{P}'_d{}^o, \hat{\mathbf{P}}'_d) \leq \delta, \\ p(c_i, c_j) = (\mathbf{d}^{(i,j)}, \mathbf{P}'_d{}^o), \\ \hat{p}(c_i, c_j) = (\mathbf{d}^{(i,j)}, \hat{\mathbf{P}}'_d)}} \{p - \hat{p}, \hat{p} - p\}.$$

Приведенный выше подход является корректным с математической точки зрения, однако требует больших затрат на вычисление и решение ЗЛП. Однако порой оказывается важнее получить большой объем результатов пожертвовав при этом в некоторой мере их точностью. Кроме того, само построение ЗЛП и программирование указанных формул отнимает время. Приведем ниже утверждение, позволяющее с помощью алгебраических преобразований получить верхнюю оценку чувствительности.

Теорема 1. Оценка чувствительности первой задачи апостериорного вывода при поступлении детерминированного свидетельства в фрагмент знаний с скалярными оценками истинности к допустимой вариации оценок истинности элементов фрагмента знаний меньше либо равна произведению допустимой вариации оценок истинности на сумму элементов вектора для поступившего свидетельства:

$$d(p, \hat{p}) \leq \delta \sum_{i=0}^{2^{n-1}} \mathbf{d}^{(i,j)}[i].$$

Доказательство. Оценим $d(p, \hat{p})$:

$$\begin{aligned} d(p, \hat{p}) &= |\hat{p} - p| = \left| (\mathbf{d}^{(i,j)}, \hat{\mathbf{P}}'_d) - (\mathbf{d}^{(i,j)}, \mathbf{P}'_d) \right| = \left| (\mathbf{d}^{(i,j)}, \hat{\mathbf{P}}'_d - \mathbf{P}'_d) \right| \\ &= \left| \sum_{k=0}^{2^n-1} \mathbf{d}^{(i,j)}[k] (\hat{\mathbf{P}}'_d[k] - \mathbf{P}'_d[k]) \right| \leq \left| \sum_{k=0}^{2^n-1} \mathbf{d}^{(i,j)}[k] \delta \right| = \delta \left| \sum_{k=0}^{2^n-1} \mathbf{d}^{(i,j)}[k] \right|. \end{aligned}$$

Что и требовалось доказать. $\square$

Построив график зависимости разницы δ от вариации оценок вероятности истинности элементов ФЗ можно заметить, что кривая стремится к 1, что дает нам уверенность утверждать, что модель устойчива и ее использование корректно.

Заключение

Приведенные в работе алгоритмы, уравнения и теоремы всесторонне развивают аппарат логико-вероятностного вывода. Матрично-векторная формализация, предложенная для алгоритмов поддержания непротиворечивости, делает их прозрачнее и упрощает сравнение степеней непротиворечивости, а также упрощает программную реализацию за счет использования соответствующих структур и сторонних библиотек. Результаты в области локального апостериорного вывода, суммированные в данной работе, не только развивают локальные структуры АБС за счет матрификации и изучения альтернативных моделей ФЗ, но и создают задел для дальнейшего исследования глобального апостериорного вывода.

Одним из явных результатов использования матрично-векторной формы уравнений апостериорного вывода является упрощение анализа чувствительности. В работе приведен анализ первой задачи апостериорного вывода для ФЗ над идеалом дизъюнктов и сформулированы ЗЛП для нахождения оценок чувствительности. Полученная оценка чувствительности может быть в дальнейшем использована при исследовании чувствительности глобального вывода или чувствительности второй задачи апостериорного вывода. Результаты работы развивают теорию АБС в частности и область ВГМ в целом.

Список литературы

- [1] Kim G.Y., Lee S.M., Seong P.H. A methodology for a quantitative assessment of safety culture in NPPs based on Bayesian networks // Annals of Nuclear Energy. 2017. Vol. 102. Pp. 23–36. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2016.08.023>
- [2] Gharahbagheri H., Imtiaz S.A., Khan F. Root cause diagnosis of process fault using KPCA and Bayesian network // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2017. Vol. 56, № 8. Pp. 2054–2070. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.6b01916>
- [3] Xing F., Chen J., Zhao B., Jiang J., Tang A., Chen Y. Real role of β -blockers in regression of left ventricular mass in hypertension patients: Bayesian network meta-analysis // Medicine. 2017. Vol. 96, № 10. Article ID e6290. <https://doi.org/10.1097/MD.00000000000006290>

