Общероссийский математический портал

С. А. Кудрявцев, Классификация трехмерных исключительных логканонических гиперповерхностных особенностей. I, *Изв. РАН. Сер. матем.*, 2002, том 66, выпуск 5, 83–170

DOI: <https://doi.org/10.4213/im403>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.181.102

26 апреля 2023 г., 14:26:55

УДК 512.7

С. А. Кудрявцев

Классификация трехмерных исключительных логканонических гиперповерхностных особенностей. I

Описаны трехмерные исключительные строго логканонические гиперповерхностные особенности и дана подробная классификация трехмерных исключительных канонических гиперповерхностных особенностей при условии хорошей определенности.

Библиография: 27 наименований.

Введение

Одна из основных проблем бирациональной геометрии, возникающая в логпрограмме минимальных моделей, – это изучение полученных экстремальных стягиваний (особенностей), т.е. стягиваний $f: (X, D_X) \rightarrow (X', D_{X'})$, где дивизор $-(K_X + D_X)$ f -обилен и $\rho(X/X') = 1$. В трехмерном случае эта проблема остается нерешенной, кроме частного случая классификации неособых многообразий Фано, полученной В. А. Исковских более 20 лет назад. Одна из основных сложностей при решении данной проблемы – это отсутствие геометрической классификации особенностей. Первым шагом при построении классификации гладких многообразий Фано является нахождение “хорошего” элемента в антиканонической линейной системе $|-K_X|$. Наличие “хорошего” элемента для экстремального стягивания уже позволяет увидеть структуру стягивания (пример 0.2). Поэтому основную проблему, которой и будет посвящена настоящая работа, можно сформулировать следующим образом.

ПРОБЛЕМА 0.1. Найти “хороший” элемент в кратной антиканонической линейной системе для экстремального стягивания (особенности).

ПРИМЕР 0.2. 1) Рассмотрим малое экстремальное стягивание трехмерного терминального многообразия. Тогда существование дивизора с дювалевскими особенностями в линейной системе $|-2K_X|$ влечет существование флипа [6].

2) Если экстремальное стягивание трехмерного терминального многообразия является расслоением на коники, то существование дивизора с дювалевскими особенностями в антиканонической линейной системе $|-K_X|$ позволяет сразу получить полную локальную классификацию [15].

Наличие “хорошего” элемента тесно связано и с другими проблемами, например с автоморфизмами КЗ-поверхностей [24, п. 1.12] и с индексами горенштейновости строго логканонических особенностей (см. пример 1.8).

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ (грант № 02-01-00441), Ведущих научных школ (грант № 00-15-96085) и INTAS-OPEN (грант № 2000#269).

Сравнительно недавно В. В. Шокуров в работах [23], [24] предложил путь решения проблемы 0.1. Он состоит из двух частей:

- 1) индуктивного перехода от многообразий размерности n к многообразиям размерности $n - 1$;
- 2) разделения стягиваний на исключительные и неисключительные.

Сначала необходимо найти такой дивизор S на X или на некотором раздутии X , что пара $(S, \text{Diff}_S(D_X))$ будет логтерминальной по Кавамате и дивизор $-(K_S + \text{Diff}_S(D_X))$ окажется обильным. Тогда “хороший” дивизор для этой пары продолжается до “хорошего” дивизора на всем многообразии X .

Явление исключительности при изучении экстремальных стягиваний (особенностей) состоит в следующем:

- 1) если экстремальное стягивание неисключительное, то для него можно найти “хороший” дивизор из линейной системы $| -nK_X |$ для небольших значений n , например для двумерных логканонических особенностей $n \in \{1, 2\}$ [23, пример 5.2], а в трехмерном случае $n \in \{1, 2, 3, 4, 6\}$ [24, теорема 7.1];

- 2) исключительные стягивания являются “ограниченными”, и можно дать их подробное описание; например, в настоящей работе проверено, что трехмерные исключительные гиперповерхностные особенности имеют конечное число типов.

Регулярные, т.е. неисключительные экстремальные стягивания (особенности), вообще говоря, не поддаются детальной классификации уже в размерности три (например, в работе [13] показано, что невозможно перечислить уравнения нормальных форм всех трехмерных терминальных гиперповерхностных особенностей, т.е. самых простых трехмерных особенностей). С другой стороны, наличие дополнения минимального индекса позволяет разбить экстремальные стягивания (особенности) на семейства с общими свойствами.

Исключительные стягивания (особенности) поддаются детальной классификации, хотя и могут иметь большой индекс дополняемости.

В статье [17] было показано, что исключительность сохраняется при индуктивном переходе и, наоборот, из исключительности пары $(S, \text{Diff}_S(D_X))$ следует исключительность $(X/Z, D_X)$. Тем самым, стало возможным говорить об *индуктивном методе* классификации алгебраических многообразий.

Настоящая статья посвящена применению этого метода к гиперповерхностным особенностям. В работе классифицируются трехмерные исключительные канонические гиперповерхностные особенности. Для этого описываются соответствующие квазиоднородные части, потом строятся взвешенные чисто логтерминальные раздутия и исследуются на исключительность полученные логповерхности дель Пешо. В частности, находится минимальный индекс дополняемости. Также получена классификация трехмерных исключительных строго логканонических гиперповерхностных особенностей.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)$ – трехмерная исключительная каноническая (соответственно, строго логканоническая) гиперповерхностная особенность, заданная многочленом f . Тогда существуют биголоморфная замена координат $\psi: (\mathbb{C}^4, 0) \rightarrow (\mathbb{C}_{t,z,x,y}^4, 0)$ и единственный примитивный вектор $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такие, что выполняется одно из следующих условий.

1) Квазиоднородный многочлен $\tilde{f}_{\mathbf{p}} = (f \circ \psi)_{\mathbf{p}}$ задает исключительную каноническую (соответственно, строго логканоническую и каноническую вне $\mathbf{0}$) особенность $(X_{\mathbf{p}}, 0) \subset (\mathbb{C}_{t,z,x,y}^4, 0)$; в этом случае $\mathbf{p}$ -раздутие $\mathbb{C}^4$ индуцирует чисто логтерминальные раздутия $\varphi: (Y, E) \rightarrow (X, 0)$ и $\varphi_{\mathbf{p}}: (Y_{\mathbf{p}}, E_{\mathbf{p}}) \rightarrow (X_{\mathbf{p}}, 0)$, причем $(E, \text{Diff}_E(0)) = (E_{\mathbf{p}}, \text{Diff}_{E_{\mathbf{p}}}(0))$, т.е. эти особенности имеют один и тот же тип, в частности, одинаковый индекс дополняемости. Канонические особенности, удовлетворяющие условию хорошей определенности: $\text{Diff}_{E/\mathbb{P}(\mathbf{p})}(0) = 0$, классифицированы в теоремах 3.24, 3.29, в таблицах § 4, где указаны $\tilde{f}_{\mathbf{p}}$, $(E, \text{Diff}_E(0))$, минимальный индекс дополняемости, и в работе [27]. Канонические особенности, не удовлетворяющие условию хорошей определенности, классифицированы в работе [27]. Строго логканонические и канонические вне $\mathbf{0}$ квазиоднородные особенности согласно теореме 2.13 всегда являются исключительными (в любой размерности). В трехмерном случае $(E, \text{Diff}_E(0)) = (\tilde{f}_{\mathbf{p}} \subset \mathbb{P}(\mathbf{p}), 0)$ – КЗ-поверхность с дювалевскими особенностями и особенность $(X, 0)$ 1-дополняема.

2) Квазиоднородная часть имеет вид $\tilde{f}_{\mathbf{p}} = t^3 + g_2^2(z, x, y)$, где g_2 – неприводимый однородный многочлен степени 2. Для этого случая в теоремах 3.3 и 3.5 построено чисто логтерминальное раздутие и получена аналогичная классификация в зависимости от вида струй $\tilde{f}_5$ и $\tilde{f}_6$.

Для невырожденных строго логканонических особенностей было доказано, что они исключительны тогда и только тогда, когда они имеют чисто эллиптический тип $(0, d - 1)$, где d – размерность особенности [4]. Для невырожденных строго логканонических особенностей всегда можно выделить квазиоднородную логканоническую часть [19, теорема 3.5]. Поэтому в наших терминах эти особенности исключительны тогда и только тогда, когда квазиоднородная логканоническая часть задает каноническую вне $\mathbf{0}$ особенность (следствие 2.18). Исходя из этого, несложно получить список трехмерных исключительных строго логканонических особенностей. В настоящей работе он не приводится. Для изолированных особенностей список приведен в [26]. Этот список соответствует 95 семействам взвешенных КЗ-поверхностей, полученных Флетчером и Ридом в [2], [21, теорема 4.5]. Действительно, исключительный дивизор чисто логтерминального раздутия – это КЗ-поверхность.

Статья организована следующим образом: в § 1 собраны основные сведения и предварительные результаты, в § 2 рассмотрены квазиоднородные особенности, в § 3 доказана основная теорема и приведены пояснения к исследованию трехмерных канонических особенностей на исключительность, в § 4 приведены итоговые таблицы для особенностей с ненулевой квадратичной частью.

Автор очень признателен В. А. Исковских, Ю. Г. Прохорову, В. В. Шокурову за ценные советы и постоянный интерес к работе.

§ 1. Предварительные сведения и результаты

Все многообразия рассматриваются над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$. Основные определения, обозначения и понятия, использованные в статье, приведены в [7], [8], [20]. Строго логканоническими особенностями называются логканонические, не чисто логтерминальные особенности.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.1. $\mathbb{Q}$ -дивизор D называется *дивизором со стандартными коэффициентами*, если каждый его коэффициент имеет вид $(1 - 1/m)$ или 1, где $m \in \mathbb{N}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.2. Пусть $(X/Z \ni P, D)$ – стягивание многообразий. $\mathbb{Q}$ -дополнением для этого стягивания называется эффективный $\mathbb{Q}$ -дивизор D' такой, что $D' \geq D$, дивизор $K_X + D'$ логканоничен и $K_X + D' \sim_{\mathbb{Q}} 0$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.3. Пусть X – нормальное многообразие, а дивизор $D = S + B$ является субграницей, где S – его целая эффективная часть и $\lfloor B \rfloor \leq 0$. Дивизор $K_X + D$ называется *n -дополняемым*, если существует $\mathbb{Q}$ -дивизор D^+ , называемый *n -дополнением*, который удовлетворяет следующим требованиям:

- 1) $n(K_X + D^+) \sim 0$;
- 2) дивизор $K_X + D^+$ логканоничен;
- 3) $nD^+ \geq nS + \lfloor (n+1)B \rfloor$.

Инвариантность дополнений относительно логпрограммы минимальных моделей и их индуктивные свойства показаны в следующих трех теоремах.

ТЕОРЕМА 1.4 [23, лемма 5.4]. Пусть $f: X \rightarrow Z$ – бирациональное стягивание многообразий и дивизор D – субграница. Если пара $K_X + D$ n -дополняема, то пара $K_Z + f_*D$ также n -дополняема.

ТЕОРЕМА 1.5 [24, лемма 2.13]. Пусть $f: X \rightarrow Z$ – бирациональное стягивание многообразий и дивизор D – субграница. Предположим, что дивизор $K_X + D$ f -численно эффективен и дивизор f_*D имеет стандартные коэффициенты. Если пара $K_Z + f_*D$ n -дополняема, то пара $K_X + D$ также n -дополняема.

ТЕОРЕМА 1.6 [16, лемма 2.1]. Пусть (X, S) – чисто логтерминальная пара с приведенным дивизором $S \neq 0$, и пусть $f: X \rightarrow Z$ – проективный морфизм такой, что дивизор $-(K_X + S)$ f -численно эффективен и f -объемен. Тогда для заданного n -дополнения $K_S + \text{Diff}_S(0)^+$ пары $K_S + \text{Diff}_S(0)$ в окрестности слоя f , пересекающего S , существует n -дополнение $K_X + S + B$ пары $K_X + S$ такое, что $\text{Diff}_S(0)^+ = \text{Diff}_S(B)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.7. Пусть $(X/Z \ni P, D)$ – стягивание многообразий. При $\dim Z \neq 0$ стягивание называется *исключительным*, если для любого $\mathbb{Q}$ -дополнения D' существует не более одного дивизора E (не обязательно исключительного) такого, что $a(E, D') = -1$. При $\dim Z = 0$ логмногообразие называется *исключительным*, если для любого $\mathbb{Q}$ -дополнения D' пара (X, D') логтерминальна по Кавамате.

ПРИМЕР 1.8. 1) Если для особенности $(X \ni P)$ существует эффективный дивизор H такой, что пара (X, H) логканонична и $\lfloor H \rfloor \neq 0$, то особенность неисклyчительно. Поэтому трехмерная терминальная особенность неисклyчительно, так как в антиканонической линейной системе $|-K_X|$ существует дивизор с двувальевскими особенностями [22, п. 6.4]. Для четырехмерных терминальных особенностей это уже не верно [10].

2) Для строго логканонической исключительной особенности минимальный индекс дополняемости совпадает с индексом горенштейновости особенности [11, следствие 1.10]. Для трехмерных логканонических особенностей минимальный индекс дополняемости ограничен [24, теорема 7.1]. Гипотетически он не более 66. Для трехмерных исключительных строго логканонических особенностей это доказано в работах [5] и [3]. Для неисклЮчительных неизолИрованных особенностей индекс горенштейновости не ограничен [3, пример 5.1].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.9. Пусть $(X \ni P)$ – логканоническая особенность, и пусть $f: Y \rightarrow X$ – некоторое ее раздутие. Предположим, что исключительное множество f состоит только из дивизоров: $\text{Exc}(f) = E$. Тогда $f: (Y, E) \rightarrow (X \ni P)$ называется *чисто логтерминальным раздутием*, если дивизор $K_Y + E$ чисто логтерминален и $-E$ f -обилеи.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.10. Пусть $(X \ni P)$ – логканоническая особенность, и пусть $f: Y \rightarrow X$ – некоторое ее раздутие. Предположим, что исключительное множество f состоит только из дивизоров: $\text{Exc}(f) = E$. Тогда $f: (Y, E) \rightarrow (X \ni P)$ называется *логканоническим раздутием*, если дивизор $K_Y + E$ логканоничеи и $-E$ f -обилеи.

ЗАМЕЧАНИЕ 1.11. В определениях 1.9 и 1.10 неявно требуется, чтобы дивизор E был $\mathbb{Q}$ -картье. Отсюда многообразие Y имеет $\mathbb{Q}$ -горенштейновыи особенности.

ЗАМЕЧАНИЕ 1.12. В обозначениях определения 1.9 имеем следующие свойства чисто логтерминальных раздутий:

1) если многообразие X имеет логтерминальные особенности, то чисто логтерминальное раздутие всегда существует [11, теорема 1.5] и дивизор $-(K_Y + E)$ f -обилеи;

2) если многообразие X имеет строго логканонические особенности, то для исключительных особенностей чисто логтерминальное раздутие всегда существует [11, теорема 1.9] и $a(E, 0) = -1$;

3) если многообразие X является $\mathbb{Q}$ -факториальным, то Y также $\mathbb{Q}$ -факториально и $\rho(Y/X) = 1$ [17, замечание 2.2], отсюда следует, что в определении 1.9 для $\mathbb{Q}$ -факториального случая можно не требовать относительной обильности дивизора $-E$, так как она всегда имеет место;

4) пусть $f_i: (Y_i, E_i) \rightarrow (X \ni P)$ – два чисто логтерминальных раздутия; если E_1 и E_2 определяют одно и то же дискретное нормирование поля функций $\mathcal{K}(X)$, то раздутия f_1 и f_2 изоморфны [17, замечание 2.2];

5) в силу обращения присоединения дивизор $K_E + \text{Diff}_E(0)$ логтерминален по Кавамате; любое его n -дополнение продолжается до n -дополнения $K_Y + E$, следовательно, K_X также n -дополняем (см. теоремы 1.6 и 1.4).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.13. Логканоническая особенность $(X \ni P)$ называется *слабо исключительной*, если для нее существует ровно одно чисто логтерминальное раздутие (с точностью до изоморфизма).

Следующие теоремы показывают индуктивный переход от n -мерной исключительной (слабо исключительной) логтерминальной особенности $(X \ni P)$ к един-

ственному исключительному (слабо исключительному) логмногообразию Фано $(E, \text{Diff}_E(0))$ размерности $n - 1$, которое наследует дополняемость, и наоборот.

ТЕОРЕМА 1.14 [17, теорема 4.9]. Пусть $(X \ni P)$ – логтерминальная особенность и $f: (Y, E) \rightarrow (X \ni P)$ – чисто логтерминальное раздутие. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

- 1) особенность $(X \ni P)$ исключительна;
- 2) логмногообразие $(E, \text{Diff}_E(0))$ исключительно.

ТЕОРЕМА 1.15 [11, теорема 2.1]. Пусть $(X \ni P)$ – логтерминальная особенность и $f: (Y, E) \rightarrow (X \ni P)$ – чисто логтерминальное раздутие. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) $(X \ni P)$ – не слабо исключительная особенность;
- 2) существует эффективный $\mathbb{Q}$ -дивизор $D \geq \text{Diff}_E(0)$ такой, что $-(K_E + D)$ – обильный дивизор и пара (E, D) не логтерминальна по Кавамате;
- 3) существует эффективный $\mathbb{Q}$ -дивизор $D \geq \text{Diff}_E(0)$ такой, что $-(K_E + D)$ – обильный дивизор и пара (E, D) не логканонична.

Аналогично примеру слабо исключительной особенности (но не исключительной особенности), построенному в любой размерности [11, пример 2.4], можно построить пример исключительной особенности.

ПРИМЕР 1.16. Рассмотрим n -мерную каноническую гиперповерхностную особенность $(x_1^n + x_2^{n+1} + x_3^{n+1} + \dots + x_{n+1}^{n+1} = 0) \subset (\mathbb{C}^{n+1}, 0)$ и взвешенное раздутие $\mathbb{C}^{n+1}$ с весами $(n+1, n, n, \dots, n)$, которое индуцирует чисто логтерминальное раздутие данной особенности. Используя основные теоремы о взвешенных пространствах [2], нетрудно вычислить полученное логмногообразие Фано $(E, \text{Diff}_E(0))$ (см. также § 4):

$$\begin{aligned} \left(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2^{n+1} + \dots + \tilde{x}_{n+1}^{n+1} \subset \mathbb{P}(n+1, 1, \dots, 1), \frac{n-1}{n} \{ \tilde{x}_1 = 0 \} \right) = \\ = \left(\mathbb{P}^{n-1}, \frac{n-1}{n} Q_{n+1} \right), \end{aligned}$$

где Q_{n+1} – гладкая гиперповерхность в $\mathbb{P}^{n-1}$ степени $n+1$. Тем же способом, что и в работе [10], несложно проверить, что для $n \geq 3$ полученное логмногообразие является исключительным. Дивизор $\frac{n-1}{n} \{ \tilde{x}_1 = 0 \} + \frac{1}{n} \{ \tilde{x}_2 = 0 \}$ дает n -дополнение минимального индекса. Отсюда по критерию исключительности 1.14 данная особенность исключительна и согласно замечанию 1.12 n -дополняема.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1.17. Исключительная особенность является слабо исключительной. Если существует логканоническое, но не чисто логтерминальное раздутие, то особенность неисключительна.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Первое утверждение в общем случае доказано в [11, следствие 1.12]. Второе утверждение содержится в доказательстве [19, предложение 2.4]. Действительно, пусть $f: (Y, E) \rightarrow (X \ni P)$ – логканоническое раздутие, но не чисто логтерминальное раздутие. Далее можно считать, что $(X \ni P)$ – логтерминальная особенность, иначе все доказано. Так как $-(K_Y + E)$ f -обилён,

то линейная система $| -n(K_Y + E) |$ очень обильна над X для $n \gg 0$. Пусть $H \in | -n(K_Y + E) |$ – общий элемент. Положим $B = \frac{1}{n}f(H)$. По теореме Бертини дивизор $K_Y + E + \frac{1}{n}H$ логканоничен, но не чисто логтерминален. Так как $K_Y + E + \frac{1}{n}H \sim_{\mathbb{Q}} 0$, то пара (X, B) логканонична и неисклужительна.

Согласно [11, следствие 1.6, теорема 1.9] имеем

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1.18. *Пусть $f: (Y, E) \rightarrow (X \ni P)$ – чисто логтерминальное раздутие логканонической особенности. Предположим, что $\dim f(E) \geq 1$. Если $(X \ni P)$ – логтерминальная особенность, то она не является слабо исклужительной. Если $(X \ni P)$ – строго логканоническая особенность, то она является слабо исклужительной, но не исклужительной.*

ПРИМЕР 1.19 [23, пример 5.2]. Двумерные логтерминальные исклужительные особенности – это особенности типов $\mathbb{E}_6, \mathbb{E}_7, \mathbb{E}_8$. Их чисто логтерминальные раздутия – это раздутие центральной вершины графа минимального разрешения. Соответствующие им одномерные логмногообразия Фано $(E, \text{Diff}_E(0))$ – это $(\mathbb{P}^1, \frac{n_1-1}{n_1}P_1 + \frac{n_2-1}{n_2}P_2 + \frac{n_3-1}{n_3}P_3)$, где $(n_1, n_2, n_3) = (2, 3, 3), (2, 3, 4), (2, 3, 5)$ соответственно.

ПРИМЕР 1.20 [20, § 6]. Двумерные исклужительные строго логканонические исклужительные особенности – это следующие особенности: простые эллиптические особенности, особенности типов $\widehat{\mathbb{D}}_4, \widehat{\mathbb{E}}_6, \widehat{\mathbb{E}}_7, \widehat{\mathbb{E}}_8$. Их чисто логтерминальные раздутия – это раздутие центральной вершины графа минимального разрешения. Соответствующие им одномерные логмногообразия $(E, \text{Diff}_E(0))$ – это гладкая эллиптическая кривая, $(\mathbb{P}^1, \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_2 + \frac{1}{2}P_3 + \frac{1}{2}P_4)$ и $(\mathbb{P}^1, \frac{n_1-1}{n_1}P_1 + \frac{n_2-1}{n_2}P_2 + \frac{n_3-1}{n_3}P_3)$, где $(n_1, n_2, n_3) = (3, 3, 3), (2, 4, 4), (2, 3, 6)$ соответственно.

Итак, для двумерных исклужительных логтерминальных особенностей существует всего три типа индуцированных логмногообразий Фано, а для строго двумерных строго логканонических – пять типов. Подобный результат о конечности типов гипотетически верен для любой размерности. Для трехмерных гиперповерхностных особенностей это утверждение проверено в настоящей работе. Принципиальное отличие многомерных особенностей от двумерных особенностей состоит в том, что почти в каждом типе существует бесконечное число попарно не изоморфных особенностей.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.21. Напомним основную терминологию торической геометрии [14], которая используется далее. Пусть N – свободная абелева группа $\mathbb{Z}^n$ и M – ее двойственная решетка $\text{Hom}_{\mathbb{Z}}(N, \mathbb{Z})$. Обозначим $N \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ и $M \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ через $N_{\mathbb{R}}$ и $M_{\mathbb{R}}$ соответственно. Имеем билинейное спаривание $\langle \cdot, \cdot \rangle: N_{\mathbb{R}} \times M_{\mathbb{R}} \rightarrow \mathbb{R}$. Пусть σ – положительный октант $\mathbb{R}_{\geq 0}^n$ решетки $N_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}^n$ и $\sigma^{\vee}$ – его двойственный октант. Тогда $\mathbb{C}^n$ является торическим многообразием, соответствующим конусу σ . Для веера Δ в N соответствующее торическое многообразие обозначается через $T_N(\Delta)$. Пусть $\mathbf{p} \in N$ – примитивный вектор из одномерного конуса $\tau = \mathbb{R}_{\geq 0}\mathbf{p}$ в Δ ; тогда замыкание $\text{orb}(\mathbb{R}_{\geq 0}\mathbf{p})$ обозначается через $D_{\mathbf{p}}$, где $D_{\mathbf{p}}$ – дивизор на многообразии $T_N(\Delta)$.

Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – гиперповерхностная особенность, и пусть $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ – примитивный элемент в решетке N такой, что для некоторых i_1 и i_2 име-

ем $p_{i_1} > 0$, $p_{i_2} > 0$ (такой вектор $\mathbf{p}$ называется *весом*). Пусть $\varphi: \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbb{C}^n$ – раздутие с весом $\mathbf{p}$. Собственный прообраз X на многообразии $\mathbb{C}^n(\mathbf{p})$ обозначим через $X(\mathbf{p})$. Раздутие $\varphi: \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbb{C}^n$ и его ограничение $\varphi|_{X(\mathbf{p})}: X(\mathbf{p}) \rightarrow X$ будем называть *$\mathbf{p}$ -раздутием*. Исключительное множество $\varphi|_{X(\mathbf{p})}$ будем обозначать через $E_{\mathbf{p}}$. Исключительное множество $D_{\mathbf{p}}$ морфизма φ – это взвешенное проективное пространство $\mathbb{P}(\mathbf{p})$. Эти $\mathbf{p}$ -раздутия получаются разбиением конуса σ . Соответствующий веер состоит из граней конусов σ_i , где σ_i порождаются векторами $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{i-1}, \mathbf{p}, \mathbf{e}_{i+1}, \dots, \mathbf{e}_n$. Векторы $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n$ – это векторы $(1, 0, \dots, 0), \dots, (0, 0, \dots, 1)$ соответственно.

Моном $x_1^{m_1} \dots x_n^{m_n} \in \mathbb{C}[[x_1, x_2, \dots, x_n]]$ обозначается через x^m , где $m = (m_1, \dots, m_n) \in \mathbb{Z}^n = M$. Для ряда $f = \sum_m a_m x^m \in \mathbb{C}[[x_1, x_2, \dots, x_n]]$ выполнено $x^m \in f$, если $a_m \neq 0$. Для $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ и ряда f определим

$$\mathbf{p}(f) = \min_{x^m \in f} \langle \mathbf{p}, m \rangle.$$

Главную часть $\sum_{\langle \mathbf{p}, m \rangle = \mathbf{p}(f)} a_m x^m$ ряда f для $\mathbf{p}$ обозначим через $f_{\mathbf{p}}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.22. Для ряда $f = \sum_m a_m x^m \in \mathbb{C}[[x_1, x_2, \dots, x_n]]$ определим *многогранник Ньютона* $\Gamma_+(f)$ в $M_{\mathbb{R}}$ следующим образом:

$$\Gamma_+(f) = \text{Convex} \bigcup_{x^m \in f} (m + \sigma^{\vee}),$$

где Convex обозначает выпуклую оболочку. Множество внутренних точек $\Gamma_+(f)$ обозначается через $\Gamma_+(f)^0$. Для любой грани γ многогранника $\Gamma_+(f)$ определим

$$f_{\gamma} = \sum_{m \in \gamma} a_m x^m.$$

Особенность, заданная f , называется *невыврожденной*, если для каждой компактной грани γ многогранника Ньютона полином $f_{\gamma} = 0$ неособ вне множества $x_1 x_2 \dots x_n = 0$. В этом случае f называется *невыврожденным рядом*.

ТЕОРЕМА 1.23 [13]. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная гиперповерхностная особенность, определенная многочленом f . Если она каноническая или логканоническая, то $\mathbf{1} = (1, \dots, 1) \in \Gamma_+(f)^0$ или $\mathbf{1} \in \Gamma_+(f)$ соответственно. Обратное утверждение верно для невыврожденных особенностей.

Поясним, как будут изучаться *неизолированные гиперповерхностные особенности*.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.24. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – неизолированная гиперповерхностная особенность (возможно, ненормальная), определенная многочленом f . По предложению 1.18 исследовать на исключительность эту особенность можно в произвольно малой окрестности нуля $\mathcal{U}$. Например, для трехмерных логканонических особенностей это означает, что $(\text{Sing } X \setminus \{0\}) \cap \mathcal{U} \cong \bigsqcup_i \mathbb{C}_i^1$ – не линейно связанное объединение и вдоль каждой компоненты $X \cap \mathcal{U}$ изоморфно $\mathbb{C}^1 \times Y$, где Y – двумерная логканоническая гиперповерхностная особенность. В n -мерном случае

пусть $(\text{Sing } X \setminus \mathbf{0}) \cap \mathcal{U} \cong \bigcup_{i=1}^m (\mathcal{A}_i^{n_i} \setminus \mathbf{0})$, где $\mathcal{A}_i^{n_i}$ – неприводимые аффинные многообразия размерности n_i . Определим попарно различные аффинные многообразия $\{V_j^{n_j}\}$, где $n_j = \dim V_j^{n_j}$. Набор индексов $I_j \subset \{1, \dots, m\}$ называется *допустимым*, если

$$\emptyset \neq \bigcap_{i \in I_j} (\mathcal{A}_i^{n_i} \setminus \mathbf{0}) \not\subseteq \mathcal{A}_k^{n_k}, \quad k \notin I_j.$$

Для всех различных допустимых наборов I_j определим $V_j^{n_j} \stackrel{\text{def}}{=} \bigcap_{i \in I_j} \mathcal{A}_i^{n_i}$. Пусть $\mathfrak{a}_j$ – радикал идеала многообразия $V_j^{n_j}$ и $f_1, \dots, f_r$ – образующие $\mathfrak{a}_j$. Тогда имеет место разложение

$$f = \Phi_1(f_1, \dots, f_r)u_1(x_1, \dots, x_n) + \dots + \Phi_m(f_1, \dots, f_r)u_m(x_1, \dots, x_n),$$

где $u_i \notin \mathfrak{a}_j$ для всех i . По построению $V_j^{n_j}$ многообразие $\{u_1 = \dots = u_m = 0\}$ пусто или неособо. Обозначим $W_k = V_j \cap \{u_k = 0\}$ и повторим для неприводимых компонент непустых множеств W_k ту же процедуру, что и для $\mathcal{A}_i^{n_i}$. В итоге получим множества $W_{k,j}^{n_{k,j}} \subset V_j^{n_j}$, где n_k – их размерность. Для всех j имеем отображение $\psi: X \cap \mathcal{U} \rightarrow V_j^{n_j}$. По построению для всех точек $P_1, P_2 \in (V_j^{n_j} \setminus (\bigcup_k W_{k,j}^{n_{k,j}} \cup \mathbf{0})) \setminus (\bigcup_{i \neq j} V_i^{n_i})$ гиперповерхностные особенности размерности $n-1-n_j$, соответствующие $\psi^{-1}(P_1)$ и $\psi^{-1}(P_2)$, будут иметь один и тот же тип (разрешение) относительно диаграммы Ньютона, хотя не обязательно будут биголоморфны друг другу. Этот тип обозначим через $\mathcal{F}_j$. Аналогичное утверждение верно для отображения $\psi: X \cap \mathcal{U} \rightarrow W_{k,j}^{n_{k,j}}$ и множества $(W_{k,j}^{n_{k,j}} \setminus \mathbf{0}) \setminus \bigcup_{l \neq k} W_{l,j}^{n_{l,j}}$. Соответствующий тип обозначим через $\mathcal{F}_{j,k}$.

ПРИМЕРЫ 1.25. 1) Рассмотрим особенность $(x_1^2 + x_2^4 + (x_3^2 + x_4^3)^2 x_4 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^5, 0)$. Тогда $V_1^2 = \{x_1 = x_2 = x_3^2 + x_4^3 = 0\}$, $W_{1,1}^1 = V_1^2 \cap \{x_4 = 0\}$, $\mathcal{F}_1 = \{(y_1^2 + y_2^4 + y_3^2 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^3, 0)\}$, $\mathcal{F}_{1,1} = \{(y_1^2 + y_2^4 + y_3^2 y_4 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)\}$.

2) Рассмотрим особенность $(x_1^2 + x_2^3 + (x_3^5 + x_4^5)x_2^5 + x_3^3 x_4^3 x_5 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^5, 0)$. Тогда $V_1^1 = \{x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0\}$, $V_2^1 = \{x_1 = x_2 = x_3 = x_5 = 0\}$, $V_3^1 = \{x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = 0\}$, $\mathcal{F}_1 = \{(y_1^2 + y_2^3 + y_3^5 + y_4^5 + c y_3^3 y_4^3 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)\}$ и для различных значений c особенности могут быть не изоморфными, $\mathcal{F}_2 = \mathcal{F}_3 = \{(y_1^2 + y_2^3 + y_4^2 + y_3^3 y_4 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)\}$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1.26. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная неизолированная гиперповерхностная особенность. Она является терминальной вне $\mathbf{0}$, канонической вне $\mathbf{0}$, логканонической вне $\mathbf{0}$ тогда и только тогда, когда для всех j, k особенности $\mathcal{F}_j$ и $\mathcal{F}_{j,k}$ соответственно терминальные, канонические, логканонические.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Докажем предложение, например, для терминального случая. В определении 1.24 мы разбили $\text{Sing } X \setminus \mathbf{0}$ на “клетки”, каждая из которых имеет размерность не менее 1. Вдоль каждой клетки X имеет один и тот же тип особенности. Если некоторая $\mathcal{F}_j$ или $\mathcal{F}_{j,k}$ – не терминальная особенность, то при некотором раздутии с центром в соответствующей клетке получим исключительный дивизор с дискрепантностью не более нуля. Пусть $\mathcal{F}_j$ и $\mathcal{F}_{j,k}$ – терминальные особенности, а $(X, 0)$ – не терминальная вне $\mathbf{0}$ особенность. Тогда при логразрешении ψ существует исключительный дивизор E с дискрепантностью $a(E, 0) \leq 0$

такой, что $\dim \psi(E) \geq 1$. Общая точка P из $\psi(E)$ лежит в фиксированной клетке или $P \notin \text{Sing } X$. В обоих случаях имеем противоречие с тем, что $a(E, 0) \leq 0$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.27. Ненормальная гиперповерхностная особенность $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ называется *логканонической*, если пара $(\mathbb{C}^n, X)$ логканонична. Эта же особенность называется *логканонической вне $\mathbf{0}$* , если пара $(\mathbb{C}^n, X)$ логканонична вне $\mathbf{0}$. Последнее равносильно тому, что $\mathcal{F}_j$ и $\mathcal{F}_{j,k}$ имеют логканонические особенности.

§ 2. Квазиоднородные гиперповерхностные особенности

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.1. Пусть $f: (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$ – многочлен. Он называется *квазиоднородным степени d* , если существуют строго положительные рациональные числа $p_1, \dots, p_n$, называемые *весами*, такие, что для любого λ и всех $x_1, \dots, x_n$ выполнено равенство

$$f(\lambda^{p_1} x_1, \dots, \lambda^{p_n} x_n) = \lambda^d f(x_1, \dots, x_n). \quad (1)$$

Для квазиоднородных особенностей неотрицательные рациональные числа $p_1, \dots, p_n$, удовлетворяющие условию (1), также будут называться *весами*, а $d \neq 0$ – *степенью*.

В этом параграфе будем считать (не ограничивая общности), что $p_1, \dots, p_n, d$ – целые числа.

ЛЕММА 2.2. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – квазиоднородная гиперповерхностная особенность, определенная многочленом f . Если $\frac{\partial f}{\partial x_1}(\mathbf{x}) = \dots = \frac{\partial f}{\partial x_n}(\mathbf{x}) = 0$, то $f(\mathbf{x}) = 0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Многочлен f является квазиоднородным тогда и только тогда, когда $f \in I_{\nabla} f$, где $I_{\nabla} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$ – градиентный идеал [12]. Отсюда следует утверждение леммы.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2.3. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная квазиоднородная гиперповерхностная особенность с весами $p_1, \dots, p_n$ и степенью d , определенная многочленом f . Тогда:

- 1) если $\sum p_i \geq d + 1$ и особенность каноническая вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{1} \in \Gamma_+(f)^0$;
- 2) если $\sum p_i \geq d$ и особенность логканоническая вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{1} \in \Gamma_+(f)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть это не так, т.е. $\mathbf{1} \notin \Gamma_+(f)^0$ или $\mathbf{1} \notin \Gamma_+(f)$ соответственно. Тогда существует примитивный вектор $\mathbf{p}'$ из $\sigma^\vee$ такой, что плоскость $\Pi = \{l \in N_{\mathbb{R}} \mid \langle \mathbf{p}', l \rangle = \mathbf{p}'(f)\}$ является опорной для многогранника Ньютона, и эта плоскость содержит $\mathbf{1}$ или лежит над $\mathbf{1}$. Пусть $\varphi: \mathbb{C}^n(\mathbf{p}') \rightarrow \mathbb{C}^n - \mathbf{p}'$ -раздутие. Так как опорная плоскость Π параллельна хотя бы одной координатной оси, то по крайней мере одна из координат вектора $\mathbf{p}'$ равна нулю. Поэтому $\dim \varphi(D_{\mathbf{p}'}) \geq 1$. Рассматривая дискрепантность в первом случае, получаем, что $a(D_{\mathbf{p}'}, X) = \langle \mathbf{p}', \mathbf{1} \rangle - \mathbf{p}'(f) - 1 \leq -1$, а во втором случае она строго меньше -1 . Возникает противоречие соответственно с каноничностью вне $\mathbf{0}$ и логканоничностью вне $\mathbf{0}$.

Аналогично доказывается такое же утверждение для ненормальной особенности.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2.4. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – ненормальная квазиоднородная гиперповерхностная особенность с весами $p_1, \dots, p_n$ и степенью d , определенная многочленом f . Пусть $\sum p_i \geq d$ и особенность логканоническая вне 0 (см. определение 1.27); тогда $1 \in \Gamma_+(f)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.5. Для каждой гиперповерхностной особенности $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$, определенной многочленом f , существует веер Δ (построение веера см., например, в [25]), зависящий только от многогранника Ньютона $\Gamma_+(f)$ со следующими свойствами: многообразие $T_N(\Delta)$ – гладкое, и поэтому $\text{Diff}_{X(\Delta)}(0) = 0$, где $X(\Delta)$ обозначает собственный прообраз X на $T_N(\Delta)$. Если $(X, 0)$ – невырожденная особенность, то бирациональный морфизм $\psi: T_N(\Delta) \rightarrow \mathbb{C}^n$ является торическим логразрешением пары $(\mathbb{C}^n, X)$ [25]. Важность невырожденных особенностей состоит в существовании такого торического логразрешения. В любом случае назовем ψ *частичным логразрешением* и $K_{T_N(\Delta)} + X(\Delta) + E(\Delta) = \psi^*(K_{\mathbb{C}^n} + X)$.

Теперь предположим, что $f(x_1, \dots, x_n)$ является квазиоднородным многочленом. Выберем такие его веса $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$, что $p_i \neq 0$ для всех i .

ПРИМЕР 2.6. Если $(X, 0)$ – изолированная особенность, то ψ является ее вложенным торическим разрешением.

Рассмотрим два случая.

1. Пусть $(X, 0)$ – нормальная особенность, что эквивалентно требованию $\text{codim}_{\mathbb{C}^n} \text{Sing } X \geq 3$, т.е. $n_i \leq n - 3$ для всех i (см. определение 1.24). Тогда многообразие $X(\Delta)$ нормально и $K_{X(\Delta)} = \psi^* K_X + \sum a(E_i, 0)E_i$. Как и в примере 2.6, многообразие $X(\Delta)$ не может иметь изолированные особенности, поэтому $\text{Sing } X(\Delta) = \bigcup_{i \in I} \mathcal{A}_i^{n_i}$, где $\mathcal{A}_i^{n_i}$ – неприводимые компоненты и $\psi(\mathcal{A}_i^{n_i}) = \mathcal{A}_i^{n_i}$ (см. определение 1.24).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.7. Назовем $\mathcal{A}_i^{n_i}$ *невырожденной компонентой* особенности, если $i \notin I$; в противном случае $\mathcal{A}_i^{n_i}$ назовем *вырожденной компонентой* особенности. Распознать эти компоненты можно, например, следующим способом. Слегка изменим коэффициенты при мономах из f , чтобы особенность стала невырожденной. Если при этом компонента особенности сохранится, то она будет являться невырожденной, если не сохранится, то она – вырождена.

Другими словами, морфизм ψ является логразрешением в точности для невырожденных компонент особенности. Определим $\tilde{V}_j^{n_j}$, $\tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}}$ так же, как и $V_j^{n_j}$, $W_{k,j}^{n_{k,j}}$ в определении 1.24. Заметим, что $\psi(\tilde{V}_j^{n_j}) = V_j^{n_j}$, $\psi(\tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}}) = W_{k,j}^{n_{k,j}}$ и $\tilde{V}_j^{n_j}, \tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}} \not\subseteq \text{Exc}(\psi)$ для всех j, k .

ЛЕММА 2.8. Как и в определении 1.24, вдоль множеств

$$\tilde{V}_j^{n_j} \setminus \left(\left(\bigcup_k \tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}} \right) \cup \left(\bigcup_{i \neq j} \tilde{V}_i^{n_i} \right) \right), \quad \tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}} \setminus \bigcup_{l \neq k} \tilde{W}_{l,j}^{n_{l,j}}$$

особенности имеют тип $\mathcal{F}_j$, $\mathcal{F}_{k,j}$ соответственно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Исключительный дивизор, соответствующий $\mathbf{p}$ -раздутию, обозначим через $E_{\mathbf{p}}$. Необходимо показать, что тип гиперповерхностных особенностей в точке пересечения этих множеств с $E_{\mathbf{p}}$ будет тот же, т.е. особенность, заданная многочленом

$$\hat{f} = x_i^{-d} f(x_1 x_i^{p_1}, \dots, x_i^{p_i}, \dots, x_n x_i^{p_n}) = f(x_1, \dots, 1, \dots, x_n)$$

в окрестности $E_{\mathbf{p}}$, совпадет с особенностью, заданной f в окрестности $x_i = 1$. Для этого достаточно доказать, что $\frac{\partial \hat{f}}{\partial x_i}(\mathbf{x}) = 0$, где $\mathbf{x} \in S = \text{Sing}\{\hat{f} = 0\}$. Поскольку

$$\begin{aligned} \frac{\partial(x_i^d \hat{f})}{\partial x_i} &= \sum_{j \neq i} p_j \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_1 x_i^{p_1}, \dots, x_j x_i^{p_j-1}, \dots, x_n x_i^{p_n}) + p_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1 x_i^{p_1}, \dots, x_i^{p_i-1}, \dots, x_n x_i^{p_n}) \\ &= \frac{\partial(x_i^d f(x_1, \dots, 1, \dots, x_n))}{\partial x_i} = d x_i^{d-1} f(x_1, \dots, 1, \dots, x_n), \end{aligned}$$

то, подставляя произвольный вектор $\mathbf{x} = (x_1^0, \dots, 1, \dots, x_n^0) \in S$, получаем $p_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1^0, \dots, 1, \dots, x_n^0) = 0$, что и требовалось доказать.

В силу доказательства $\bigcup \text{Sing } E_i \subset \text{Sing } X(\Delta)$. Поэтому существует логразрешение $\varphi: \tilde{X} \rightarrow X(\Delta)$ такое, что $\dim \varphi(E) \geq 1$, где E – произвольная компонента из $\text{Exc}(\varphi)$, и центр каждого исключительного дивизора не лежит в $\bigcup \text{Sing } E_i$. Такое разрешение назовем *правильным*.

2. Пусть $(X, 0)$ – ненормальная приведенная особенность, т.е. $\text{codim}_{\mathbb{C}^n} \text{Sing } X \geq 2$ ($n_i \leq n - 2$ для всех i). Тогда имеем такое же определение *вырожденных и невырожденных компонент* особенности. Аналогично строится *правильное* логразрешение φ пары $(T_N(\Delta), X(\Delta) + E(\Delta))$ с тем же свойством: центр каждого исключительного дивизора не лежит в $\text{Sing } E(\Delta)$.