- [4] Kourou K., Papaloukas C., Fotiadis D.I. Integration of pathway knowledge and dynamic Bayesian networks for the prediction of oral cancer recurrence // IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics. 2017. Vol. 21, № 2. Pp. 320–327. <https://doi.org/10.1109/JBHI.2016.2636448>
- [5] Мальчевская Е.А., Золотин А.А., Тулупьев А.Л. Алгоритмы апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях: рафинирование матрично-векторного представления // Нечеткие системы и мягкие вычисления. Промышленные применения (FTI-2017): сборник научных трудов Первой Всероссийской научно-практической конференции. Ульяновск, 2017. С. 376–388.
- [6] Харитонов Н.А., Золотин А.А., Тулупьев А.Л. Глобальная непротиворечивость в алгебраических байесовских сетях: матрично-векторное представление условий непротиворечивости // Нечеткие системы и мягкие вычисления. Промышленные применения (FTI-2017): сборник научных трудов Первой Всероссийской научно-практической конференции. Ульяновск, 2017. С. 178–186.
- [7] Тулупьев А.Л., Столяров Д.М., Ментюков М.В. Представление локальной и глобальной структуры алгебраической байесовской сети в Java-приложениях // Труды СПИИРАН. 2007. № 5. С. 71–99.
- [8] Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В. Байесовские сети: Логико-вероятностный подход. СПб.: Наука, 2006. 607 с.
- [9] Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Николенко С.И. Байесовские сети доверия: логико-вероятностный вывод в ациклических направленных графах. СПб.: Из-во С.-Петерб. ун-та, 2009. 400 с.
- [10] Levenets D.G., Zotov M.A., Romanov A.V., Tulupyev A.L., Zolotin A.A., Filchenkov A.A. Decremental and incremental reshaping of algebraic Bayesian networks global structures // Proceedings of the First International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI'16). Sochi, 2016. Pp. 57–67.
- [11] Мальчевская Е.А., Золотин А.А. Логико-вероятностный вывод в АБС: архитектура и примеры использования программного комплекса на языке C# // Гибридные и синергетические интеллектуальные системы: материалы III Всероссийской Поспеловской конференции с международным участием. 2016. С. 181–187.
- [12] Тулупьев А.Л., Сироткин А.В., Золотин А.А. Матричные уравнения нормирующих множителей в локальном апостериорном выводе оценок истинности в алгебраических байесовских сетях // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2015. Т. 2, № 3. С. 379–386.
- [13] Золотин А.А., Тулупьев А.Л., Сироткин А.В. Матрично-векторные алгоритмы локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях над пропозициями-квантами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15, № 4. С. 676–684.
- [14] Zolotin A.A., Malchevskaia E.A. Matrix-vector algorithms of local posteriori inference in algebraic Bayesian networks on ideal of disjuncts // Proceedings

- of XIX International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2016). Saint-Petersburg, 2016. Pp. 31–34.
- [15] Тулупьев А.Л. Алгебраические байесовские сети: локальный логико-вероятностный вывод: учебное пособие. СПб.: СПбГУ, ООО Издательство «Анатолия», 2007. 80 с.
- [16] Dalir F., Motlagh M.S., Ashrafi K. Sensitivity analysis of parameters affecting carbon footprint of fossil fuel power plants based on life cycle assessment scenarios // Global Journal of Environmental Science and Management. 2017. Vol. 3, № 1. Pp. 75–88. <http://dx.doi.org/10.22034/gjesm.2017.03.01.008>

Образец цитирования

Золотин А.А., Мальчевская Е.А., Харитонов Н.А., Тулупьев А.Л. Локальный и глобальный логико-вероятностный вывод в алгебраических байесовских сетях: матрично-векторное описание и вопросы чувствительности // Нечеткие системы и мягкие вычисления. 2017. Т. 12, № 2. С. 133–150. <https://doi.org/10.26456/fssc29>

Сведения об авторах

1. Золотин Андрей Алексеевич

аспирант кафедры информатики Санкт-Петербургского государственного университета; стажер-исследователь лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Россия, 199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия ВО, д. 39, СПИИРАН.

2. Мальчевская Екатерина Андреевна

студент Санкт-Петербургского государственного университета; младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Россия, 199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия ВО, д. 39, СПИИРАН.

3. Харитонов Никита Алексеевич

студент Санкт-Петербургского государственного университета; младший научный сотрудник лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Россия, 199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия ВО, д. 39, СПИИРАН.