ТЕОРЕМА 2.9. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная квазиоднородная гиперповерхностная особенность с весами $p_1, \dots, p_n$ и степенью d , определенная многочленом f . Тогда:

- 1) $\sum p_i \geq d + 1$ и особенность каноническая вне $\mathbf{0}$ тогда и только тогда, когда $(X, 0)$ – каноническая особенность;
- 2) $\sum p_i \geq d$ и особенность логканоническая вне $\mathbf{0}$ тогда и только тогда, когда $(X, 0)$ – логканоническая особенность.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточность условий очевидна. Докажем необходимость. Пусть $\psi: T_N(\Delta) \rightarrow \mathbb{C}^n$ – частичное логразрешение (см. определение 2.5). Предположим, что выполнено условие 1) теоремы. Тогда по предложению 2.3 $\mathbf{1} \in \Gamma_+(f)^0$, отсюда $a_i(E_i, 0) \geq 0$ для всех i [13]. Так как $(X, 0)$ – каноническая особенность вне $\mathbf{0}$, то по предложению 1.26 $\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_{k,j}$ – канонические особенности. Отсюда следует, что многообразие $X(\Delta)$ имеет канонические особенности, следовательно, $(X, 0)$ – каноническая особенность. Предположим, что выполнено условие 2) теоремы. Аналогично имеем: $a(E_i, 0) \geq -1$, $\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_{k,j}$ – логканонические особенности и $X(\Delta)$ – логканоническое многообразие. Так как $\tilde{V}_j^{n_j}, \tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}} \notin \text{Exc}(\psi)$ для всех j, k , то, рассматривая правильное логразрешение, получаем, что $(X, 0)$ – логканоническая особенность.

ЗАМЕЧАНИЕ 2.10. Согласно теореме 2.9 и предложению 1.26 вопрос о виде конкретной квазиоднородной особенности сводится к исследованию особенностей $\mathcal{F}_i$ и $\mathcal{F}_{i,k}$ меньшей размерности.

Аналогично доказывается такой же критерий логканоничности для ненормальной особенности.

ТЕОРЕМА 2.11. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – ненормальная квазиоднородная гиперповерхностная особенность с весами $p_1, \dots, p_n$ и степенью d . Тогда $\sum p_i \geq d$ и особенность логканоническая вне $\mathbf{0}$ тогда и только тогда, когда $(X, 0)$ – логканоническая особенность.

ПРИМЕР 2.12. Рассмотрим особенности из примера 1.25. По теореме 2.9 первая особенность будет канонической, а вторая будет терминальной, так как для нее гиперплоское сечение $\{x_3 = x_5\}$ имеет канонические особенности и она терминальна вне $\mathbf{0}$.

ТЕОРЕМА 2.13. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная логканоническая квазиоднородная гиперповерхностная особенность с весами $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$, определенная многочленом f . Тогда:

1) если $(X, 0)$ – не каноническая вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{p}$ -раздутие является логканоническим, но не чисто логтерминальным раздутием, за исключением случая, описанного в примере 2.15, 1); в частности, в обоих случаях $(X, 0)$ – исключительная особенность;

2) если $(X, 0)$ – каноническая вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{p}$ -раздутие является чисто логтерминальным раздутием, если дополнительно предположить, что $(X, 0)$ имеет строго логканонические особенности, то $(X, 0)$ – исключительная особенность (ср. [19, предложение 3.3]).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\psi: \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbb{C}^n$ – $\mathbf{p}$ -раздутие. Тогда исключительное множество имеет вид

$$\text{Exc}(\psi|_{X(\mathbf{p})}) = E_{\mathbf{p}} = D_{\mathbf{p}} \cap X(\mathbf{p}) = \{f(x_1, \dots, x_n) \subset \mathbb{P}(p_1, \dots, p_n)\}.$$

Так как f – неприводимый многочлен, то $E_{\mathbf{p}}$ – неприводимое многообразие. Очевидно, что $-E_{\mathbf{p}}$ относительно обилен и $X(\mathbf{p})$ – нормальное многообразие. Рассмотрим частичное разрешение X , ему соответствует морфизм $\varphi: T_N(\Delta) \rightarrow \mathbb{C}^n(\mathbf{p})$. Имеем

$$\begin{array}{ccccc} T_N(\Delta) & \xrightarrow{\varphi} & \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) & \xrightarrow{\psi} & \mathbb{C}^n \\ \cup & & \cup & & \cup \\ \tilde{X} & \longrightarrow & X(\Delta) & \xrightarrow{\varphi|_{X(\Delta)}} & X(\mathbf{p}) & \xrightarrow{\psi|_{X(\mathbf{p})}} & X \end{array}$$

Тогда

$$K_{T_N(\Delta)} + X(\Delta) + D_{\mathbf{p}} = \varphi^*(K_{\mathbb{C}^n(\mathbf{p})} + X(\mathbf{p}) + D_{\mathbf{p}}) + \sum_{\mathbb{R}_{\geq 0} \mathbf{q} \in \Delta(1), \mathbf{q} \neq \mathbf{p}} \alpha_{\mathbf{q}} D_{\mathbf{q}}. \quad (2)$$

Дивизоры, соответствующие вектору $\mathbf{p}$ на многообразиях $T_N(\Delta)$ и $\mathbb{C}^n(\mathbf{p})$, обозначим одинаково через $D_{\mathbf{p}}$. Пусть примитивный вектор $\mathbf{q} \in \sigma_i$. Тогда из доказательства леммы 3.2 из [19] имеем

$$\alpha_{\mathbf{q}} = a(D_{\mathbf{q}}, X(\mathbf{p})) - \frac{q_i}{p_i} = \langle \mathbf{q}, 1 \rangle - \mathbf{q}(f) - \frac{q_i}{p_i} (\langle \mathbf{p}, 1 \rangle - \mathbf{p}(f)) - 1.$$

Предположим, что выполнено условие 1) теоремы. Тогда $\mathbf{1} \in \Gamma_+(f)$. Если $q_i = 0$, то $\alpha_{\mathbf{q}} = \langle \mathbf{q}, \mathbf{1} \rangle - \mathbf{q}(f) - 1 \geq -1$. Если $q_i > 0$, то определим вектор $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n)$ из пропорции $(q_1 : \dots : q_n) = (p_1 + a_1 : \dots : p_n + a_n)$. Тогда $a_i = 0$ и $a_j \geq 0$ для всех $j \neq i$. Подставим $\mathbf{q} = \frac{q_i}{p_i}(\mathbf{p} + \mathbf{a})$. Тогда $\alpha_{\mathbf{q}} = \frac{q_i}{p_i}(\langle \mathbf{a}, \mathbf{1} \rangle - \mathbf{a}(f)) - 1 \geq -1$.

ЛЕММА 2.14. $\text{Diff}_{X(\mathbf{p})}(0) = 0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Если $\text{codim}_{\mathbb{C}^n(\mathbf{p})} \text{Sing } \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) > 2$, то лемма доказана. Пусть $\text{codim}_{\mathbb{C}^n(\mathbf{p})} \text{Sing } \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) = 2$. Тогда возможны два случая.

1) $(p_1, \dots, p_{j-1}, p_{j+1}, \dots, p_n) = d > 1$ и $p_j \neq 0$. Отсюда $\psi(D_{\mathbf{p}}) = 0$.

Рассмотрим произвольную карту на многообразии $\mathbb{C}^n(\mathbf{p})$

$$U_k = \mathbb{C}_{y_1, \dots, y_n}^n / \mathbb{Z}_{p_k}(-p_1, \dots, -p_{k-1}, 1, -p_{k+1}, \dots, -p_n), \quad k \neq j.$$

Многообразие $X(\mathbf{p})$ задается в этой карте уравнением $f(y_1, \dots, y_{k-1}, 1, y_{k+1}, \dots, y_n) = 0$. Если $\text{Diff}_{X(\mathbf{p})}(0) \neq 0$, то для всех $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_{k-1}, 1, y_{k+1}, \dots, y_{j-1}, 0, y_{j+1}, \dots, y_n)$ имеем $f(\mathbf{y}) = 0$. Отсюда $f = x_j f'$, а это невозможно.

2) $p_i \neq 0$ для $i \in I$ и $p_i = 0$ для $i \notin I$, где $I \subset \{1, \dots, n\}$ и $2 \leq k = |I| \leq n - 1$. Отсюда $\dim \psi(D_{\mathbf{p}}) = n - k$.

В малой окрестности $\mathcal{U}$ общей точки $P \in \psi(D_{\mathbf{p}})$ многообразие X изоморфно $\mathbb{C}^{n-k} \times X'$. Морфизм ψ индуцирует $\mathbf{p}'$ -раздутия $\mathbb{C}^k(\mathbf{p}') \rightarrow \mathbb{C}^k$ и $X'(\mathbf{p}') \rightarrow X'$, где $p'_i = p_i$ для $i \in I$. По предыдущему пункту $\text{Diff}_{X'(\mathbf{p}')} (0) = 0$ и, следовательно, $\text{Diff}_{X(\mathbf{p})}(0) = 0$.

Из этой леммы и равенства (2) имеем

$$K_{X(\Delta)} + \tilde{E}_{\mathbf{p}} = \varphi^*(K_{X(\mathbf{p})} + E_{\mathbf{p}}) + \sum \alpha'_{\mathbf{q}} D'_{\mathbf{q}}, \quad \alpha'_{\mathbf{q}} \geq -1.$$

При правильном разрешении особенностей $\tilde{X} \rightarrow X(\Delta)$ все исключительные дивизоры для пары $(X(\Delta), \tilde{E}_{\mathbf{p}} - \sum \alpha'_{\mathbf{q}} D'_{\mathbf{q}})$ появятся с дискрепантностью не меньше -1 , так как $\tilde{V}_j^{n_j}, \tilde{W}_{k,j}^{n_{k,j}} \notin \text{Exc}(\psi \circ \varphi)$. Поскольку особенность не каноническая вне $\mathbf{0}$, то либо пара $(X(\mathbf{p}) + E_{\mathbf{p}})$ не чисто логтерминальна, либо имеем случай, описанный в примере 2.15, 1). По предложениям 1.17 и 1.18 особенность $(X, 0)$ неисклЮчительна.

Пусть выполнено условие 2) теоремы. Тогда достаточно показать, что при $q_i = 0$ дискрепантность $\alpha_{\mathbf{q}} = \langle \mathbf{q}, \mathbf{1} \rangle - \mathbf{q}(f) - 1$ больше -1 и $\langle \mathbf{a}, \mathbf{1} \rangle - \mathbf{a}(f) > 0$ при $q_i > 0$. Действительно, если $\alpha_{\mathbf{q}} = -1$, то при $\mathbf{q}$ - или $\mathbf{a}$ -раздутии имеем противоречие с каноничностью вне $\mathbf{0}$. Может так случиться, что $\mathbf{a}$ -раздутие не определено (см. определение 1.21). Тогда если $\mathbf{a}(f) = 0$, то теорема доказана, а если f — приводимый многочлен, то возникает противоречие с нормальностью особенности.

Предположим дополнительно, что $(X, 0)$ имеет строго логканонические особенности. Тогда $p_i \neq 0$ для всех i , иначе имеем противоречие с каноничностью вне $\mathbf{0}$, т.е. $\dim \psi(E_{\mathbf{p}}) = 0$. В силу [11, теорема 1.9] особенность $(X, 0)$ исключительна. Теорема полностью доказана.

ПРИМЕР 2.15. 1) Пусть $(X, 0)$ – нормальная квазиоднородная строго логканоническая неизолитованная особенность с весом $\mathbf{p}$. Пусть $\mathbf{p}$ -раздутие ψ является чисто логтерминальным и $p_i = 0$ хотя бы для одного i . Это означает, что существует ровно один индекс k , для которого особенность $\mathcal{F}_k$ строго логканоническая. Заметим, что особенность $\mathcal{F}_k$ исключительна, соответствующая компонента $\mathcal{A}_k^{n_k}$ невырождена и $\psi(E_{\mathbf{p}}) = \mathcal{A}_k^{n_k}$.

2) Пусть $(X, 0)$ – нормальная строго логканоническая гиперповерхностная особенность, заданная многочленом f . Пусть для $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ $(X_{\mathbf{p}}, 0) = (f_{\mathbf{p}} = 0, 0)$ является особенностью из п. 1). Тогда $\mathbf{p}$ -раздутие будет также чисто логтерминальным.

ПРИМЕР 2.16. Рассмотрим особенность $(x_1^2 + x_2^3 + x_3^6 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)$ с весами $\mathbf{p} = (3, 2, 1, a)$. Если $a = 0$, то $\mathbf{p}$ -раздутие является чисто логтерминальным. Если $a \neq 0$, то $\mathbf{p}$ -раздутие является логканоническим, но не чисто логтерминальным.

Для ненормальных особенностей можно доказать аналогичную теорему.

ТЕОРЕМА 2.17. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – ненормальная логканоническая квазиоднородная гиперповерхностная особенность с весами $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$, определенная многочленом f . Тогда после $\mathbf{p}$ -раздутия $\psi: \mathbb{C}^n(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbb{C}^n$ дивизор $K_{\mathbb{C}^n(\mathbf{p})} + X(\mathbf{p}) + D_{\mathbf{p}}$ будет логканоническим, но не чисто логтерминальным.

Из теоремы 2.13 имеем следующее важное следствие.

СЛЕДСТВИЕ 2.18. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная гиперповерхностная особенность, определенная многочленом f , и пусть $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$. Положим $(X_{\mathbf{p}}, 0) = (f_{\mathbf{p}} = 0, 0)$. Тогда:

- 1) если $(X_{\mathbf{p}}, 0)$ – каноническая (логканоническая) особенность, то $(X, 0)$ также каноническая (логканоническая) особенность;
- 2) для $\mathbf{p}$ -раздутий $\varphi: (X(\mathbf{p}), E_{\mathbf{p}}) \rightarrow (X, 0)$ и $\varphi_{\mathbf{p}}: (X_{\mathbf{p}}(\mathbf{p}), E'_{\mathbf{p}}) \rightarrow (X_{\mathbf{p}}, 0)$ имеем $(E_{\mathbf{p}}, \text{Diff}_{E_{\mathbf{p}}}(0)) = (E'_{\mathbf{p}}, \text{Diff}_{E'_{\mathbf{p}}}(0))$;
- 3) если $(X_{\mathbf{p}}, 0)$ – логканоническая особенность, не каноническая вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{p}$ -раздутие является логканоническим, но не чисто логтерминальным раздутием $(X, 0)$, кроме случая, описанного в примере 2.15, 2); в частности, $(X, 0)$ – неисклительная особенность;
- 4) если $(X_{\mathbf{p}}, 0)$ – логканоническая особенность, каноническая вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{p}$ -раздутие является чисто логтерминальным раздутием $(X, 0)$; если дополнительно предположить, что $(X, 0)$ имеет строго логканонические особенности, то $(X, 0)$ – исключительная особенность.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим деформацию $F_t = t^{-\mathbf{p}(f)} f(t^{p_1} x_1, \dots, t^{p_n} x_n)$. При $t = 0$ выполнено $F_0 = f_{\mathbf{p}}$, а при малых $t \neq 0$ деформация F_t имеет тип f . Пусть $(X_{\mathbf{p}}, 0)$ – логканоническая особенность; тогда по [9, лемма 7.1.3] пара $(\mathbb{C}^n, X_{\mathbf{p}})$ логканонична. Отсюда и из обращения присоединения и [9, следствие 7.8] следует первое утверждение. Утверждения 2) и 4) очевидны. Для доказательства утверждения 3) достаточно проверить, что пара $(\mathbb{C}^n(\mathbf{p}), X(\mathbf{p}) + D_{\mathbf{p}})$ логканонична. Рассмотрим ту же деформацию. При $t = 0$ из доказательства теоремы 2.13

пара $(\mathbb{C}^n(\mathbf{p}), X_{\mathbf{p}}(\mathbf{p}) + D_{\mathbf{p}})$ логканонична, поэтому из [9, следствие 7.8] получаем требуемое.

СЛЕДСТВИЕ 2.19. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ – нормальная логканоническая гиперповерхностная особенность, определенная многочленом f , и $(f_{\mathbf{p}} = 0, 0)$ – ненормальная логканоническая особенность для некоторого $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$. Тогда $\mathbf{p}$ -раздутие является логканоническим, но не чисто логтерминальным раздутием $(X, 0)$. В частности, $(X, 0)$ – неисключительная особенность.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Так как $f_{\mathbf{p}}$ – приведенный многочлен, то в каждой карте для $\mathbf{p}$ -раздутия [20, п. 3.2] легко проверить, что $\dim \text{Sing } X(\mathbf{p}) \leq n - 2$. Поэтому $X(\mathbf{p})$ будет нормальным многообразием. Дальнейшее рассуждение аналогично доказательству следствия 2.18 (с использованием теоремы 2.17).

ЗАМЕЧАНИЕ 2.20. Для невырожденных логканонических (соответственно, канонических) особенностей всегда существует $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такой, что $f_{\mathbf{p}}$ задает логканоническую (соответственно, каноническую) особенность [19, теорема 3.5].

§ 3. Трехмерные логканонические гиперповерхностные особенности

Приведем доказательство основной теоремы, сформулированной во введении.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОСНОВНОЙ ТЕОРЕМЫ. По теореме 3.2 (см. далее) исключительные строго логканонические (канонические) гиперповерхностные особенности делятся на два типа:

- 1) существует примитивный вектор $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такой, что $\tilde{f}_{\mathbf{p}} = (f \circ \psi)_{\mathbf{p}}$ задает строго логканоническую и каноническую вне $\mathbf{0}$ (каноническую) особенность;
- 2) $\tilde{f}_{\mathbf{p}} = t^3 + g_2^2(z, x, y)$, где g_2 – неприводимый однородный многочлен степени 2.

Исключительные особенности типа 2) классифицированы в теоремах 3.3 и 3.5. Рассмотрим особенности типа 1). Вектор $\mathbf{p}$ единственный. Если существуют два различных $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$, то согласно [19, лемма 4.1] они задают два разных логканонических раздутия (следствие 2.18). Поэтому по предложению 1.17 особенность $(X, 0)$ неисключительна. Итак, согласно следствию 2.18 $\mathbf{p}$ -раздутие $\varphi: (X(\mathbf{p}), E_{\mathbf{p}}) \rightarrow (X, 0)$ является чисто логтерминальным.

Пусть $\tilde{f}_{\mathbf{p}}$ определяет строго логканоническую особенность. Тогда по следствию 2.18 $(X, 0)$ – исключительная особенность. Так как $\dim \varphi(E_{\mathbf{p}}) = 0$ (см. [11, теорема 1.9]) и $\langle \mathbf{p}, 1 \rangle = \mathbf{p}(f)$, то $\text{Diff}_{E_{\mathbf{p}}/\mathbb{P}(\mathbf{p})}(0) = 0$ и $\text{Diff}_{E_{\mathbf{p}}}(0) = 0$. Отсюда $E_{\mathbf{p}}$ – поверхность с дювалевскими особенностями и $K_{E_{\mathbf{p}}} \sim 0$. В силу [2, лемма 1.4.1] $E_{\mathbf{p}}$ – особая КЗ-поверхность.

Пусть $\tilde{f}_{\mathbf{p}}$ определяет каноническую особенность. Тогда при предположении $\text{Diff}_{E_{\mathbf{p}}/\mathbb{P}(\mathbf{p})}(0) = 0$ такие особенности классифицированы в теоремах 3.24, 3.29 и в таблицах § 4. Обоснование этой классификации начинается с теоремы 3.6. Основная теорема доказана.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.1. Квазиоднородная гиперповерхностная особенность f принадлежит классу $\mathcal{M}_i$, если максимальная компактная грань многогранника Ньютона $\Gamma_+(f)$ имеет размерность i .

Следующая теорема разбивает исключительные трехмерные гиперповерхностные особенности на два типа.

ТЕОРЕМА 3.2. Пусть $(Z, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)$ – трехмерная исключительная каноническая (соответственно, строго логканоническая) гиперповерхностная особенность, заданная многочленом g . Тогда существуют биголоморфная замена координат $\psi: (\mathbb{C}^4, 0) \rightarrow (\mathbb{C}_{t,z,x,y}^4, 0)$ и примитивный вектор $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такие, что выполняется одно из следующих условий:

- 1) $\tilde{g}_{\mathbf{p}} = (g \circ \psi)_{\mathbf{p}}$ задает каноническую (соответственно, строго логканоническую и каноническую вне $\mathbf{0}$) особенность;
- 2) $\tilde{g}_{\mathbf{p}} = t^3 + g_2^2(z, x, y)$, где g_2 – неприводимый однородный многочлен степени 2.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим сначала канонические особенности. Если g – квазиоднородный многочлен, то все доказано. Возьмем $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такой, что $g_{\mathbf{p}} \in \mathcal{M}_3$, $\mathbf{1} \in \Gamma_+(g_{\mathbf{p}})^0$ и $\mathbf{p}(g) = 1$. Очевидно, что 2- или 3-струя $g_{\mathbf{p}}$ ненулевая. Поэтому если $g_{\mathbf{p}}$ – неприведенный многочлен, т.е. $g_{\mathbf{p}} = (g'_{\mathbf{p}})^k$, где $k \geq 2$, то, не ограничивая общности, считаем, что $g'_{\mathbf{p}} = t + g''$. После квазиоднородной замены $\psi: t \mapsto t - g''$ получим $\tilde{g} = g \circ \psi = t^k + \tilde{g}'$ и $\tilde{g}_{\mathbf{p}} = t^k$. Повторим описанную процедуру для $\tilde{g}$. Так как $\mathbf{1} \in \Gamma_+(g)^0$, то этот процесс оборвется. Итак, будем считать, что $g_{\mathbf{p}}$ – приведенный многочлен.

Пусть $(Z_{\mathbf{p}}, 0) = (\{g_{\mathbf{p}} = 0\}, 0)$ – ненормальная особенность. Тогда все компоненты $\mathcal{A}_i^2$ являются вырожденными (ср. [19, предложение 3.3]). Пусть $\mathcal{A}_j^2$ – невырожденная компонента. Тогда при частичном разрешении ψ существует исключительный дивизор E с дискрепантностью не более -1 такой, что $\psi(E) = \mathcal{A}_j^2$. Возникает противоречие с условием $\mathbf{1} \in \Gamma_+(g_{\mathbf{p}})^0$. Из следствия 2.19 вдоль некоторой компоненты $\mathcal{A}_k^2$ имеем ненормальные не логканонические особенности. В окрестности общей точки $\mathcal{A}_k^2$ имеем

$$Z_{\mathbf{p}} \cong \mathbb{C}_{f_1, f_2}^2 \times \{\Phi(f_1(t, z, x, y), f_2(t, z, x, y)) = 0\}, \quad \deg \Phi \geq 2.$$

Так как $\mathbf{1} \notin \Gamma_+(\Phi)$, 2- или 3-струя $g_{\mathbf{p}}$ ненулевая, то после квазиоднородной биголоморфной замены можно считать, что $f_1 = t$. Если $\text{mult}_0 f_2 = 1$, то несложно показать, что в f_2 входит моном x , либо y , либо z . После соответствующей квазиоднородной замены координат будем считать, что $\text{mult}_0 f_2 \geq 2$. Пусть $\Phi_{\mathbf{q}}$ – квазиоднородная часть Φ ($\mathbf{q}(\Phi) = 1$), которая определяет изолированную особенность. Тогда $\text{wt } z + \text{wt } x + \text{wt } y \leq 3 \cdot \frac{1}{2} \text{wt } f_2$ и равенство достигается, когда $f_2 = g_2$ – неприводимый однородный многочлен степени 2. Исходя из этого, решаем систему

$$\begin{cases} \text{wt } t + \text{wt } z + \text{wt } x + \text{wt } y > 1 \\ \text{wt } f_1 + \text{wt } f_2 < 1 \\ \text{wt } f_1, \text{wt } f_2 \in \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\} \cup (0, \frac{1}{3}) \end{cases}$$

и получаем, что $\Phi_{\mathbf{q}} = f_1^3 + f_2^2$. Отсюда $g_{\mathbf{p}} = t^3 u_1(t, z, x, y) + g_2^2 u_2(t, z, x, y)$. Так как $\mathbf{1} \in \Gamma_+(g_{\mathbf{p}})^0$, то u_1, u_2 – константы и имеет место случай 2) теоремы.

Пусть $(Z_{\mathbf{p}}, 0)$ – нормальная не каноническая особенность. Тогда по теореме 2.9 эта особенность не канонична вне $\mathbf{0}$. Аналогично, вдоль некоторой вырожденной компоненты $\mathcal{A}_k^1$ имеем не каноническую особенность $\Phi(f_1, f_2, f_3) = 0$. Если

$\text{mult}_0 f_i = 1$ для всех i , то произведем соответствующую замену и повторим процедуру. Пусть $\text{mult}_0 f_3 \geq 2$; тогда, рассматривая квазиоднородную часть Φ , имеем

$$\text{wt } t + \text{wt } z + \text{wt } x + \text{wt } y \leq \text{wt } f_1 + \text{wt } f_2 + \frac{1}{2} \text{wt } f_3 + \frac{1}{2} \text{wt } f_3 \leq 1.$$

Противоречие с построением $g_{\mathbf{p}}$.

Рассмотрим строго логканонические особенности. Аналогично выберем $\mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такой, что $g_{\mathbf{p}} \in \mathcal{M}_3$, $\mathbf{1} \in \Gamma_+(g_{\mathbf{p}})$ и $\mathbf{p}(g) = 1$. Более того, если $g_{\mathbf{p}}$ задает не логканоническую особенность вне $\mathbf{0}$, то $\mathbf{1} \in \Gamma_+(g_{\mathbf{p}})^0$. Поэтому применим те же рассуждения. Теорема доказана.

Следующая теорема описывает все исключительные (слабо исключительные) канонические особенности в случае 2) теоремы 3.2.

ТЕОРЕМА 3.3. Пусть $(X, 0) = (f = t^3 + g_2^2(z, x, y) + f'_{\geq 5}(z, x, y) = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)$ – каноническая особенность. Тогда существует чисто логтерминальное раздутие $\varphi: (Y, S) \rightarrow (X \ni 0)$ такое, что $(S, \text{Diff}_S(0)) = (\mathbb{F}_{10}, \frac{1}{2}H_1 + \frac{2}{3}H_2)$, где $\mathbb{F}_{10} = \mathbb{P}(10, 1, 1)$ – конус, H_1 и H_2 – его гиперплоские сечения. Более того, особенность $(X, 0)$ является исключительной (слабо исключительной) и 6-дополняемой тогда и только тогда, когда неприводимые множители ненулевой 5-струи f'_5 имеют кратности не более 3 (не более 4).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим $\mathbf{p}$ -раздутие $\phi: (X(\mathbf{p}), E) \rightarrow X$, где $\mathbf{p} = (4, 3, 3, 3)$. Тогда $(E, \text{Diff}_E(0)) = (t + g_2^2 \subset \mathbb{P}(4, 1, 1, 1), \frac{2}{3}\{t = 0\}) = (\mathbb{P}^2, \frac{4}{3}C)$, где C – неприводимая коника (см. определение 3.12). Дискрепантность $a(E, 0)$ равна нулю. Если 5-струя f' нулевая, то многочлен f в карте $\mathbb{C}_{t', z', x', y'}^4 / \mathbb{Z}_3(2, 1, 0, 0)$ имеет вид $t'^3 + g_2^2(1, x', y') + z'^6 f''$. Эта особенность не каноническая, поэтому 5-струя f' ненулевая. Теперь теорема доказывается перебором всех случаев для 5-струй.

Пусть $f = t^3 + g_2^2 + z^5 + f'_{\geq 6}(z, x, y)$. Имеем следующую картину:

Многообразие $X(\mathbf{p})$ в окрестности точек P_i (точки P_i имеют координаты $(0, 1, y_i)$ в $\mathbb{P}^2$, где $g_2(0, 1, y_i) = 0$) имеет вид

$$(t'^3 + \omega^2 + z'^5 x'^3 + x'^6 f'' = 0 \subset (\mathbb{C}_{t', \omega, z', x'}^4, 0)) / \mathbb{Z}_3(2, 0, 0, 1).$$

В зависимости от вида f' эта особенность может быть неизолитрованной вдоль кривых l_1 и l_2 , не лежащих на E . Подсчитывая инварианты, получаем, что многообразие $X(\mathbf{p})$ в окрестности точки P_i изоморфно многообразию

$$(x_1^2 x_4^5 + x_1 x_3^2 + x_2^3 + f''' = 0, 0) \subset (\mathbb{C}_{x_1, x_2, x_3, x_4}^4, 0).$$

Поверхность E задается уравнениями $\{x_1 = x_3 = 0\}$. Вдоль кривой C многообразие $X(\mathbf{p})$ имеет особенность cE_6 . Пусть H – общее гиперплоское сечение $X(\mathbf{p})$, проходящее через произвольную точку из $C \setminus \{P_1, P_2\}$, и $C' = E \cap H$. Тогда на минимальном разрешении H имеем следующий граф:

где $\tilde{C}'$ – собственный прообраз C' . Числа у вершин графа обозначают соответствующие им дискрепантности логпары (H, cC') . Отсюда видно, что логканонический порог этой пары равен $1/2$ и раздутие центральной вершины графа будет индуктивным раздутием пары $(H, \frac{1}{2}C')$ (см. [11, теорема 1.5]). Пусть $c = c(X(\mathbf{p}), E)$ – логканонический порог. В окрестностях точек P_1, P_2 пара $(X(\mathbf{p}), E)$ имеет одинаковые особенности, поэтому по теореме о связности [8, теорема 17.4] $\text{LCS}(X(\mathbf{p}), cE) = C$. Согласно доказанному выше $c = 1/2$.

Раздуем $\mathbb{C}^4(\mathbf{p})$ вдоль кривой C с весами $(6, 4, 3, 0)$. Тогда это раздутие индуцирует $\psi: \tilde{X}(\mathbf{p}) \rightarrow X(\mathbf{p})$ и имеем

$$K_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + \tilde{S} + \frac{1}{2}E_{\tilde{X}(\mathbf{p})} = \psi^* \left(K_{X(\mathbf{p})} + \frac{1}{2}E \right).$$

Очевидно, что f''' не влияет на вклеенную поверхность $\tilde{S} \cong \mathbb{F}_{10}$. В дальнейшем будет показано, что собственный прообраз $E_{\tilde{X}(\mathbf{p})}$ дивизора E можно стянуть в точку. Поэтому он будет пересекаться с $\tilde{S}$ по минимальному сечению. Имеем

$$\begin{aligned} \text{Diff}_{\tilde{S}} \left(\frac{1}{2}E_{\tilde{X}(\mathbf{p})} \right) &= \text{Diff}_{\tilde{S}}(0) + \frac{1}{2}E_{\tilde{X}(\mathbf{p})} \Big|_{\tilde{S}} = \frac{2}{3}l_{\infty} + \frac{1}{2}l_0 + \frac{2}{3}l'_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}l_{\infty} \\ &= \frac{5}{6}l_{\infty} + \frac{1}{2}l_0 + \frac{2}{3}l'_0, \end{aligned}$$

где l_{∞} – минимальное сечение, а l_0, l'_0 – различные нулевые сечения, которые пересекаются в двух точках с кратностью 5. Эти точки находятся над точками P_1 и P_2 . Очевидно, что логповерхность $(\tilde{S}, \text{Diff}_{\tilde{S}}(\frac{1}{2}E_{\tilde{X}(\mathbf{p})}))$ логтерминальна по Кавамате, т.е. ψ – индуктивное раздутие логканонической пары $(X(\mathbf{p}), \frac{1}{2}E)$. Пусть $L_{X(\mathbf{p})} \in | -n(K_{X(\mathbf{p})} + \frac{1}{2}E) |$ – общий элемент из очень обильной над X линейной системы ($n \gg 0$). Тогда дивизор $K_{X(\mathbf{p})} + \frac{1}{2}E + \frac{1}{n}L_{X(\mathbf{p})}$ логканоничен и численно тривиален над X . Имеем

$$K_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + \tilde{S} + \frac{1}{2}E_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + \frac{1}{n}L_{\tilde{X}(\mathbf{p})} = \psi^* \phi^* \left(K_X + \frac{1}{n}L_X \right),$$

где $L_X = \phi(L_{X(\mathbf{p})})$. Применим $(K_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + \tilde{S} + (\frac{1}{2} + \varepsilon)E_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + \frac{1}{n}L_{\tilde{X}(\mathbf{p})})$ -ПММ, $0 < \varepsilon \ll 1$. Так как $\rho(E_{\tilde{X}(\mathbf{p})}) = 1$, то на первом и единственном шаге имеем дивизориальное стягивание дивизора $E_{\tilde{X}(\mathbf{p})}$ в точку.

Итак, получили чисто логтерминальное раздутие $\varphi: (Y, S) \rightarrow (X \ni 0)$ и $(S, \text{Diff}_S(0)) = (\mathbb{F}_{10}, \frac{1}{2}H_1 + \frac{2}{3}H_2)$, где H_1 и H_2 – гиперплоские сечения конуса. Дивизор $K_S + \text{Diff}_S(0) + \frac{1}{6}l$ антибилен и не логтерминален по Кавамате, где l – образующая конуса, проходящая через точку пересечения (кратности 5) H_1 и H_2 . По теореме 1.15 особенность $(X, 0)$ не слабо исключительна.

Аналогично рассмотрим оставшиеся случаи для 5-струй f' . В этих случаях поверхность S не изменяется, H_1 и H_2 остаются гиперплоскими сечениями. Изменяются только кратности пересечений в точках H_1 и H_2 . Теперь теорема получается из следующей несложной леммы.

ЛЕММА 3.4. *Логповерхность дель Пеццо $(\mathbb{F}_{10}, \frac{1}{2}H_1 + \frac{2}{3}H_2)$ является исключительной (слабо исключительной) и 6-дополняемой тогда и только тогда, когда гиперплоские сечения H_1 и H_2 пересекаются во всех точках с кратностью не более 3 (не более 4).*

Следующая теорема описывает все исключительные строго логканонические особенности в случае 2) теоремы 3.2.

ТЕОРЕМА 3.5. *Пусть $(X, 0) = (f = t^3 + g_2^2(z, x, y) + f'_{\geq 5}(z, x, y) = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)$ – строго логканоническая особенность. Тогда струя f'_5 равна нулю и f'_6 не равна нулю. Особенность $(X, 0)$ является исключительной и 1-дополняемой тогда и только тогда, когда f'_6 не имеет неприводимого множителя кратности 6. В этом случае существует чисто логтерминальное раздутие $\varphi: (Y, S) \rightarrow (X \ni 0)$ такое, что $(S, \text{Diff}_S(0)) = (S, 0)$, где S – поверхность, полученная стягиванием сечения эллиптической поверхности $S' \rightarrow \mathbb{P}^1$ в дувалевскую особую точку $\mathbb{A}_1$ (кодировка размерности $\kappa(S') = 0$). Вырожденный слой S' всегда является эллиптической каспидальной кривой. Особые точки являются дувалевскими особенностями. Они могут лежать только в вершине каспа. В зависимости от неприводимых множителей f'_6 имеем следующие случаи: $12\mathbb{A}_0$, где 12 – число вырожденных слоев, а $\mathbb{A}_0$ – неособая точка; $2\mathbb{A}_2 + 8\mathbb{A}_0$; $4\mathbb{A}_2 + 4\mathbb{A}_0$; $6\mathbb{A}_2$; $2\mathbb{D}_4 + 6\mathbb{A}_0$; $2\mathbb{D}_4 + 2\mathbb{A}_2 + 2\mathbb{A}_0$; $4\mathbb{D}_4$; $2\mathbb{E}_6 + 4\mathbb{A}_0$; $2\mathbb{E}_6 + 2\mathbb{A}_2$; $2\mathbb{E}_8 + 2\mathbb{A}_0$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Доказательство аналогично доказательству теоремы 3.3. Рассмотрим $\mathbf{p}$ -раздутие $\phi: (X(\mathbf{p}), E) \rightarrow X$ такое, что $\mathbf{p} = (4, 3, 3, 3)$. Тогда $(E, \text{Diff}_E(0)) = (t + g_2^2 \subset \mathbb{P}(4, 1, 1, 1), \frac{2}{3}\{t = 0\}) = (\mathbb{P}^2, \frac{4}{3}C)$, где C – неприводимая коника. Дискрепантность $a(E, 0)$ равна нулю. Согласно теореме 3.3 $f'_5 = 0$. Если $f'_6 = 0$, то многочлен f в карте $\mathbb{C}_{t', z', x', y'}^4 / \mathbb{Z}_3(2, 1, 0, 0)$ имеет вид $t'^3 + g_2^2(1, x', y') + z'^9 f''$. Эта особенность не логканоническая, поэтому 6-струя f' ненулевая. Теперь теорема доказывается перебором всех случаев для 6-струй. Докажем теорему в двух случаях: $f'_6 = z^6 + f'_{\geq 7}(z, x, y)$, $f'_6 = z^5 x + f'_{\geq 7}(z, x, y)$, а остальные случаи разбираются аналогично.

Вдоль $C \setminus \bigcup P_i$ многообразие $X(\mathbf{p})$ имеет неизолированную строго логканоническую особенность $(x_1^3 + x_1 x_2^2 + x_2^3 = 0, 0) \subset (\mathbb{C}_{x_1, x_2, x_3, x_4}^4, 0)$. В первом случае

$i = 1, 2$ и многообразие $X(\mathbf{p})$ в окрестности точек P_i (точки P_i имеют координаты $(0, 1, y_i)$ в $\mathbb{P}^2$, где $g_2(0, 1, y_i) = 0$) имеет вид

$$(x_1^3 x_4^6 + x_1 x_3^2 + x_2^3 + f''' = 0, 0) \subset (\mathbb{C}_{x_1, x_2, x_3, x_4}^4, 0),$$

т.е. P_i являются центрами логканонических особенностей $X(\mathbf{p})$. Поэтому по определению особенность неисклЮчительна. Во втором случае $i = 1, 2, 3, 4$. Многообразие $X(\mathbf{p})$ в окрестности точек P_1, P_2 имеет вид

$$(x_1^3 x_4^5 + x_1 x_3^2 + x_2^3 + f''' = 0, 0) \subset (\mathbb{C}_{x_1, x_2, x_3, x_4}^4, 0),$$

а в окрестностях точек P_3, P_4 – вид

$$(x_1^3 x_4 + x_1 x_3^2 + x_2^3 + f''' = 0, 0) \subset (\mathbb{C}_{x_1, x_2, x_3, x_4}^4, 0).$$

Раздуем $\mathbb{C}^4(\mathbf{p})$ вдоль кривой C с весами $(1, 1, 1, 0)$. Тогда это раздутие индуцирует $\psi: \tilde{X}(\mathbf{p}) \rightarrow X(\mathbf{p})$ и имеем $K_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + S' = \psi^* K_{X(\mathbf{p})}$. Очевидно, что f''' не влияет на вклеенную эллиптическую поверхность $S' \rightarrow \mathbb{P}^1$. Легко проверяется, что над точками P_i находятся вырожденные слои. Поверхность S' имеет особенности $\mathbb{E}_8$ в слоях для $i = 1, 2$. Дивизор $K_{X(\mathbf{p})} + S'$ чисто логтерминален. Применим $(K_{\tilde{X}(\mathbf{p})} + S' + \varepsilon E_{\tilde{X}(\mathbf{p})})$ -ПММ, $0 < \varepsilon \ll 1$. Так как $\rho(E_{\tilde{X}(\mathbf{p})}) = 1$, то на первом и единственном шаге имеем дивизориальное стягивание дивизора $E_{\tilde{X}(\mathbf{p})}$ в точку. Итак, получили искомое чисто логтерминальное раздутие $\varphi: (Y, S) \rightarrow (X \ni 0)$.

Согласно доказательству основной теоремы произведем классификацию трехмерных исключительных квазиоднородных канонических особенностей. Процесс классификации состоит из двух частей.

1. Классификация квазиоднородных многочленов. Каждому такому многочлену поставим в соответствие его вес $\mathbf{p}$. Из основной теоремы вектор $\mathbf{p}$ определен однозначно. Будет показано, что существует конечное число весов и, следовательно, конечное число типов исключительных особенностей.

2. Исследование полученных особенностей на исключительность и нахождение среди всех дополнений дополнения минимального индекса.

ТЕОРЕМА 3.6 [21]. Пусть $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^4, 0)$ – каноническая гиперповерхностная особенность, заданная многочленом f , и пара (X, H) не логканонична для любого гиперплоского сечения H . Тогда f принадлежит одному из следующих типов:

- (Y₁) $f = t^2 + z^3 + z f_1(x, y) + f_2(x, y)$, где $\deg f_1 \geq 5$, $\deg f_2 \geq 7$;
- (Y₂) $f = t^2 + f'(z, x, y)$, где $\deg f' \geq 4$ и 4-струя ненулевая;
- (Y₃) $f = t^2 + f'(z, x, y)$, где $\deg f' \geq 5$ и 5-струя ненулевая;
- (Y₄) ранг квадратичной части f равен 0 и 3-струя ненулевая.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.7. Будем придерживаться следующих обозначений: $(X, 0) = (f(t, z, x, y) = 0, 0) \subset (\mathbb{C}_{t,z,x,y}^4, 0)$ – трехмерная каноническая квазиоднородная гиперповерхностная особенность. Поскольку необходимо классифицировать исключительные особенности, то можно считать (пример 1.8), что пара (X, H) , где H – произвольное гиперплоское сечение, всегда не логканонична.

Классификацию квазиоднородных частей будем проводить методом “вращения линейки Ньютона” [1, § 11]. Для этого сначала выделим часть типа $\mathcal{M}_2$ (см. определение 3.1), а затем с помощью простейшей компьютерной программы получим искомый список квазиоднородных особенностей. Поэтому основная задача заключается в нахождении частей типа $\mathcal{M}_2$.

Рассмотрим сначала особенности типа Υ_1 . Следующая теорема описывает эти особенности.

ТЕОРЕМА 3.8. *Все исключительные канонические квазиоднородные особенности типа Υ_1 получаются при вращении плоскости в пространстве $\mathbb{C}_{z,x,y}^3$, проходящей через моном z^3 и один из следующих мономов: $x^7, x^8, x^7y, x^9, x^8y, x^7y^2, x^{10}, x^9y, x^8y^2, x^7y^3, x^{11}, x^{10}y, x^9y^2, x^8y^3, x^7y^4$ и $zx^5, zx^5y, zx^7, zx^6y, zx^5y^2$. Ограничения на вращение: вес переменной x больше веса переменной y ($\text{wt } x \geq \text{wt } y$) и точка $\mathbf{2} = (2, 2, 2)$ лежит над плоскостью (теорема 2.9).*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Заметим, что моном zx^6 не входит в список, так как мономы z^3, zx^6, x^9 лежат на одной прямой. Для удобства выберем веса квазиоднородности f такими, чтобы квазиоднородная степень стала равной 1. В формулировке теоремы выписаны мономы x^m вида $zx^a y^b$, $x^a y^b$, удовлетворяющие следующим условиям: $a \geq b$; $\text{wt } x \geq \text{wt } y$; $\text{wt } x + \text{wt } y > \frac{1}{6}$ (теорема 2.9); особенность, заданная $t^2 + z^3 + x^m$, не логканонична. Докажем, что эти мономы задают все особенности. Пусть квазиоднородный многочлен f задает исключительную особенность $(X, 0)$ типа Υ_1 и ни один из его мономов не принадлежит списку (в этом случае $\text{wt } x > \text{wt } y$). Пусть $zx^{a_1} y^{b_1}$ – моном минимальной степени из $f_1(x, y)$, а $x^a y^b$ – моном минимальной степени из $f_2(x, y)$. Так как $\text{wt } x > \text{wt } y$, то в этих мономах степень x является наибольшей по сравнению с оставшимися мономами, а степень y , наоборот, минимальной. Если $f_1 = 0$ или $f_2 = 0$, то $f' = t^2 + z^3 + x^a y^b$ (или $+zx^{a_1} y^{b_1}$) определяет неисклнучительную логканоническую особенность, так как для нее существуют два различных вектора из $N_{\mathbb{R}}$ (см. доказательство основной теоремы). Взяв $\mathbf{p} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{a}, 1)$ или $\mathbf{p} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3a_1}, 1)$, имеем $f_{\mathbf{p}} = f'$. Следовательно, $(X, 0)$ – неисклнучительная особенность. Поэтому имеем следующие четыре случая и докажем, что они невозможны.