4. Тулупьев Александр Львович

профессор кафедры информатики Санкт-Петербургского государственного университета; заведующий лабораторией теоретических и междисциплинарных проблем информатики Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Россия, 199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия ВО, д. 39, СПИИРАН.

**LOCAL AND GLOBAL PROBABILISTIC-LOGIC INFERENCE
IN ALGEBRAIC BAYESIAN NETWORKS: A MATRIX-VECTOR
DESCRIPTION AND ISSUES OF SENSITIVITY**

Zolotin Andrey Alexeevich

PhD student at Informatics department, St. Petersburg State University;
Trainee-researcher at Theoretical and Interdisciplinary Informatics Problems
laboratory, St.Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian
Academy of Sciences
199178, Saint-Petersburg, 14-ya liniya VO, 39, SPIIRAS.

Malchevskaja Ekaterina Andreevna

Student, St. Petersburg State University;
Junior researcher at Theoretical and Interdisciplinary Informatics Problems
laboratory, St.Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian
Academy of Sciences
199178, Saint-Petersburg, 14-ya liniya VO, 39, SPIIRAS.

Kharitonov Nikita Alekseevich

Student, St. Petersburg State University;
Junior researcher at Theoretical and Interdisciplinary Informatics Problems
laboratory, St.Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian
Academy of Sciences
199178, Saint-Petersburg, 14-ya liniya VO, 39, SPIIRAS.

Tulupye Alexander Lvovich

Professor at Informatics department, St. Petersburg State University;
Head of Theoretical and Interdisciplinary Informatics Problems laboratory,
St.Petersburg Institute for Informatics and Automation
of the Russian Academy of Sciences
199178, Saint-Petersburg, 14-ya liniya VO, 39, SPIIRAS.

Received 12.10.2017, revised 13.12.2017.

Algorithms and equations for the probabilistic-logic inference of algebraic Bayesian networks are presented in the paper. All types of global consistency are considered and a matrix-vector formalization of consistency conditions is proposed. The paper summarizes results in local posterior inference for different kinds of knowledge patterns. Moreover in this paper we conduct a sensitivity analysis of first problem of a posterior inference for the knowledge pattern built over the ideal of disjuncts and formulate a linear programming problem to find the described estimates.

Keywords: probabilistic graphical models, algebraic Bayesian networks, probabilistic-logic inference, sensitivity analysis, consistency check.

Nechetkie Sistemy i Myagkie Vychisleniya [Fuzzy Systems and Soft Computing], 2017, vol. 12(2), pp. 133–150. <https://doi.org/10.26456/fssc29>

References

- [1] Kim G.Y., Lee S.M., Seong P.H. A methodology for a quantitative assessment of safety culture in NPPs based on Bayesian networks. *Annals of Nuclear Energy*, 2017, vol. 102, pp. 23–36. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2016.08.023>
- [2] Gharahbagheri H., Imtiaz S.A., Khan F. Root cause diagnosis of process fault using KPCA and Bayesian network. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2017, vol. 56(8), pp. 2054–2070. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.6b01916>
- [3] Xing F., Chen J., Zhao B., Jiang J., Tang A., Chen Y. Real role of β -blockers in regression of left ventricular mass in hypertension patients: Bayesian network meta-analysis. *Medicine*, 2017, vol. 96(10), article ID e6290. <https://doi.org/10.1097/MD.00000000000006290>
- [4] Kourou K., Papaloukas C., Fotiadis D.I. Integration of pathway knowledge and dynamic Bayesian networks for the prediction of oral cancer recurrence. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2017, vol. 21(2), pp. 320–327. <https://doi.org/10.1109/JBHI.2016.2636448>
- [5] Mal'chevskaya E.A., Zolotin A.A., Tulup'ev A.L. Algorithms of a posteriori output in algebraic Bayesian networks: refinement of a matrix-vector representation. *Nechetkie Sistemy i Myagkie Vychisleniya. Promyshlennye Primeneniya (FTI-2017): Sbornik Nauchnykh Trudov Pervoi Vserossiiskoi Nauchno-Prakticheskoi Konferentsii* [Fuzzy Technologies in the Industry (FTI-2017): Proceedings of the First All-Russian Scientific and Practical Conference]. Ulyanovsk, 2017. Pp. 376–388. (in Russian)
- [6] Kharitonov N.A., Zolotin A.A., Tulup'ev A.L. Global consistency in algebraic Bayesian networks: matrix-vector representation of consistency conditions. *Nechetkie Sistemy i Myagkie Vychisleniya. Promyshlennye Primeneniya (FTI-2017): Sbornik Nauchnykh Trudov Pervoi Vserossiiskoi Nauchno-Prakticheskoi Konferentsii* [Fuzzy Technologies in the Industry (FTI-2017): Proceedings of the First All-Russian Scientific and Practical Conference]. Ulyanovsk, 2017. Pp. 178–186. (in Russian)
- [7] Tulup'ev A.L., Stolyarov D.M., Mentyukov M.V. Representation of the local and global structure of an algebraic Bayesian network in Java applications. *Trudy SPIIRAN* [SPIIRAS Proceedings], 2007, no. 5, pp. 71–99. (in Russian)
- [8] Tulup'ev A.L., Nikolenko S.I., Sirotkin A.V. *Baiesovskie Seti: Logiko-Veroyatnostnyi Podkhod* [Bayesian Networks: The Logical-Probabilistic Approach]. Nauka Publ., St. Petersburg, 2006. 607 p. (in Russian)
- [9] Tulup'ev A.L., Sirotkin A.V., Nikolenko S.I. *Baiesovskie Seti Doveriya: Logiko-Veroyatnostnyi Vyvod v Atsiklicheskikh Napravlennykh Grafakh* [Bayesian Networks of Trust: a Logical-Probabilistic Derivation in Acyclic Directed Graphs]. St. Petersburg University Publ., St. Petersburg, 2009. 400 p. (in Russian)
- [10] Levenets D.G., Zotov M.A., Romanov A.V., Tulupyev A.L., Zolotin A.A., Filchenkov A.A. Decremental and incremental reshaping of algebraic Bayesian