Случай 1. $f' = t^2 + z^3 + x^a y^b$ и $f'' = t^2 + z^3 + zx^{a_1} y^{b_1}$ задают не логканонические особенности. Тогда эти особенности не логканоничны вне $\mathbf{0}$ вдоль $\{t = z = y = 0\}$. Поэтому $(X, 0)$ не логканонична вне $\mathbf{0}$ вдоль $\{t = z = y = 0\}$. Противоречие.

Случай 2. $f' = t^2 + z^3 + x^a y^b$ задает не логканоническую особенность (т.е. $a < b$ и $b \geq 7$) и $f'' = t^2 + z^3 + zx^{a_1} y^{b_1}$ задает логканоническую особенность (т.е. $a_1 \leq 4$ и $b_1 \leq 4$). Тогда если $b_1 = 0$, то по определению Υ_1 получаем $a_1 \geq 5$.

Противоречие. Имеем систему линейных уравнений

$$\begin{cases} a \operatorname{wt} x + b \operatorname{wt} y = 1 \\ a_1 \operatorname{wt} x + b_1 \operatorname{wt} y = \frac{2}{3}, \quad d = ab_1 - ba_1 \neq 0. \end{cases}$$

Пусть $a_1 \geq b_1$. Достаточно найти такие веса $\operatorname{wt} x, \operatorname{wt} y$, чтобы $f_{\mathbf{p}} = f''$, где $\mathbf{p} = (1/2, 1/3, \operatorname{wt} x, \operatorname{wt} y)$. Уменьшим вес $\operatorname{wt} x$ на ε , а $\operatorname{wt} y$ увеличим на $\sigma = a_1 \varepsilon / b_1$ (при этом второе уравнение из системы сохранится). Эти веса будут искомыми. Достаточно проверить, что $\langle \mathbf{p}, x^a y^b \rangle > 1$, т.е. $-d = -ab_1 + ba_1 > 0$. Это верно, так как $a/b < 1$ и $a_1/b_1 \geq 1$.

Пусть $a_1 < b_1$. Если $-d > 0$, то особенность $(X, 0)$ также неисклЮчительна. Пусть $d > 0$, тогда $\operatorname{wt} x = (b_1 - \frac{2}{3}b)/d > 0$. Отсюда $b_1 > \frac{2}{3}b \geq 14/3$. Противоречие.

Случай 3. $f' = t^2 + z^3 + x^a y^b$ задает логканоническую особенность (т.е. $a \leq 6$ и $b \leq 6$) и $f'' = t^2 + z^3 + zx^{a_1} y^{b_1}$ задает не логканоническую особенность (т.е. $a_1 < b_1$ и $b_1 \geq 5$). По той же причине, что в случае 2, $b \neq 0$. Если $d > 0$, то, как и в случае 2, находим $\mathbf{p}$ такой, чтобы $f_{\mathbf{p}} = f'$. Если $d < 0$, то, как и в случае 2, имеем $b_1 - \frac{2}{3}b < 0$, т.е. $b > \frac{3}{2}b_1 \geq \frac{15}{2}$. Противоречие.

Случай 4. $f' = t^2 + z^3 + x^a y^b$ и $f'' = t^2 + z^3 + zx^{a_1} y^{b_1}$ задают логканонические особенности. Аналогично уменьшим $\operatorname{wt} x$ и увеличим $\operatorname{wt} y$, чтобы сохранилось первое или второе уравнение системы. В одном из случаев получим $f_{\mathbf{p}} = f'$, либо $f_{\mathbf{p}} = f''$.

Исследуем особенности на исклЮчительность. Напомним основные сведения о гиперповерхностях во взвешенных проективных пространствах [2]. Наибольший общий делитель чисел $a_1, \dots, a_n$ обозначим через $(a_1, \dots, a_n)$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.9. Пусть $(a_1, \dots, a_n) = 1$ и $q_i = (a_1, \dots, \hat{a}_i, \dots, a_n)$, где $a_i \in \mathbb{N}$ для всех i . Тогда $\mathbb{P} = \mathbb{P}(a_1, \dots, a_n) \cong \mathbb{P}(a_1/q_i, \dots, a_i, \dots, a_n/q_i)$. Если $q_i = 1$ для всех i , то $K_{\mathbb{P}} \sim \mathcal{O}_{\mathbb{P}}(-\sum a_i)$ и $\mathcal{O}_{\mathbb{P}}(1)^{n-1} = 1/(a_1 \dots a_n)$. В этом случае будем говорить, что веса $\mathbb{P}$ хорошо определены.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.10. В тех же предположениях пусть $(X_d \subset \mathbb{P}) = (g(x_1, \dots, x_n) \subset \mathbb{P}(a_1, \dots, a_n))$ – гиперповерхность степени d . Тогда $(X_d \subset \mathbb{P}) = (g(x_1, \dots, x_i^{1/q_i}, \dots, x_n) \subset \mathbb{P}(a_1/q_i, \dots, a_i, \dots, a_n/q_i))$. Если $\operatorname{Diff}_{X_d/\mathbb{P}}(0) = 0$ и веса $\mathbb{P}$ хорошо определены, то $K_{X_d} = (K_{\mathbb{P}} + X_d)|_{X_d} = \mathcal{O}_{X_d}(d - \sum a_i)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.11. Гиперповерхность $X_d \subset \mathbb{P}$, где веса взвешенного проективного пространства $\mathbb{P}$ хорошо определены, называется *хорошо определенной*, если выполнено одно из следующих равносильных условий:

- 1) $\operatorname{codim}_{X_d}(X_d \cap \operatorname{Sing} \mathbb{P}) \geq 2$;
- 2) $\operatorname{Diff}_{X_d/\mathbb{P}}(0) = 0$;
- 3) для всех $i \neq j$ имеем $(a_1, \dots, \hat{a}_i, \dots, \hat{a}_j, \dots, a_n)|d$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.12. Пусть $\mathbf{p} = (a_1, \dots, a_n)$ – вес квазиоднородной логканонической особенности $g(x_1, \dots, x_n) = 0$, причем $a_i \in \mathbb{N}$ для всех i . По основной теореме эти веса определены однозначно для исклЮчительной особенности (в частности, $a_i > 0$ для всех i) и $\mathbf{p}$ -раздутие индуцирует чисто логтерминальное раздутие

$(Y, E) \rightarrow (\{g = 0\}, 0)$. Полученное логмногообразие Фано является следующим:

$$\begin{aligned} (E, \text{Diff}_E(0)) &= (E, D) = (\tilde{g}(x_1, \dots, x_n) \subset \mathbb{P}(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n), D) \\ &= \left(g(x_1^{1/q_1}, \dots, x_n^{1/q_n}) \subset \mathbb{P}(a_1 q_1 / (q_1 \dots q_n), \dots \right. \\ &\quad \left. \dots, a_n q_n / (q_1 \dots q_n)), \sum \frac{q_i - 1}{q_i} \{x_i = 0\} \right). \end{aligned}$$

При подсчете (E, D) существенно, чтобы гиперповерхность $E \subset \mathbb{P}$ являлась хорошо определенной. Если она не хорошо определена, а веса $\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n$ хорошо определены, то имеем другую дифферену D (см. ниже пример 3.27 и [27]). Здесь и в дальнейшем координаты особенности $g = 0$ и координаты взвешенного проективного пространства будем обозначать одинаково.

В нашем случае квазиоднородные степени f и $\tilde{f}$ будем также обозначать через d и $\tilde{d}$ соответственно. Полученную логповерхность дель Пеццо будем всегда обозначать через (E, D) .

Следующее предложение позволяет свести вопрос об исключительности полученной логповерхности дель Пеццо к перебору конечного числа случаев.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.13 [24, теорема 2.3]. *Пусть (S, Δ) – слабая логповерхность дель Пеццо, т.е. дивизор $-(K_S + \Delta)$ численно эффективен и объемен. Предположим, что все 1-, 2-, 3-, 4- и 6-дополнения Δ^+ являются исключительными, т.е. пара (S, Δ^+) логтерминальна по Кавамате. Тогда логповерхность (S, Δ) является исключительной.*

Используя определение 1.3, получим следующее следствие.

СЛЕДСТВИЕ 3.14. *В обозначениях предложения 3.13 пусть дивизор $K_S + \frac{\lceil (n+1)\Delta \rceil}{n}$ обилен для всех $n = 1, 2, 3, 4, 6$. Тогда поверхность (S, Δ) является исключительной.*

СЛЕДСТВИЕ 3.15. *Пусть для трехмерной квазиоднородной логканонической особенности $(X, 0)$ любое гиперплоское сечение имеет не логканонические особенности и $(E, D = \sum d_i D_i)$ – логповерхность дель Пеццо, полученная при чисто логтерминальном раздутии. Если $d_k \geq \frac{6}{7}$ для некоторого k и $\text{Diff}_{E/\mathbb{P}}(0) = 0$, то особенность является исключительной.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть особенность неисклyчительно; тогда по предложению 3.13 существует 1-, 2-, 3-, 4- или 6-дополнение D^+ . По определению дополнения $D^+ \geq D_k + \sum_{i \neq k} d_i D_i$, где $D_k = \{x_k = 0\}$. Так как $\text{Diff}_{E/\mathbb{P}}(0) = 0$, то

$$\frac{1}{q_1 \dots q_4} \left(d - \sum_{i \neq k} a_i \right) = \tilde{d} - \sum_{i \neq k} \frac{\tilde{a}_i}{q_i} \leq 0.$$

Поэтому по теореме 2.9 общее гиперплоское сечение $x_k + h(x_1, \dots, x_4) = 0$ особенности $(X, 0)$ будет логканоническим. Противоречие.

ЗАМЕЧАНИЕ 3.16. Гипотетически следствие 3.15 остается верным в любой размерности n . В условии положим $d_k \geq \frac{|RN_{n-1}|}{|RN_{n-1}|+1}$, где $|RN_n| = \max\{m \mid m \in RN_n\}$, а множество RN_n определим следующим образом: $m \in RN_n$, если существует неисключительное логмногообразие Фано размерности n , у которого минимальный индекс неисключительного дополнения равен m . Гипотеза заключается в том, что $|RN_n| < \infty$ для всех n . Для $n \leq 3$ это доказано; более того, $RN_1 = \{1, 2\}$ и $RN_2 = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ [24].

Выделим общие принципы исследования на исключительность.

1. Прежде всего, убедимся, что $\text{Diff}_{E/\mathbb{P}}(0) = 0$ (удобнее проверить условие 3) определения 3.11).

2. Если в дивизор D входит компонента с коэффициентом $\geq \frac{6}{7}$, то по следствию 3.15 особенность исключительна. Любое дополнение D^+ для пары (E, D) можно продолжить до дополнения $K_{\mathbb{P}} + E + \widehat{D}^+ \sim_{\mathbb{Q}} 0$, где $\widehat{D}^+|E = D^+$. Отсюда и из строения группы дивизоров Вейля взвешенного проективного пространства $\mathbb{P}$ следует, что $\text{Supp } D^+$ высекается полиномами.

Пусть

$$r_n = \sum_{i=1}^4 \tilde{a}_i - \tilde{d} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 \lceil \frac{q_i - 1}{q_i} \rceil (n+1) \lceil \tilde{a}_i \rceil, \quad (*)$$

т.е. $K_E + \frac{\lceil (n+1)D \rceil}{n} \sim_{\mathbb{Q}} -r_n \mathcal{O}_E(1)$. Тогда $r_n \geq 0$ и $r_n = \frac{1}{n} (\sum \tilde{a}_i b_i)$, где $b_i \in \mathbb{N}$ для всех i . Для числа $n \in \mathbb{N}$ со свойством $(*)$ будет существовать n -дополнение.

3. По следствию 3.13 возможны два случая: (E, D) – исключительная поверхность; существует 1-, 2-, 3-, 4- или 6-дополнение. В дальнейшем предполагаем, что имеет место второй случай. Тогда сначала определим особые точки $\tilde{f} \subset \mathbb{P}$ и особенности кривых из $\text{Supp } D$. Для этого самое простое – воспользоваться леммой 2.2. Результат зависит от коэффициентов f .

4. Пусть D^+ – дополнение для (E, D) . По теореме 1.14 вопрос об исключительности равносильен вопросу: логтерминальна ли пара (E, D^+) по Кавамате или нет? Так как этот вопрос локальный, то рассмотрим эту пару в карте $U_k = \mathbb{C}^3 / \mathbb{Z}_{a_k}(a_1, \dots, a_{k-1}, a_{k+1}, \dots, a_n)$ для $\mathbb{P}$. Так как логтерминальность по Кавамате сохраняется при накрытиях [9, предложение 3.16], то исследование будет сводиться к конечному числу вопросов: логтерминальна ли пара $(\mathbb{C}_{u,v}^2, B = \sum c_i \{h_i(u, v) = 0\})$ по Кавамате или нет? пара $(\mathbb{C}_{u,v,w}^3, B = \{h = 0\} + \sum c_i \{h_i(u, v) = 0\})$, где $h = 0$ определяет дювалевскую особенность (h – локальное уравнение E в соответствующей карте), чисто логтерминальна или нет? Для ответа на эти вопросы удобно рассмотреть аналог индуктивного раздутия [11, теорема 1.5] (это такое раздутие с единственным исключительным дивизором C , чтобы пара $(C, \text{Diff}_C(\tilde{B}))$, где $\tilde{B}$ – собственный прообраз B , оказалась логтерминальной по Кавамате или чисто логтерминальной) и воспользоваться леммой 3.20.

Проведем исследование на исключительность особенностей типа Υ_1 .

Рассмотрим далее наиболее интересные случаи и общие примеры, иллюстрирующие исследование полученных логповерхностей дель Пешо на исключительность.

ПРИМЕР 3.17. $f = t^2 + z^3 + x^{11} + y^{13}$. Тогда $(E, D) = (\mathbb{P}^2, \frac{1}{2}l_1 + \frac{2}{3}l_2 + \frac{10}{11}l_3 + \frac{12}{13}l_4)$, где l_i – прямые в общем положении. По следствию 3.14 или 3.15 полученная логповерхность является исключительной. Минимальный индекс дополняемости равен 66, соответствующее дополнение D^+ равно $\frac{1}{2}l_1 + \frac{2}{3}l_2 + \frac{10}{11}l_3 + \frac{61}{66}l_4$. Гипотетически это максимальное число для логповерхностей и, следовательно, для всех трехмерных локальных стягиваний (особенностей) [24]. Другими словами, $|RN_3| = 66$ (см. замечание 3.16).

ПРИМЕР 3.18. $f = t^2 + z^3 + g(z, x, y) = t^2 + z^3 + zy f'_2(x^2, y^3) + x f'_3(x^2, y^3)$. Нижние индексы обозначают степени бинарных форм. Эти формы являются различными, хотя и обозначаются одинаково через f' . Заметим, что перед тем, как выписать f , с помощью замены $z \mapsto z + \alpha xy^2$ для некоторого α избавимся от монома $z^2 xy^2$. Вращение происходит через единственную часть $t^2 + z^3 + x^7$ типа $\mathcal{M}_2$. Поэтому коэффициент при x^7 не равен нулю. Положим $f'_2 = ax^{2i} f_{2-i}(x^2, y^3)$, $f'_3 = x^{2j} f_{3-j}(x^2, y^3)$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.19. *Особенность $(X, 0)$ исключительна и 2-дополняема тогда и только тогда, когда $ij = 0$ (при $a = 0$ считаем, что $i \neq 0$).*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Чисто логтерминальное раздутие с весами $(21, 14, 6, 4)$ дает

$$(E, D) = \left(t + z^3 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 2), \frac{1}{2}\{t = 0\} \right) = \left(\mathbb{P}(7, 3, 2), \frac{1}{2}\{t = 0\} \right).$$

Пусть $i \geq 1$ и $j \geq 1$. Тогда дивизор $K_E + \frac{1}{2}\{t = 0\} + \frac{1}{2}\{x = 0\} \equiv 0$ не логтерминален по Кавамате и, следовательно, особенность неисклительна. Проверим это. Пусть $i = j = 1$. Тогда это утверждение равносильно тому, что пара $(\mathbb{C}_{u,v}^2, \frac{1}{2}\{(u^3 + a'u^2v + v^3)v = 0\})$ не логтерминальна по Кавамате. Действительно, при раздутии с весами $(1, 1)$ появится дивизор с дискрепантностью -1 . Случаи с другими i, j разбираются аналогично.

Теперь пусть $i = 0$. Рассмотрим два наиболее “плохих” случая:

- 1) $g(z, x, y) = zy^7 + x^7$;
- 2) $g(z, x, y) = zy(x^2 + y^3)^2 + x(x^2 + y^3)^3$.

Первый случай, очевидно, исключительный. Во втором случае надо проверить, что дивизор $K_E + \frac{1}{2}\{t = 0\} + \frac{1}{4}\{x^2 + y^3 = 0\} \equiv 0$ логтерминален по Кавамате. Это утверждение равносильно тому, что пара $(\mathbb{C}_{u,v}^2, B)$, где $B = \frac{1}{2}\{u^3 + a'u^2v + v^3 = 0\} + \frac{1}{4}\{v = 0\}$, логтерминальна по Кавамате. Для доказательства этого или аналогичного утверждения удобно воспользоваться следующей очевидной леммой.

ЛЕММА 3.20. *Пусть для пары $(Z \ni P, D)$ исключительное множество бирационального морфизма $f: Y \rightarrow Z$ состоит из одного исключительного дивизора C . Тогда если $a(C, D) > -1 (= -1)$ и дивизор $K_Y + C + D_Y$, где D_Y – собственный прообраз D , чисто логтерминален, то пара $(Z \ni P, D)$ логтерминальна по Кавамате (логканонична) и исключительна.*

При раздутии с весами $(1, 1)$ появится дивизор $C \cong \mathbb{P}^1$ с дискрепантностью $-\frac{3}{4}$, и дивизор $K_C + \text{Diff}_C(\tilde{B}) = K_C + \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{2}P_2 + \frac{1}{2}P_3 + \frac{1}{4}P_4$ будет логтерминальным

по Кавамате; здесь P_i – различные точки и $\tilde{B}$ – собственный прообраз B . Случай $j = 0$ разбирается аналогично. Дивизор $D^+ = \frac{1}{2}\{t = 0\} + \frac{1}{2}\{x = 0\}$ дает 2-дополнение.

Рассмотрим факторособенность $\mathbb{C}^3/H_{168}$, где H_{168} – простая группа Клейна порядка 168. Указанная особенность имеет тот же тип, что и в этом примере, и является исключительной (ср. [18]). Отметим, что это – вырожденная гиперповерхностная особенность.

ПРИМЕР 3.21. $f = t^2 + z^3 + \underline{a}zx^i f'_{5-i}(x, y^2) + \underline{b}yx^j f'_{7-j}(x, y^2)$. Для этой особенности существуют две различные части типа $\mathcal{M}_2$, через которые происходит вращение: $t^2 + z^3 + x^7y$, $t^2 + z^3 + zx^5$. Поэтому коэффициент при zx^5 или при x^7y не равен нулю. Относительно записи f см. соглашения в § 4. Чисто логтерминальное раздутие с весами $(15, 10, 4, 2)$ дает $(E, D) = (t + z^3 + \dots \subset \mathbb{P}(15, 5, 2, 1), \frac{1}{2}\{t = 0\}) = (\mathbb{P}(5, 2, 1), \frac{1}{2}\{t = 0\})$. Пусть $i \geq 3$ и $j \geq 5$. Тогда дивизор $K_E + \frac{1}{2}\{t = 0\} + \frac{1}{4}\{x = 0\} \equiv 0$ не логтерминален по Кавамате и, следовательно, особенность неисклительна. Действительно, рассмотрим (E, D) в окрестности точки $(0 : 0 : 0 : 1)$. Тогда надо доказать, что пара $(\mathbb{C}^2, \frac{1}{2}\{u^3 + \underline{a}uv^i + \underline{b}v^j = 0\} + \frac{1}{4}\{v = 0\})$ не логтерминальна по Кавамате. При раздутии с весами $(3, 2)$ появится дивизор с дискрепантностью -1 , что и требовалось доказать.

Если $i \leq 2$ или $j \leq 4$, то особенность исключительна и 2-дополняема. Условие $i \leq 2 \vee j \leq 4$ также означает, что оно выполнено для других общих компонент вида $x + cy^2$. Это условие выписывается только для x , так как после квазиоднородной замены $x \mapsto x' - cy^2$ мы приходим к исходному случаю. Рассмотрим два наиболее “плохих” случая. Пусть $j = 4$ и $\underline{a} = 0$. Достаточно показать, что пара $(\mathbb{C}^2, B = \frac{1}{2}\{u^3 + v^4 = 0\} + \frac{1}{4}\{v = 0\})$ логтерминальна по Кавамате. При раздутии с весами $(4, 3)$ появится дивизор C с дискрепантностью $-3/4$. Пара $(C, \text{Diff}_C(\tilde{B})) = (\mathbb{P}^1, \frac{1}{2}P_1 + \frac{7}{8}P_2 + \frac{2}{3}P_3)$ логтерминальна по Кавамате, где P_i – различные точки. По лемме 3.20 все доказано. Оставшийся “плохой” случай $i = 2$ и $\underline{b} = 0$ разбирается аналогично.

Рассмотрим особенности типа Υ_2 . Для исключительных особенностей этого типа по следствию 2.19 существует биголоморфное отображение, после которого 4-струи могут быть только следующими: z^4 (тип $\Upsilon_2^{(1)}$), z^3x (тип $\Upsilon_2^{(2)}$), z^3y (тип $\Upsilon_2^{(3)}$).

1) Особенности типа $\Upsilon_2^{(1)}$: $(t^2 + z^4 + z^2f_1(x, y) + zf_2(x, y) + f_3(x, y))$. Для вращений линейки Ньютона (условие на вращение $\text{wt } x \geq \text{wt } y$) достаточно зафиксировать мономы только следующих видов: x^ay^b и zx^ay^b . Аналогично, как и для особенностей типа Υ_1 (теорема 3.8), имеем следующие случаи: $x^5, x^6, x^5y, x^7, x^6y, x^5y^2$ и zx^4, zx^5, zx^4y .

ПРИМЕР 3.22. $f = t^2 + z^4 + zx^4y + x^3y^n$, $n = 4, 5$. Веса для чисто логтерминального раздутия – это $(2(4n - 3), (4n - 3), 3n - 4, 7)$. Далее, $(E, D) = (f \subset \mathbb{P}(2(4n - 3), (4n - 3), 3n - 4, 7), 0)$ и $K_E = (n - 6)\mathcal{O}_E(1)$. При $n = 5$ нет 1-, 2-, 3-, 4- и 6-дополнения. Поэтому особенность исключительна и $\frac{1}{7}\{y = 0\}$ дает 7-дополнение минимального индекса. Пусть $n = 4$. Тогда имеется 4-дополнение $D^+ = \frac{1}{4}\{x = 0\}$.

Докажем, что пара (E, D^+) не логтерминальна по Кавамате. Для этого достаточно показать, что пара $(\mathbb{C}_{u,v,w}^3, \{u^2 + v^4 + w^3 = 0\} + \frac{1}{4}\{w = 0\})$ не чисто логтерминальна. При взвешенном раздутии с весами $(6, 3, 4)$ для этой пары появится дивизор с дискрепантностью -1 . Поэтому особенность неисклнучительна.

2) Особенности типа $\Upsilon_2^{(2)}$: $(t^2 + z^3x + g(z, x, y))$. Аналогично, как и для особенностей типа Υ_1 (теорема 3.8), имеем следующие случаи для вращения линейки Ньютона ($\text{wt } x \geq \text{wt } y$): $x^5, x^6, x^5y, x^7, x^6y, x^5y^2, x^8, x^7y, x^6y^2, x^5y^3, x^9, x^8y, x^7y^2, x^6y^3, x^5y^4$ и $zx^4, zx^4y, zx^6, zx^5y, zx^4y^2$. Отметим, что случай zx^5 входит в случай x^7 .

ПРИМЕР 3.23. $f = t^2 + z^3x + az^2yx^{i_1}(x + y^3)^{i_2}f_{2-i_1-i_2}(x, y^3) + bzy^2x^{j_1}(x + y^3)^{j_2}f_{3-j_1-j_2}(x, y^3) + x^{l_1}(x + y^3)^{l_2}f_{5-l_1-l_2}(x, y^3)$. Нижние индексы обозначают степени однородности многочлена. С помощью замены $x \mapsto x + \alpha y^3$ для некоторого α избавимся от z^3y^3 . Вращение происходит через единственную часть $t^2 + z^3x + x^5$ типа $\mathcal{M}_2$. Поэтому коэффициент при x^5 не равен нулю. Так как x входит в моном z^3x , то выделяем другую общую часть $x + y^3$. Чисто логтерминальное раздутие – это раздутие с весами $(15, 8, 6, 2)$. Тогда $(E, D) = (\mathbb{P}(4, 3, 1), \frac{1}{2}\{t = 0\})$. Имеем следующие 1-, 2-, 3-, 4- и 6-дополнения: 2-дополнение $D + \frac{1}{2}\{y = 0\}$ и 6-дополнение $D + \frac{1}{6}\{x + \beta y^3 = 0\}$. Минимальный индекс дополняемости для исключительной особенности равен 2. Так как кривая $\{y = 0\}$ не проходит через особые точки $\text{Supp } D$, то первое дополнение можно не рассматривать. Рассмотрим оставшиеся случаи $\beta = 0, \beta = 1$.

Пусть $\beta = 0$. Тогда при $i_1 \geq 2$ ($i_1 > 2$ означает, что $a = 0$), $j_1 \geq 3$ ($j_1 > 3$ означает, что $b = 0$), $l_1 = 3$ (при $l_1 \geq 4$ исходная особенность не каноническая) пара $(\mathbb{C}_{u,v}^2, B)$, где $B = \frac{1}{2}\{u^3v + v^3 + au^2v^2 + buv^3 = 0\} + \frac{1}{6}\{v = 0\}$, не логтерминальна по Кавамате. Действительно, при раздутии с весами $(2, 3)$ появится дивизор с дискрепантностью -1 . Во всех остальных случаях это дополнение будет исключительным. Докажем это, например, для $i_1 \geq 2, j_1 = 2, l_1 \geq 3$. В этом случае $B = \frac{1}{2}\{u^3v + au^2v^2 + uv^2 + v^{l_3} = 0\} + \frac{1}{6}\{v = 0\}$. Сделаем раздутие с весами $(1, 2)$. Дискрепантность при исключительном дивизоре C равна $-\frac{5}{6}$, при этом $\text{Diff}_C(\tilde{B}) = \frac{3}{4}P_1 + \frac{2}{3}P_2 + \frac{1}{2}P_3$, где $\tilde{B}$ – собственный прообраз B . Отсюда дивизор $K_C + \text{Diff}_C(\tilde{B})$ логтерминален по Кавамате, т.е. по лемме 3.19 пара $(\mathbb{C}^2, B)$ логтерминальна по Кавамате.

Пусть $\beta = 1$. Тогда $B = \frac{1}{2}\{h = 0\} + \frac{1}{6}\{v = 0\}$, где $h(u, v) = u^3 + au^2v^{i_2} + buv^{j_2} + v^{l_2}$. Легко проверить, что при $b \neq 0$ пара $(\mathbb{C}^2, B)$ логтерминальна по Кавамате. Пусть $b = 0$. Аналогично проверяется, что при $i_2 \leq 1$ пара $(\mathbb{C}^2, B)$ всегда логтерминальна по Кавамате. Пусть $i_2 \geq 2$. Тогда при $l_2 \leq 4$ эта пара логтерминальна по Кавамате, а при $l_2 = 5$ – не логтерминальна по Кавамате.

Итак, каноническая особенность исключительна и 2-дополняема, кроме случая $i_1 \geq 2$ & $j_1 \geq 3$ & $l_1 = 3$ и случая $i_2 \geq 2$ & $b = 0$ & $l_1 = 3$. Условия всегда выписываются с учетом других общих компонент (см. пример 3.20).

3) Особенности типа $\Upsilon_2^{(3)}$. Справедлива следующая теорема.

ТЕОРЕМА 3.24. Все исключительные квазиоднородные канонические особенности этого типа получают при вращении плоскости в пространстве $\mathbb{C}_{z,x,y}^3$, проходящей через моном z^3y и один из следующих мономов: x^7, x^8 ,

x^7y, x^9, x^8y, x^7y^2 и $zx^5, zx^6, zx^5y, z^2x^3$. Ограничения на вращение: вес переменной x больше веса переменной y ($\text{wt } x > \text{wt } y$) и точка $\mathbf{2} = (2, 2, 2)$ лежит над плоскостью.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $f = t^2 + z^3y + z^2f_1(x, y) + zf_2(x, y) + z^2f_3(x, y)$. Обозначим через $z^2x^ay^b$ моном минимальной степени из $z^2f_1(x, y)$. Если $b \neq 0$, то в силу квазиоднородной биголоморфной замены $z \mapsto z - \alpha f_1(x, y)y^{-1}$ можно считать, что $f_1(x, y) = 0$. Дальнейшее доказательство аналогично доказательству теоремы 3.8. Пусть $b = 0$. Тогда, используя $\text{wt } x + \text{wt } y + \text{wt } z > 1/2$, несложно получить, что $a \leq 3$. Из следствия 2.19 получаем, что $a = 3$, что и требовалось доказать.

Рассмотрим особенности типа Υ_3 . Для исключительных особенностей этого типа рассмотрим три возможных случая для 5-струй.

I. 5-струя является точкой (тип $\mathcal{M}_0$), т.е. $f_5 = z^ax^by^c$, где $a \geq b, a \geq c$ и $a + b + c = 5$. Из следствия 2.19 имеем $a \geq 3$. Итак, 5-струя является одной из следующих: z^5 (тип $\Upsilon_3^{(1)}$), z^4x (тип $\Upsilon_3^{(2)}$), z^4y (тип $\Upsilon_3^{(3)}$), z^3x^2 (тип $\Upsilon_3^{(4)}$), z^3y^2 (тип $\Upsilon_3^{(5)}$), z^3xy (тип $\Upsilon_3^{(6)}$). Аналогично теоремам 3.8, 3.24 имеем следующие случаи для вращения линейки Ньютона ($\text{wt } x \geq \text{wt } y$).

1) Особенности типа $\Upsilon_3^{(1)}$. Мономы для вращения: x^6, x^5y, x^4y^2 и zx^5, zx^4y, zx^3y^2 .

2) Особенности типа $\Upsilon_3^{(2)}$. Мономы для вращения: x^6, x^5y, x^4y^2 и zx^5, zx^4y, zx^3y^2 .

3) Особенности типа $\Upsilon_3^{(3)}$. Мономы для вращения ($\text{wt } x > \text{wt } y$): x^6, x^5y и zx^5, zx^4y . Все особенности в случае zx^4y не являются хорошо определенными.

4) Особенности типа $\Upsilon_3^{(4)}$. Мономы для вращения: $x^6, x^5y, x^4y^2, x^3y^3, x^7, x^6y, x^5y^2, x^4y^3, x^3y^4$ и zx^5, zx^4y, zx^3y^2 .

5) Особенности типа $\Upsilon_3^{(5)}$. Мономы для вращения ($\text{wt } x > \text{wt } y$): x^7 и zx^5 .

6) Особенности типа $\Upsilon_3^{(6)}$. Мономы для вращения: $x^5, x^6, x^5y, x^7, x^6y, x^5y^2$ и zx^5, zx^4y . Все особенности в случаях x^5y, x^6y, zx^4y не являются хорошо определенными.

II. 5-струя – прямая, т.е. $f_5 \in \mathcal{M}_1$ (тип $\Upsilon_3^{(7)}$). Для вращения линейки Ньютона ($\text{wt } x \geq \text{wt } y$) имеем следующие случаи: $g_5(z, x)$ – бинарная форма степени 5, $z^5 + zx^3y, z^5 + x^4y, z^4x + zx^3y, z^4x + x^4y, z^4y + z^2x^3, z^3x^2 + zx^3y, z^3x^2 + x^3y^2, z^3y^2 + z^2x^3$. Этот список был получен следующим образом. В первый моном x^{m_1} входит переменная в наибольшей степени, которую обозначим через z . Вторым моном $x^{m_2} = z^ax^by^c$ выписан из условий, что $b \geq c$ и особенность $t^2 + x^{m_1} + x^{m_2}$ не логканонична вне $\mathbf{0}$.

Доказательство того, что этими случаями описываются все возможности, аналогично теореме 3.8. Рассмотрим одномерную 5-струю $f_5 = z^5 + \alpha z^3xy + \beta zx^2y^2$. Докажем, что ее можно не рассматривать. Если $\beta \neq 0$, то $\exists \mathbf{p} \in N_{\mathbb{R}}$ такой, что $f_{\mathbf{p}} = t^2 + f_5$ – логканоническая вне $\mathbf{0}$ особенность, поэтому по следствию 2.19 исходная особенность неискл. Действительно, пусть $x^n = z^cx^ay^b$ (где $c + a + b \geq 6$) – другой моном и $d = b - a$ – определитель системы линейных

уравнений, определяющих веса

$$\begin{cases} \text{wt } x + \text{wt } y = \frac{2}{5} \\ a \text{ wt } x + b \text{ wt } y = 1 - \frac{1}{5}c. \end{cases}$$

Если $d < 0$, то из условия, что $\text{wt } x \geq \text{wt } y$, получаем $c + a + b \leq 5$. Противоречие. Пусть $d > 0$. Уменьшим вес $\text{wt } x$ на ε , а вес $\text{wt } y$ увеличим на ε , тогда для соответствующего им вектора $\mathbf{p}$ имеем $\langle \mathbf{p}, x^n \rangle > 1$. Пусть теперь $\beta = 0$ и $x^n = z^c x^a y^b$ (где $c + a + b \geq 6$) – другой моном. Аналогично получается, что $d > 0$. Из условий $\text{wt } x > 0$ и $\text{wt } y > 0$ при $c = 0, 1$ имеем $b \geq 4$, а при $c = 2, 3$ имеем $b \geq 3$, т.е. особенность $t^2 + z^3 xy + x^n$ не логканонична вне $\mathbf{0}$ вдоль $\{t = z = x = 0\}$. Следовательно, исходная особенность не логканонична.

Все остальные случаи рассматриваются аналогично, за исключением случая $f_5 = z^4 y + z^3 x^2$. Тогда, перебирая все варианты, имеем только два новых: $t^2 + z^4 y + z^3 x^2 + xy^5$, $t^2 + z^4 y + z^3 x^2 + azy^5 + bx^2 y^4$ ($b \neq 0$). Легко проверить, что они неисключительны.

III. 5-струя – плоскость, т.е. $f_5 \in \mathcal{M}_2$ (тип $\Upsilon_3^{(8)}$). Классификация таких особенностей сводится к описанию всех кривых степени 5 в $\mathbb{P}^2$.

ТЕОРЕМА 3.25. Пусть $f = t^2 + f_5(z, x, y)$ задает каноническую особенность $(X, 0)$, где f_5 – однородный многочлен степени 5. Тогда $\mathbf{p}$ -раздутие, где $\mathbf{p} = (5, 2, 2, 2)$, индуцирует чисто логтерминальное раздутие $(X, 0)$, причем $(E, D) = (t + f_5(z, x, y) \subset \mathbb{P}(5, 1, 1, 1), \frac{1}{2}\{t = 0\}) = (\mathbb{P}^2, \frac{1}{2}C)$, где $C = \{f_5 = 0\}$. Особенность $(X, 0)$ является исключительной только в следующих случаях:

- 1) кривая $C \subset \mathbb{P}^2$ является неприводимой; ее особыми точками могут быть только обыкновенные каспы и обыкновенные двойные точки;
- 2) кривая $C \subset \mathbb{P}^2$ распадается на неприводимую кубику и неприводимую конику, которые пересекаются в шести различных точках; особая точка кубики (если она есть) может быть только обыкновенным каспом или обыкновенной двойной точкой.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Так как особенность $(X, 0)$ нормальная, то каждая неприводимая компонента кривой $C = \{f_5 = 0\}$ имеет кратность 1. Отсюда имеем три случая: C – неприводимая кривая, кривая C распадается на неприводимую кубику и неприводимую конику, кривая C распадается на прямую и кватику. Логповерхность дель Пешо $(E, D) = (\mathbb{P}^2, \frac{1}{2}C)$. В первом случае, если особенность хуже обыкновенного каспа, легко проверить, что дивизор $K_{\mathbb{P}^2} + \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}l \sim_{\mathbb{Q}} 0$, где прямая l проходит через особенность, не логтерминален по Кавамате (в случае особенностей $(u^2 + v^n = 0, 0) \subset (\mathbb{C}^2, 0)$, где $n = 4, 5$ и $l = \{u = 0\}$). Во втором случае, если кубика и коника пересекаются с кратностью 2 в точке P , та же пара будет не логтерминальной по Кавамате, где прямая l касается коники в точке P . В третьем случае в качестве кривой l достаточно взять прямую из $\text{Supp } C$. Теорема доказана.

ПРИМЕР 3.26. $f = t^2 + z^3xy + x^i(x + y^2)^j f_{5-i-j}(x, y^2) = t^2 + z^3xy + h(x, y)$. Вращение происходит через единственную прямую, заданную многочленом $t^2 + z^3xy + x^5$. Поэтому коэффициент при x^5 не нулевой. Чисто логтерминальное раздутие – это раздутие с весами $(15, 7, 6, 3)$. Тогда $(E, D) = (t^2 + z^3xy + h(x, y) \subset \mathbb{P}(5, 7, 2, 1), \frac{2}{3}\{z = 0\})$. Имеем следующие 1-, 2-, 3-, 4- и 6-дополнения: 3-дополнение $D + \frac{1}{3}\{y = 0\}$ и 6-дополнение $D + \frac{1}{6}\{x + \beta y^2 = 0\}$. Если $i \geq 1$, то 6-дополнение при $\beta = 0$ является 3-дополнением $D + \frac{1}{3}C$, где $C = \{t = x = 0\}$. Минимальный индекс дополняемости для исключительной особенности равен 3. Аналогично примеру 3.23 достаточно рассмотреть второе дополнение.

Пусть $\beta = 0$. Тогда при $i = 3$ (при $i_1 \geq 4$ особенность не каноническая) особенность неисклЮчительна. Действительно, надо показать, что пара $(\mathbb{C}_{u,v,w}^3, B)$ не чисто логтерминальна, где $B = \{u^2 + vw + w^3 = 0\} + \frac{2}{3}\{v = 0\} + \frac{1}{6}\{w = 0\}$. При раздутии с весами $(3, 4, 2)$ появляется дивизор с дискрепантностью -1 . Если $i \leq 2$, то пара $(E, D + \frac{1}{6}\{x = 0\})$ логтерминальна по Кавамате. Докажем это для $i = 2$. Надо показать, что пара (Z, B) логтерминальна по Кавамате, где $Z = \{u^2 + vw + w^2 = 0\} \subset (\mathbb{C}^3, 0)$ и $B = \frac{2}{3}\{v = 0\}|_Z + \frac{1}{6}\{w = 0\}|_Z$. При раздутии с весами $(1, 1, 1)$ появляется дивизор C с дискрепантностью $a(C, B) = -\frac{5}{6}$ и $\text{Diff}_C(\tilde{B}) = \frac{2}{3}P_1 + \frac{2}{3}P_2 + \frac{1}{3}P_3$. Отсюда дивизор $K_C + \text{Diff}_C(\tilde{B})$ логтерминален по Кавамате, что и требовалось доказать.

Пусть $\beta = 1$. Тогда аналогично проверяется, что особенность исключительна тогда и только тогда, когда $j \leq 4$.

Итак, каноническая особенность исключительна и 3-дополняема только при $i \leq 2$ и $j \leq 4$.

Рассмотрим особенности типа Υ_4 . Эти особенности рассматриваются аналогично предыдущим. Имеем для вращения линейки Ньютона ($\text{wt } x \geq \text{wt } y$) четыре случая. Для подчеркнутых частей все особенности не являются хорошо определенными или они входят в другие случаи.

(A) $f_3 \in \mathcal{M}_0$. Тогда f_3 будет равна одному из следующих мономов: t^3, t^2z, t^2x, t^2y . Рассмотрим по отдельности каждый из них.

1) С точностью до замены координат $f = t^3 + tg(z, x, y) + h(z, x, y)$. Так как $1 \in \Gamma_+(f)^0$, то $f_4 \neq 0$. Имеем следующие случаи: $z^2x^2 + x^5, z^2x^2 + x^4y, z^2x^2 + x^3y^2, z^2x^2 + x^2y^3, z^2xy + x^5, z^2xy + x^4y$; $f_4 = \varphi_4(z, x)$ – бинарная форма степени 4, $z^4 + zx^2y, z^4 + x^3y, z^4 + tx^3, z^4 + tx^2y$; $z^3x + zx^2y, z^3x + x^3y, z^3x + tx^3, z^3x + tx^2y$; $z^3y + z^2x^2, z^3y + tx^3, tz^3 + z^2x^2, tz^3 + zx^3, tz^3 + zx^2y, tz^3 + x^3y, z^2x^2 + azx^2y + bx^2y^2, z^2x^2 + tz^2x, z^2x^2 + tx^2y, tz^2x + zx^2y, tz^2x + x^2y^2$; $f_4 \in \mathcal{M}_2$. Последний случай разобран в теореме 3.29.

2) С точностью до замены координат $f = t^2z + tg(x, y) + h(z, x, y)$. Тогда также $f_4 \neq 0$. Имеем следующие случаи: $f_4 = \varphi_4(z, x)$ – бинарная форма степени 4, $z^4 + x^3y, z^4 + x^5, z^4 + x^4y, z^4 + x^3y^2, z^4 + tx^3, z^4 + tx^2y$; $z^3x + x^3y, z^3x + x^5, z^3x + x^4y, z^3x + x^3y^2, z^3x + tx^3, z^3x + tx^2y, z^3y + x^5, z^3y + x^4y, z^3y + zx^3, z^3y + z^2x^2, z^3y + tx^3, z^2x^2 + x^5, z^2x^2 + x^4y, z^2x^2 + x^3y^2, z^2x^2 + tx^2y, z^2y^2 + x^5, z^2xy + x^5, z^2xy + x^4y$.

3) С точностью до замены координат $f = t^2x + tg(z, y) + h(z, x, y)$. Тогда также $f_4 \neq 0$. Имеем следующие случаи: $z^4 + x^3y, z^4 + x^5, z^4 + x^4y, z^4 + x^3y^2, z^4 + zx^2y, z^4 + zx^4, z^4 + zx^3y, z^4 + zx^2y^2, z^3x + x^2y^2, z^3x + x^5, z^3x + x^4y$,

$\frac{z^3x + x^3y^2}{z^3x + x^2y^3}, \frac{z^3x + x^6}{z^3x + x^5y}, \frac{z^3x + x^4y^2}{z^3x + x^3y^3}, \frac{z^3x + x^2y^4}{z^3x + zx^2y}, \frac{z^3x + zx^4}{z^3x + zx^3y}, \frac{z^3x + zx^2y^2}{z^3y + x^5}, \frac{z^3y + x^5}{z^3y + x^4y}, \frac{z^3y + x^6}{z^3y + x^5y}, \frac{z^3y + x^4y^2}{z^3y + zx^4}, \frac{z^3y + zx^4}{z^3y + zx^3y}, \frac{z^3y + z^2x^2}{z^3x + zx^4}, \frac{z^3x + tx^3}{z^3x + tx^3}.$

4) С точностью до замены координат $f = t^2y + tg(z, x) + h(z, x, y)$. Тогда также $f_4 \neq 0$. Имеем следующие случаи: $z^4 + x^5, z^4 + zx^4, z^3x + x^5, z^3x + x^6, z^3x + x^5y, z^3x + zx^4, z^3x + tx^3$.

(В) $f_3 \in \mathcal{M}_1$. Тогда функция f_3 будет одной из следующих:

1) $f_3 = g_3(t, z)$. Мономы для вращения: x^4, x^5, x^4y, zx^3 .

2) $f_3 = t^3 + z^2x$. Мономы для вращения: $x^4, x^5, x^4y, x^6, x^5y, x^4y^2, x^7, x^6y, x^5y^2, x^4y^3, x^8, x^7y, x^6y^2, x^5y^3, x^4y^4, tx^3, tx^3y, tx^5, tx^4y, tx^3y^2$. Мономы zx^3, zx^4, zx^3y, tx^4 входят в случаи x^5, x^7, x^5y^2, x^6 соответственно.