- networks global structures. *Proceedings of the First International Scientific Conference "Intelligent Information Technologies for Industry" (IITI'16)*. Sochi, 2016. Pp. 57–67.
- [11] Mal'chevskaya E.A., Zolotin A.A. Logical-probabilistic conclusion in ABS: architecture and examples of the use of the program complex in C# language. *Gibridnye i Sinergeticheskie Intellektual'nye Sistemy: Materialy III Vserossiiskoi Pospelovskoi Konferentsii s Mezhdunarodnym Uchastiem* [Hybrid and Synergetic Intellectual Systems: Proceedings of the III All-Russian Pospelov Conference with International Participation], 2016, pp. 181–187. (in Russian)
- [12] Tulupyev A.L., Sirotkin A.V., Zolotin A.A. Matrix equations in a posteriori inference of truth estimates in algebraic Bayesian networks. *Vestnik St. Petersburg University. Mathematics*, 2015, vol. 48(3), pp. 168–174.
- [13] Zolotin A.A., Tulup'ev A.L., Sirotkin A.V. Matrix-vector algorithms for local a posteriori output in algebraic Bayesian networks over quantum propositions. *Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik Informatsionnykh Tekhnologii, Mekhaniki i Optiki* [Scientific and Technical Herald of Information Technologies, Mechanics and Optics], 2015, vol. 15(4), pp. 676–684. (in Russian)
- [14] Zolotin A.A., Malchevskaya E.A. Matrix-vector algorithms of local posteriori inference in algebraic Bayesian networks on ideal of disjuncts. *Proceedings of XIX International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2016)*. Saint-Petersburg, 2016. Pp. 31–34.
- [15] Tulup'ev A.L. *Algebraicheskie Baiesovskie Seti: Lokal'nyi Logiko-Veroyatnostnyi Vyvod: Uchebnoe Posobie* [Bayesian Networks: Local Logical-Probabilistic Derivation: Manual]. St. Petersburg University Publ., Anatoliya Publ., St. Petersburg, 2007. 80 p. (in Russian)
- [16] Dalir F., Motlagh M.S., Ashrafi K. Sensitivity analysis of parameters affecting carbon footprint of fossil fuel power plants based on life cycle assessment scenarios. *Global Journal of Environmental Science and Management*, 2017, vol. 3(1), pp. 75–88. <http://dx.doi.org/10.22034/gjesm.2017.03.01.008>

Citation

Zolotin A.A., Malchevskaya E.A., Kharitonov N.A., Tulupyev A.L. Local and global probabilistic-logic inference in algebraic bayesian networks: a matrix-vector description and issues of sensitivity. *Nechetkie Sistemy i Myagkie Vychisleniya* [Fuzzy Systems and Soft Computing], 2017, vol. 12(2), pp. 133–150. (in Russian). <https://doi.org/10.26456/fssc29>