3) $f_3 = t^3 + z^2y$. Мономы для вращения: $x^7, x^8, x^7y, zx^4, tx^5$.

4) $f_3 = t^2z + z^2x$. Мономы для вращения: $x^4, x^5, x^4y, x^6, x^5y, x^4y^2, tx^3, tx^4, tx^3y$. Моном zx^3 входит в случаи x^5 .

5) $f_3 = t^2z + z^2y$. Мономы для вращения: $x^5, x^6, x^5y, zx^3, tx^4$.

(С) $f_3 \in \mathcal{M}_2$. Тогда заменой координат функцию f_3 можно привести к случаю (А) или (В), либо логканонический порог $c(f_3)$ равен 1. В последнем случае по следствиям 2.18, 2.19 особенность $(X, 0)$ неисклужительна.

(D) $f_3 \in \mathcal{M}_3$. Тогда заменой координат функцию f_3 можно привести к случаю (А), (В) или (С), либо общее гиперплоское сечение имеет логканонические особенности, т.е. особенность $(X, 0)$ неисклужительна.

ПРИМЕР 3.27. Многочлен f имеет тип $f_3(t, z) + y^2f_2(t, z) + (y^4 + x^2y)f_1(t, z) + f_2(x^2, y^3)$. Предполагаем, что бинарная форма $f_3(t, z)$ не имеет кратных неприводимых компонент. Эта особенность получается при вращении линейки Ньютона для случая $f_3(t, z) + x^4 \in \mathcal{M}_2$. После квазиоднородных замен (см. начало § 4) $f = t^3 + ktz^2 + lz^3 + t(ax^2y + by^4) + z(cx^2y + dy^4) + etzy^2 + x^{2i}f_{2-i}(x^2, y^3)$. Причем $|k| + |l| \neq 0$. Чисто логтерминальное раздутие – это раздутие с весами $(4, 4, 3, 2)$. Тогда $(E, D) = (f(t, z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(2, 2, 3, 1), \frac{1}{2}\{x = 0\})$. Имеем следующие 1-, 2-, 3-, 4-, 6-дополнения: $D + \frac{1}{2}\{y = 0\}; \frac{2}{3}\{x = 0\}; D + \frac{1}{4}\{\alpha t + \beta z + \gamma y^2 = 0\}; D + \frac{1}{6}\{y = 0\} + \frac{1}{6}\{\alpha t + \beta z = 0\}$. Так как коэффициент при x^4 не нулевой, то имеет смысл рассматривать только второе и третье дополнения ($\gamma = 0$).

Пусть $e \neq 0$. Тогда при следующих предположениях: $l = 0$ ($k \neq 0$) & $z(cx^2y + dy^4) = 0$ & $i = 2$ – дивизор $D^+ = \frac{1}{4}\{t = 0\} + \frac{1}{2}\{x = 0\}$ дает не логтерминальное по Кавамате 4-дополнение.

Пусть $e = 0$. Если $|b| + |d| = 0$ & $i \geq 1$, то $D^+ = \frac{2}{3}\{x = 0\}$ дает не логтерминальное по Кавамате 3-дополнение. Условие на исключительность, данное при $e \neq 0$, сохранится. Более того, оно обобщится. Дивизор $D^+ = \frac{1}{4}\{t + \alpha z = 0\} + \frac{1}{2}\{x = 0\}$ дает не логтерминальное по Кавамате 4-дополнение, если $i = 2$ & НОД($t^3 + ktz^2 + lz^3, t(ax^2y + by^4) + z(cx^2y + dy^4)$) = $t + \alpha z$.

ПРИМЕР 3.28. $f = t^2x + z^3y + x^5 + zxy^3$. Чисто логтерминальное раздутие – это раздутие с весами $(16, 11, 8, 7)$. Тогда $(E, D) = (f(t, z, x, y) \subset \mathbb{P}(16, 11, 8, 7), 0)$. Рассмотрим карту окрестности точки $(0 : 0 : 0 : 1)$. Тогда пара $(\mathbb{C}^3, S + \frac{1}{4}T) = (\mathbb{C}_{u,v,w}^3, \{u^2w + v^3 + w^5 + vw = 0\} + \frac{1}{4}\{w = 0\})$ не чисто логтерминальна. Для этого надо сделать раздутие ψ с весами $(1, 2, 4)$. Следовательно, особенность неисклужительна. Особенности такого типа устроены нетривиально. Например,

в нашем примере $(S, 0)$ – это дювалевская особенность типа A_5 . Поэтому, чтобы доказать исключительность, надо построить индуктивное раздутие. В качестве упражнения покажем, что в этом примере пара $(C, B) = (C, \text{Diff}_C(\frac{1}{4}\tilde{T}'))$, где C – исключительная кривая при $\psi|_{\tilde{S}}: \tilde{S} \rightarrow S$, а $\tilde{T}'$ – собственный прообраз $T' = T|_S$, логтерминальна по Кавамате. Кривая $(C \subset \mathbb{P}) = (uw + v^3 + vw \subset \mathbb{P}(1, 1, 2))$ не является хорошо определенной. Поэтому для подсчета (C, B) не выполняются условия определения 3.12. Особенности $\tilde{S}$ – это $(u^2 + v^3 + v \subset \mathbb{C}_{u,v,w}^3)/\mathbb{Z}_4(-1, 2, 1) = A_3$ и $(u^2w + 1 + w \subset \mathbb{C}_{u,v,w}^3)/\mathbb{Z}_2(1, 1, 0) = A_1$. Так как $\deg_C \tilde{T}' = 3$ и $\tilde{T}' \cap \text{Sing } \tilde{S} = \emptyset$, то $(C, B) = (\mathbb{P}^1, \frac{3}{4}P_1 + \frac{1}{2}P_2 + \frac{3}{4}P_3)$, что и требовалось доказать.

ТЕОРЕМА 3.29. Пусть $f = t^3 + f_4(z, x, y)$ задает каноническую особенность $(X, 0)$, где f_4 – однородный многочлен степени 4. Тогда $\mathbf{p}$ -раздутие, где $\mathbf{p} = (4, 3, 3, 3)$, индуцирует чисто логтерминальное раздутие $(X, 0)$, причем $(E, D) = (t + f_4(z, x, y) \subset \mathbb{P}(4, 1, 1, 1), \frac{2}{3}\{t = 0\}) = (\mathbb{P}^2, \frac{2}{3}C)$, где $C = \{f_4 = 0\}$. Особенность $(X, 0)$ является исключительной только в следующих случаях:

- 1) кривая $C \subset \mathbb{P}^2$ является неприводимой; ее особыми точками могут быть только обыкновенные двойные точки;
- 2) кривая $C \subset \mathbb{P}^2$ распадается на две неприводимые коники, которые не пересекаются в четырех различных точках.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО такое же, как и в теореме 3.25.

§ 4. Классификация трехмерных исключительных канонических гиперповерхностных особенностей

Приведем комментарии к таблицам. Классификация исключительных особенностей дана в таблицах следующего вида. В первом столбце записан номер особенности. Во втором столбце записаны уравнение особенности, условия на исключительность и дополняемость. Почти во всех случаях выписывается сразу серия многочленов, которые были сгруппированы по похожим логповерхностям дель Пешо (E, D) (см. 3.12). В третьей колонке выписаны сами (E, D) . В верхней строчке записана хорошо определенная гиперповерхность $E \subset \mathbb{P}$. Если E является линейным конусом (т.е. $\tilde{d} = \tilde{a}_k$ для некоторого k), то во второй строчке выписано $E = \mathbb{P}(\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{k-1}, \tilde{a}_{k+1}, \dots, \tilde{a}_n)$. Так же во второй строчке выписана дифференциал D , которая будет обозначаться через $\text{Diff} = (\frac{q_1-1}{q_1}, \frac{q_2-1}{q_2}, \frac{q_3-1}{q_3}, \frac{q_4-1}{q_4})$. В четвертом столбце выписан минимальный индекс дополняемости. Вернемся ко второму столбцу. В нем различные случаи разделены либо запятой, либо точкой с запятой. Если стоит запятая, то следующая особенность имеет такой же индекс дополняемости. Знак “;” означает, что следующая особенность имеет другой индекс дополняемости, выписанный в четвертом столбце правее (или ниже). Также в описании различных случаев используются обычные логические символы: $\&$ – “и”, $||$ – “или”. Например, запись $|(n = 4; 5) \& b \neq 0| \dots |2, 4|$ означает, что в случае $n = 4$ и $b \neq 0$ имеем 2-дополнение, а в случае $n = 5$ и $b \neq 0$ имеем 4-дополнение. Знак $|||$ означает тоже логическое “или”, но используется только для разделения многочленов (мономов). Например, запись $h + (x^8 ||| x^7 y)$ означает, что рассматриваем отдельно два случая: $h + x^8$, $h + x^7 y$. Для них условия на исключительность также разделены знаком $|||$.

Очень часто не выписываются условия на каноничность. Читатель легко может сделать это сам. Неизолированные компоненты особенности определяются с помощью леммы 2.2. По теореме 2.9 особенность канонична тогда и только тогда, когда вдоль всех компонент имеем двувалевские особенности. Также надо учитывать требование на нормальность особенности: $\text{codim}_{\mathbb{C}^4} \text{Sing } X \geq 3$. Например, особенность $(t^3 - tg(z, x, y) + ag^3(z, x, y) = 0, 0)$ является ненормальной, если $a = \frac{4}{3\sqrt{3}}$, $\frac{2}{3\sqrt{3}}$.

Если известен минимальный индекс дополняемости, то искомое дополнение элементарно восстанавливается.

Пусть дана квазиоднородная особенность с весом $\mathbf{p}$ и степенью d . Может случиться, что этому взвешиванию соответствует большое количество мономов. На квазиоднородной части взвешивания естественно действует группа квазиоднородных биголоморфных отображений $H(\mathbf{p})$. Поэтому задача сводится к классификации орбит действия и нахождению наиболее простого элемента из каждой орбиты. Общий метод, которым это можно сделать, описан в [1]. Группа $H(\mathbf{p})$ порождается торической и унитарной частями. Торическая часть – это растяжение координат. Унитарная часть – это квазиоднородные замены вида $\alpha \mapsto \alpha + h(\beta, \gamma, \delta)$. В нашем случае особенности не очень сложные, поэтому легко догадаться, какие преобразования надо применять. В таблицах приведен наиболее удобный вид для особенности. Для него производится разделение только на те орбиты, которые имеют другое условие на исключительность.

В связи со сказанным выше введем следующие соглашения.

(А) Если $g(z, x, y)$ не зависит от z , то иногда пишем сокращено $g(x, y)$. В третьем столбце, ради экономии места, часто не выписывается $g(z^{1/q_2}, x^{1/q_3}, y^{1/q_4})$ в подробном виде.

(В) Запись во втором столбце вида $n = 3 \ i \leq 2, 4 \ i \leq 1$ означает, что при $n = 3$ условие на исключительность $i \leq 2$, а при $n = 4$ условие на исключительность $i \leq 1$ (при этом индекс дополняемости один и тот же).

(С) Запись $i, j \leq 1$ равносильна $i \leq 1 \ \& \ j \leq 1$.

(D) $f_n(x, y)$ – бинарная форма степени n . В записи уравнения особенности часто встречаются сразу несколько бинарных форм, которые обозначаются одинаково, например через f . Будем считать, что они различны, т.е. не зависят друг от друга. Рассмотрим запись $x^a f_{n-i}(x^a, y^b)$. Для нее предполагаем, что коэффициент при мономе x^{an} ненулевой. Если нет коэффициента перед бинарной формой, то всегда будем считать, что коэффициент при мономе x^{an} ненулевой. Пусть $a = 1$ и оставшаяся часть f' особенности не зависит от x (т.е. $\text{НОД}(f', x) = 1$). Тогда считаем, что неприводимые множители $f_{n-i}(x, y^b)$ имеют кратность не более i .

(Е) Рассмотрим запись $x^i(x + y^b)^j f_{n-i-j}(x, y^b)$. Пусть оставшаяся часть f' особенности зависит от x и не зависит от $x + y^b$ (т.е. $\text{НОД}(f', x + y^b) = 1$). Тогда считаем, что неприводимые множители $f_{n-i-j}(x, y^b)$ имеют кратность не более j .

(F) Рассмотрим запись $cx^{ai}(x^a + y^b)^j f_{n-i-j}(x^a, y^b)$. Коэффициент c означает, что коэффициенты бинарной формы произвольные. Если $i + j > n$, то $c = 0$. Если $i + j \leq n$, то $c \neq 0$. Если в условии на исключительность стоит $c \neq 0$, то считаем, что коэффициент c отсутствует (другими словами, коэффициент при мономе x^{an} ненулевой). Пусть $a = 1$. Если оставшаяся часть особенности не зависит от x , то

неприводимые множители $f_{n-i}(x, y^b)$ имеют кратность не более i , а если зависит от x , но не от $x + y^b$, то неприводимые множители имеют кратность не более j .

(I) Может случиться, что квазиоднородный многочлен имеет более одной части типа $\mathcal{M}_2$, принадлежащих списку для вращения линейки Ньютона. Они будут иметь общую часть типа $\mathcal{M}_1$ и отличаться только мономами. В нетривиальных случаях их коэффициенты будут подчеркнуты. Пусть подчеркнуто k коэффициентов. Тогда необходимо рассмотреть k случаев, в каждом из которых соответствующий коэффициент отсутствует. Это имеет большое значение для бинарных форм (см. (D)–(F)).

(J) Если в первом столбце (во второй строке) стоит сноска, то условие на исключительность приведено в конце соответствующей таблицы.

(K) Условия на исключительность выписываются сразу для всех общих компонент.

ПРИМЕР 4.1. 1) $f = t^2 + z^3 + \underline{a}zx^i f_{5-i}(x, y^2) + \underline{b}yx^j f_{7-j}(x, y^2)$. Условие на исключительность $i \leq 2 || j \leq 4$ (см. пример 3.21) означает также следующее. Предположим, что $x + cy^2$ входит с кратностью i_1 в $f_{5-i}(x, y^2)$ и с кратностью j_1 в $f_{7-j}(x, y^2)$. Тогда условие на исключительность означает, что $i_1 \leq 2 || j_1 \leq 4$. Напомним, что если $\underline{a} = 0$ или $\underline{b} = 0$, то согласно п. (F) считаем, что $i > 5$ или $j > 8$ соответственно.

2) $f = t^2 + z^3x + x^i(x + y^2)^j f_{5-i}(x, y^2)$. Условие на исключительность $i \leq 1 \& j \leq 3$. Здесь, в отличие от предыдущего примера, оставшаяся часть $t^2 + z^3x$ зависит от x . Поэтому условие $i \leq 1$ фиксировано, а требование $j \leq 3$, как и в предыдущем пункте, означает, что кратность любой неприводимой компоненты $f_{5-i}(x, y^2)$ не превосходит 3.

 ТАБЛИЦА 1. Особенность: $t^2 + z^3 + g(z, x, y)$

№	$g(z, x, y)$	Логповерхность	Индекс
1	$x^7 + az y^{4n} + by^{6n}$ $n=2, 3, 4, 5, 6$	$t^2 + z^3 + x + az y^4 + by^6 \subset \mathbb{P}(3, 2, 6, 1)$ $\mathbb{P}(3, 2, 1), \text{Diff}=(0, 0, \frac{6}{7}, \frac{n-1}{n})$	7
2	$x^7 + az y^{2n} + by^{3n}$ $n=3; 5; 9, 11, 13$	$t + z^3 + x + az y^2 + by^3 \subset \mathbb{P}(3, 1, 3, 1)$ $\mathbb{P}(3, 1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, \frac{n-1}{n})$	7, 8, 14
3	$x^7 + y^{2n}, n=4, 5; 8;$ 10, 11, 13; 16, 17, 19, 20	$t^2 + z + x + y^2 \subset \mathbb{P}(1, 2, 2, 1)$ $\mathbb{P}(1, 2, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{n-1}{n})$	7, 9, 15, 21
4	$x^7 + y^n$ $n=11; 13; 17; 19;$ 23; 25; 29; 31; 37, 41	$t + z + x + y \subset \mathbb{P}(1, 1, 1, 1)$ $\mathbb{P}^2, \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{n-1}{n})$	12, 14, 18, 21, 24, 28, 30, 36, 42
5	$x^i f_{7-i}(x, y^2)$ $i \leq 3$	$t^2 + z + x^i f_{7-i}(x, y^2) \subset \mathbb{P}(7, 14, 2, 1)$ $\mathbb{P}(7, 2, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
6	$az y^2 x^i f_{4-i}(x, y^3) +$ $x^j f_{7-j}(x, y^3), i \leq 3 j \leq 4$	$t + z^3 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 1)$ $\mathbb{P}(7, 3, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	2
7	$x^i f_{7-i}(x, y^4)$ $i \leq 5$	$t^2 + z + x^i f_{7-i}(x, y^2) \subset \mathbb{P}(7, 14, 2, 1)$ $\mathbb{P}(7, 2, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	3

Продолжение таблицы 1

8	$x^i f_{7-i}(x, y^5)$ $i \leq 5$	$t+z+x^i f_{7-i}(x, y) \subset \mathbb{P}(7, 7, 1, 1)$ $\mathbb{P}(7, 1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{4}{5})$	6
9	$x^7+ax^4y^n+bx^2y^{2n}$ $n=5 \ b \neq 0; 7, 11; 13, 17$	$t+z+x^7+ax^4y+bx^2y^2 \subset \mathbb{P}(7, 7, 1, 3)$ $\mathbb{P}(7, 1, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 12, 18
10	$x^7+ax^4y^{2n}+bx^2y^{4n}$ $n=2 \ b \neq 0; 4, 5, 7, 8$	$t^2+z+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(7, 14, 2, 3)$ $\mathbb{P}(7, 2, 3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	3, 9
11	x^7+xy^n $n=7; 11; 13; 17; 19;$ $23; 25; 29; 31, 35$	$t+z+x^7+xy \subset \mathbb{P}(7, 7, 1, 6)$ $\mathbb{P}(7, 1, 6), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	8, 12, 15, 18, 22, 24, 30, 36
12	$x^{2i+1}f_{3-i}(x^2, y^n)$ $n=5 \ i \leq 1; 7, 11$	$t+z+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(7, 7, 1, 2)$ $\mathbb{P}(7, 1, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 12
13	$azy^n x^{2i} f_{2-i}(x^2, y^{3n}) +$ $+x^{2j+1} f_{3-j}(x^2, y^{3n}), n=1$ $ij=0; n=3 \ i \leq 1 \ \ j \leq 2$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 2)$ $\mathbb{P}(7, 3, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	2, 4
14	$x^7+x^2y^n, n=7; 11;$ $13; 17; 19; 23; 29$	$t+z+x^7+x^2y \subset \mathbb{P}(7, 7, 1, 5)$ $\mathbb{P}(7, 1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	9, 12, 16, 18, 24, 30
15	$x^7+azx^3y^{2n}+bx^2y^{6n}$ $n=2 \ b \neq 0; 3, 4$	$t^2+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(21, 14, 6, 5)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 5
16	$x^7+azx^3y^n+bx^2y^{3n}$ $n=3 \ b \neq 0; 7, 9$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 5)$ $\mathbb{P}(7, 3, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 10
17	$x^7+x^2y^{2n}$ $n=4, 7, 8; 11, 13, 14$	$t^2+z+x^7+x^2y^2 \subset \mathbb{P}(7, 14, 2, 5)$ $\mathbb{P}(7, 2, 5), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	9, 15
18	$x^7+azx^2y^{2n}+$ $+bx^3y^{3n}, n=3, 5, 7$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 4)$ $\mathbb{P}(7, 3, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	8
19	$x^7+x^3y^n$ $n=7; 11; 13, 17; 19, 23$	$t+z+x^7+x^3y \subset \mathbb{P}(7, 7, 1, 4)$ $\mathbb{P}(7, 1, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 12, 18, 24
20	$x^7+zy^n, n=5; 9; 11,$ $13; 15; 17, 19; 23, 25, 27$	$t+z^3+x+zy \subset \mathbb{P}(3, 1, 3, 2)$ $\mathbb{P}(1, 3, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, \frac{n-1}{n})$	7, 10, 14, 16, 22, 28
21	$x^7+zx^2y^{2n}, n=3, 4, 5;$ $6, 7, 8, 9, 10$	$t^2+z^3+x^7+zx^2y^2 \subset \mathbb{P}(21, 14, 6, 11)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	5, 11
22	$x^7+zx^2y^n, n=5, 7, 9;$ $13, 15; 17, 19, 21$	$t+z^3+x^7+zx^2y \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 11)$ $\mathbb{P}(7, 3, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	8, 10, 16, 22
23	$x^7+zx^2y^n, n=5, 7, 9;$ $11, 13, 15$	$t+z^3+x^7+zx^2y \subset \mathbb{P}(21, 7, 3, 8)$ $\mathbb{P}(7, 3, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 16
24	$x^i y^j f_{6-i-j}(x, y)$ $i=j=1$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(4, 8, 1, 1)$ $\mathbb{P}(4, 1, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
25	$x^8+azy^{2n}+by^{3n}$ $n=3, 5; 7$	$t^2+z^3+x^2+azy^2+by^3 \subset \mathbb{P}(3, 2, 3, 2)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, \frac{n-1}{n})$	5, 8

Продолжение таблицы 1

26	$x^8 + y^n$ $n=11;13;17;19;23$	$t^2 + z + x^2 + y \subset \mathbb{P}(1,2,1,2)$ $\mathbb{P}(1,1,2), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{n-1}{n})$	12,13,18, 21,24
27	$az y^3 x^{4i} f_{1-i}(x^4, y^9) +$ $x^{4j} f_{2-j}(x^4, y^9), i=0 j=0$	$t^2 + z^3 + g(z, x^{1/4}, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(3,2,3,1)$ $\text{Diff}=(0,0, \frac{3}{4}, \frac{2}{3})$	4
28	$x^8 + ax^4 y^n + by^{2n}$ $n=5 \text{ } b \neq 0; 7; 11$	$t^2 + z + x^2 + axy + by^2 \subset \mathbb{P}(1,2,1,1)$ $\mathbb{P}^2, \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{n-1}{n})$	6,9,12
29	$az y^2 x^{2i} f_{2-i}(x^2, y^3) +$ $x^{2j} f_{4-j}(x^2, y^3), i \leq 1 j \leq 1$	$t^2 + z^3 + g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(6,4,3,1)$ $\text{Diff}=(0,0, \frac{1}{2}, 0)$	2
30	$x^i f_{8-i}(x, y^2)$ $i \leq 4$	$t^2 + z + x^i f_{8-i}(x, y) \subset \mathbb{P}(4,8,1,1)$ $\mathbb{P}(4,1,1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	3
31	$x^{2i} f_{4-i}(x^2, y^5)$ $i \leq 2$	$t^2 + z + x^i f_{4-i}(x, y) \subset \mathbb{P}(2,4,1,1)$ $\mathbb{P}(2,1,1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5})$	6
32	$x^8 + xy^n, n=8;10;$ $11;13;16;17;19;20$	$t^2 + z + x^8 + xy \subset \mathbb{P}(4,8,1,7)$ $\mathbb{P}(4,1,7), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	9,10,12 13,18,21
33	$x^8 + ax^3 y^n + by^{3n}$ $b \neq 0 \& (n=3,4); 5,6$	$t^2 + z^3 + g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(12,8,3,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{n-1}{n})$	4,7
34	$x^8 + x^2 y^n$ $n=7;11;13;17$	$t^2 + z + x^4 + xy \subset \mathbb{P}(2,4,1,3)$ $\mathbb{P}(2,1,3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{n-1}{n})$	7,12,15, 18
35	$x^8 + ax^5 y^n + bx^2 y^{2n}$ $b \neq 0 \& (n=4,5); 7,8$	$t^2 + z + x^8 + ax^5 y + bx^2 y^2 \subset \mathbb{P}(4,8,1,3)$ $\mathbb{P}(4,1,3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	6,9
36	$x^8 + x^3 y^n$ $n=7;8;11;13,14$	$t^2 + z + x^8 + x^3 y \subset \mathbb{P}(4,8,1,5)$ $\mathbb{P}(4,1,5), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	7,9,12 15
37	$x^8 + azx^2 y^{2n} +$ $+bx^3 y^{3n}, n=3,4$	$t^2 + z^3 + g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(12,8,3,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{n-1}{n})$	5
38	$x^8 + zy^n$ $n=7;9;11,13;15$	$t^2 + z^3 + x^2 + zy \subset \mathbb{P}(3,2,3,4)$ $\text{Diff}=(0,0, \frac{3}{4}, \frac{n-1}{n})$	7,10,13, 16
39	$x^8 + zxy^n, n=5;6,7;$ $8,9,10;11,12$	$t^2 + z^3 + x^8 + zxy \subset \mathbb{P}(12,8,3,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{n-1}{n})$	5,7,10, 13
40	$x^8 + zx^2 y^n$ $n=7;9$	$t^2 + z^3 + x^4 + zxy \subset \mathbb{P}(6,4,3,5)$ $\text{Diff}=(0,0, \frac{1}{2}, \frac{n-1}{n})$	7,10
41	$x^7 y + y^n$ $n=11;13;17;19;23;$ $25;31;35$	$t + z + xy + y^n \subset \mathbb{P}(n,n,n-1,1)$ $\mathbb{P}(n,n-1,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	12,15,21, 22,28,30, 36,42
42	$x^7 y + az y^{4n} +$ $+by^{6n}, n=2,3,4,5$	$t^2 + z^3 + g(z, x^{1/7}, y) \subset \mathbb{P}(3n,2n,6n-1,1)$ $\text{Diff}=(0,0, \frac{6}{7}, 0)$	7
43	$x^7 y + az y^{2n} +$ $+by^{3n}, n=3;7;9,11$	$t + z^3 + g(z, x^{1/7}, y) \subset \mathbb{P}(3n,n,3n-1,1)$ $\mathbb{P}(n,3n-1,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	7,8,14
44	$x^7 y + y^{2n}, n=5;7,$ $8;10,13;14,16,17$	$t^2 + z + xy + y^{2n} \subset \mathbb{P}(n,2n,2n-1,1)$ $\mathbb{P}(n,2n-1,1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	7,9,15, 21

Продолжение таблицы 1

45	$\underline{a}zx^i f_{5-i}(x, y^2) + \underline{b}yx^j f_{7-j}(x, y^2)$ $i \leq 2 j \leq 4$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15, 5, 2, 1)$ $\mathbb{P}(5, 2, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	2
46	$yx^i f_{7-i}(x, y^3)$ $i \leq 5$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11, 22, 3, 1)$ $\mathbb{P}(11, 3, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
47	$yx^i f_{7-i}(x, y^4)$ $i \leq 5$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(29, 29, 4, 1)$ $\mathbb{P}(29, 4, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
48	$x^7y+xy^n, n=8;12;$ $14;18;20;24;26;30$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-1, 7n-1, n-1, 6)$ $\mathbb{P}(7n-1, n-1, 6), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9,15,16, 22,24,30, 36
49	$x^7y+ax^4y^{n+1}+bxy^{2n+1}$ $n=4 \ b \neq 0; 8, 10, 14$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n+3, 7n+3, n, 3)$ $\mathbb{P}(7n+3, n, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6,12,18
50	$x^7y+ax^4y^{2n+2}+bxy^{4n+3}$ $n=2 \ b \neq 0; 3, 5, 6$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n+5, 14n+10, 2n+1, 3)$ $\mathbb{P}(7n+5, 2n+1, 3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3,9
51	$yx^{2i+1} f_{3-i}(x^2, y^n)$ $(n=3, 5) \& i \leq 1; 9$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n+2, 7n+2, n, 2)$ $\mathbb{P}(7n+2, n, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6,12
52	$azy^3x^{2i} f_{2-i}(x^2, y^7) +$ $+yx^{2j+1} f_{3-j}(x^2, y^7)$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(51, 17, 7, 2)$ $\mathbb{P}(17, 7, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	4
53	$x^7y+x^2y^n$ $n=7;9;13;15;19;25$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-2, 7n-2, n-1, 5)$ $\mathbb{P}(7n-2, n-1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9,10,16, 18,24,30
54	$x^7y+x^2y^{2n}$ $n=5, 6; 9, 11, 12$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-1, 14n-2, 2n-1, 5)$ $\mathbb{P}(7n-1, 2n-1, 5), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9,15
55	$x^7y+azx^3y^{2n+2} +$ $+bx^2y^{6n+5}, n=2, 3$	$t+z^3+g \subset \mathbb{P}(42n+33, 14n+11, 6n+4, 5)$ $\mathbb{P}(14n+11, 6n+4, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
56	$x^7y+azx^3y^{2n+1} +$ $+bx^2y^{6n+2}, n=1 \ b \neq 0; 2, 3$	$t^2+z^3+g \subset \mathbb{P}(21n+6, 14n+4, 6n+1, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4,5
57	$x^7y+x^3y^n$ $n=8;10;14;16;20$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-3, 7n-3, n-1, 4)$ $\mathbb{P}(7n-3, n-1, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10,12,18, 24
58	$x^7y+azx^2y^{2n} +$ $+bx^3y^{3n}, n=4, 6$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-3, 7n-1, 3n-1, 4)$ $\mathbb{P}(7n-1, 3n-1, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8
59	$x^7y+zy^n, n=7;9;$ $11;13;15;19;21;23$	$t+z^3+xy+zy^n \subset \mathbb{P}(3n, n, 3n-2, 2)$ $\mathbb{P}(n, 3n-2, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	8,10,14, 16,22,28
60	$x^7y+zxxy^n$ $n=6;10,12,14;16,18$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-3, 7n-1, 3n-2, 11)$ $\mathbb{P}(7n-1, 3n-2, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8,16,22
61	$x^7y+zxxy^{2n+1}$ $n=2, 3, 4; 5, 6, 7, 8$	$t^2+z^3+g \subset \mathbb{P}(21n+9, 14n+6, 6n+1, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5,11
62	$x^7y+zx^2y^n$ $n=5, 7, 9; 11, 13$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-6, 7n-2, 3n-2, 8)$ $\mathbb{P}(7n-2, 3n-2, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10,16

Продолжение таблицы 1

63	$\underline{a}zx^i y^{i_1} f_{6-i-i_1}(x, y) +$ $\underline{b}x^j y^{j_1} f_{9-j-j_1}(x, y)$ ($i=1 j \leq 2$) & ($i_1=1 j_1 \leq 2$)	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(9, 3, 1, 1)$ $\mathbb{P}(3, 1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	2
64	$ax^9+bxz^6+y^{2n}$ $n=5; 7; 8$	$t^2+z^3+ax^3+bxz^2+y^2 \subset \mathbb{P}(3, 2, 2, 3)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, \frac{n-1}{n})$	5, 7, 9
65	$ax^9+bxz^6+y^n$ $n=11; 13; 17$	$t+z^3+ax^3+y+bxz^2 \subset \mathbb{P}(3, 1, 1, 3)$ $\mathbb{P}(1, 1, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, \frac{n-1}{n})$	12, 14, 18
66	$\underline{a}zx^{3i} f_{2-i}(x^3, y^4) +$ $\underline{b}x^{3j} f_{3-j}(x^3, y^4), i=0 j \leq 1$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/3}, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(3, 2, 2, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2})$	3
67	$\underline{a}zx^{3i} f_{2-i}(x^3, y^5) +$ $\underline{b}x^{3j} f_{3-j}(x^3, y^5), i \leq 1 j \leq 1$	$t+z^3+g(z, x^{1/3}, y^{1/5}) \subset \mathbb{P}(3, 1, 1, 1)$ $\mathbb{P}^2, \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, \frac{4}{5})$	6
68	$ax^9+bxz^6+xy^n$ $n=9; 11; 13; 15$	$t+z^3+ax^9+xy+bxz^6 \subset \mathbb{P}(9, 3, 1, 8)$ $\mathbb{P}(3, 1, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 12, 14, 16
69	$\underline{a}zx^{2+4i} f_{1-i}(x^4, y^n) +$ $\underline{b}x^{4j+1} f_{2-j}(x^4, y^n)$ $n=5 \ i=0 j=0; 7$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(9, 3, 1, 4)$ $\mathbb{P}(3, 1, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 8
70	$\underline{a}zx^{2i} f_{3-i}(x^2, y^3) +$ $\underline{b}x^{2j+1} f_{4-j}(x^2, y^3),$ $i \leq 1 j \leq 1$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(9, 3, 1, 2)$ $\mathbb{P}(3, 1, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	4
71	$ax^9+bxz^6+x^2y^{2n}$ $n=4, 5; 6$	$t^2+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(9, 6, 2, 7)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	5, 7
72	$ax^9+bxz^6+x^2y^n$ $n=9; 11; 13$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(9, 3, 1, 7)$ $\mathbb{P}(3, 1, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 12, 14
73	$\underline{a}zx^{6i} f_{1-i}(x^6, y^n) +$ $\underline{b}x^{6j+3} f_{1-j}(x^6, y^n), n=7; 11$	$t+z^3+g(z, x^{1/3}, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(3, 1, 1, 2)$ $\mathbb{P}(1, 1, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, \frac{n-1}{n})$	8, 12
74	$dx^9+axzy^{2n}+bx^4y^{2n} +$ $czx^6,$ ($n=3 \ a \neq 0; 4$) & $ d + c \neq 0$	$t^2+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(9, 6, 2, 5)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	3, 5
75	$dx^9+axzy^n+bx^4y^n+czx^6,$ ($n=7; 9$) & ($ a + b \neq 0 \ d + c \neq 0$)	$t+z^3+g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(9, 3, 1, 5)$ $\mathbb{P}(3, 1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	8, 10
76	x^8y+y^{2n} $n=5, 8$	$t^2+z+xy+y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n, 2n-1, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-1, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, 0)$	9
77	$x^8y+azy^{4n}+by^{6n}$ $n=2, 3$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/8}, y) \subset \mathbb{P}(3n, 2n, 6n-1, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{7}{8}, 0)$	8
78	x^8y+y^{2n} $n=7; 10$	$t^2+z+xy+y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n, 2n-1, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-1, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, 0)$	9, 24

Продолжение таблицы 1

79	$yx^{4i}f_{2-i}(x^4, y^{n-1})$ $n=6 \ i=0; n=10 \ i \leq 1$	$t^2+z+g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(2n-1, 4n-2, n-1, 2)$ $\mathbb{P}(2n-1, n-1, 2), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	3, 12
80	$az y^3 x^{4i} f_{1-i}(x^4, y^7) +$ $+ y x^{4j} f_{2-j}(x^4, y^7),$ $i=0 j \leq 1$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(15, 10, 7, 2)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	4
81	$yx^{2i}f_{4-i}(x^2, y^3)$ $i \leq 2$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(13, 26, 3, 2)$ $\mathbb{P}(13, 3, 2), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
82	$yx^i f_{8-i}(x, y^2)$ $i \leq 5$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(17, 17, 2, 1)$ $\mathbb{P}(17, 2, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
83	$x^8 y + x y^n$ $n=9; 10; 12; 16; 13; 18$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(8n-1, 8n-1, n-1, 7)$ $\mathbb{P}(8n-1, n-1, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10, 12, 18, 30, 42
84	$x^8 y + a z x^3 y^{n+1} + b x y^{3n+2}$ $n=3 \ b \neq 0; 4, 5$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(24n+15, 8n+5, 3n+1, 7)$ $\mathbb{P}(8n+5, 3n+1, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	4, 14
85	$x^8 y + x^2 y^n$ $n=8, 12, 14$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(4n-1, 8n-2, n-1, 6)$ $\mathbb{P}(4n-1, n-1, 6), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
86	$x^8 y + a x^5 y^{n+1} + b x^2 y^{2n+1}$ $(n=4, 5) \& b \neq 0; 7$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(8n+3, 8n+3, n, 3)$ $\mathbb{P}(8n+3, n, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6, 18
87	$x^8 y + x^3 y^n$ $n=7, 8, 10; 13$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(8n-3, 8n-3, n-1, 5)$ $\mathbb{P}(8n-3, n-1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12, 30
88	$x^8 y + a z x^2 y^{2n} + b x^3 y^{3n}$ $n=3, 4$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(24n-3, 8n-1, 3n-1, 5)$ $\mathbb{P}(8n-1, 3n-1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
89	$x^8 y + z y^n$ $n=7, 9; 11, 13$	$t^2+z^3+x^2 y + z y^n \subset \mathbb{P}(3n, 2n, 3n-2, 4)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	5, 16
90	$x^8 y + z x y^n$ $n=6, 7, 8, 9; 10, 11$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(24n-3, 8n-1, 3n-2, 13)$ $\mathbb{P}(8n-1, 3n-2, 13), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 26
91	$x^8 y + z x^2 y^n$ $n=5, 7$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n-3, 8n-2, 3n-2, 10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	10
92	$x^7 y^2 + y^n$ $n=11; 13; 17; 19; 25; 29$	$t+z+x y^2 + y^n \subset \mathbb{P}(n, n, n-2, 1)$ $\mathbb{P}(n, n-2, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	15, 18, 24, 28, 36, 42
93	$x^7 y^2 + y^{2n}$ $n=5; 7; 11; 13$	$t^2+z+x y^2 + y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n, 2n-2, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-2, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	7, 9, 15, 21
94	$x^7 y^2 + y^{4n}$ $n=5; 7$	$t^2+z+x y^2 + y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n, 2n-1, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-1, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{1}{2})$	15, 21
95	$x^7 y^2 + a z y^{2n} + b y^{3n}$ $n=5; 7, 9$	$t+z^3+g(z, x^{1/7}, y) \subset \mathbb{P}(3n, n, 3n-2, 1)$ $\mathbb{P}(n, 3n-2, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	8, 14
96	$x^7 y^2 + a z y^{8n} + b y^{12n}$ $n=1, 2$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/7}, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(3n, 2n, 6n-1, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{6}{7}, \frac{1}{2})$	7

Продолжение таблицы 1

97	$x^7y^2+azy^{12}+by^{18}$	$t^2+z^3+g(z,x^{1/7},y)\subset\mathbb{P}(9,6,16,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{6}{7},0)$	7
98	$y^2x^if_{7-i}(x,y^2)$ $i\leq 4$	$t^2+z+yx^if_{7-i}(x,y)\subset\mathbb{P}(4,8,1,1)$ $\mathbb{P}(4,1,1), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	3
99	$y^2x^if_{7-i}(x,y^3)$ $i\leq 5$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(23,23,3,1)$ $\mathbb{P}(23,3,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
100	$x^7y^2+xy^n$ $n=9;13;15;19,21;25$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-2,7n-2,n-2,6)$ $\mathbb{P}(7n-2,n-2,6), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,18,22, 30,36
101	$x^{3i+1}y^2f_{2-i}(x^3,y^{2n})$ $n=2\ i=0;4\ i\leq 1$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n+3,14n+6,2n,3)$ $\mathbb{P}(7n+3,2n,3), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3,9
102	$x^7y^2+ax^4y^{12}+bxy^{22}$	$t^2+z+x^7y+ax^4y^6+bxy^{11}\subset\mathbb{P}(19,38,5,3)$ $\mathbb{P}(19,5,3), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	9
103	$x^7y^2+ax^4y^{n+1}+bxy^{2n}$ $n=6,8;12$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-1,7n-1,n-1,3)$ $\mathbb{P}(7n-1,n-1,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,18
104	$y^2x^{2i+1}f_{3-i}(x^2,y^n)$ $n=3\ i\leq 1;7\ i\leq 2$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n+4,7n+4,n,2)$ $\mathbb{P}(7n+4,n,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6,12
105	$azy^3x^{2i}f_{2-i}(x^2,y^5)+$ $+y^2x^{2j+1}f_{3-j}(x^2,y^5)$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(39,13,5,2)$ $\mathbb{P}(13,5,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
106	$x^7y^2+x^2y^n$ $n=9;11;15;21$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-4,7n-4,n-2,5)$ $\mathbb{P}(7n-2,n-2,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,16,24, 30
107	$x^7y^2+x^2y^{4n}$ $n=2;5$	$t^2+z+x^7y+x^2y^{2n}\subset\mathbb{P}(7n-1,14n-2,2n-1,5)$ $\mathbb{P}(7n-1,2n-1,5), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	9,15
108	$x^7y^2+x^2y^{2n}$ $n=7;9$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-2,14n-4,2n-2,5)$ $\mathbb{P}(7n-2,2n-2,5), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9,15
109	$x^7y^2+azx^3y^{n+1}+$ $+bx^2y^{3n+1}, n=4,6$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21n+3,7n+1,3n-1,5)$ $\mathbb{P}(7n+1,3n-1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
110	$x^7y^2+azx^3y^4+$ $+x^2y^{10}$	$t^2+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(33,22,8,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4
111	$x^7y^2+azx^3y^6$ $+bx^2y^{16}$	$t^2+z^3+g(z,x,y^{1/2})\subset\mathbb{P}(27,18,7,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	5
112	$x^7y^2+x^3y^n$ $n=7;11,13;17$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-6,7n-6,n-2,4)$ $\mathbb{P}(7n-6,n-2,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	10,18,24
113	$x^7y^2+azx^2y^{2n}+$ $+bx^3y^{3n}, n=3,5$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21n-6,7n-2,3n-2,4)$ $\mathbb{P}(7n-2,3n-2,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8
114	$x^7y^2+zy^n$ $n=7;9;11;15;17,19$	$t+z^3+xy^2+zy^n\subset\mathbb{P}(3n,n,3n-4,2)$ $\mathbb{P}(n,3n-4,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},0)$	10,14,16, 22,28
115	$x^7y^2+zy^{4n+2}$ $n=1;2,3$	$t^2+z^3+g(z,x,y^{1/2})\subset\mathbb{P}(21n+9,14n+6,6n+1,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	5,11

Продолжение таблицы 1

116	$x^7 y^2 + z x y^n$ $n=7;9,11;13,15$	$t+z^3+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(21n-6,7n-2,3n-4,11)$ $\mathbb{P}(7n-2,3n-4,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10,16,22
117	$x^7 y^2 + z x y^{4n}$ $n=2;3$	$t^2+z^3+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(42n-3,28n-2,12n-4,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5,11
118	$x^7 y^2 + z x^2 y^n$ $n=5,7;9,11$	$t+z^3+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(21n-12,7n-4,3n-4,8)$ $\mathbb{P}(7n-4,3n-4,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10,16
119	$x^i y^j f_{10-i-j}(x,y)$ $i \leq 3 \& j \leq 3$	$t^2+z+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(5,10,1,1)$ $\mathbb{P}(5,1,1), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3
120	$x^{10}+y^n$ $n=11;13$	$t^2+z+x^2+y \subset \mathbb{P}(1,2,1,2)$ $\mathbb{P}(1,1,2), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	12,15
121	$z y^2 (\underline{a} x^5 + b y^6) +$ $\underline{c} x^{5j} f_{2-j}(x^5, y^6), b \neq 0 j=0$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/5}, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(3,2,3,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{1}{2})$	5
122	$x^{10}+a x^5 y^7 + b y^{14}$	$t^2+z+x^2+a x y + b y^2 \subset \mathbb{P}(1,2,1,1)$ $\mathbb{P}^2, \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{4}{5},\frac{6}{7})$	15
123	$x^{10}+x y^n$ $n=10,11;13$	$t^2+z+x^{10}+x y \subset \mathbb{P}(5,10,1,9)$ $\mathbb{P}(5,1,9), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{n-1}{n})$	12,27
124	$x^{3i+1} f_{3-i}(x^3, y^4)$ $i=0,1$	$t^2+z+x^{3i+1} f_{3-i}(x^3, y) \subset \mathbb{P}(5,10,1,3)$ $\mathbb{P}(5,1,3), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{3}{4})$	9
125	$x^{10}+a z x^4 y^3 +$ $+x^2 y^9$	$t^2+z^3+x^{10}+a z x^4 y + x^2 y^3 \subset \mathbb{P}(15,10,3,8)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{2}{3})$	4
126	$x^{10}+a x^6 y^5 + x^2 y^{10}$	$t^2+z+x^{10}+a x^6 y + x^2 y^2 \subset \mathbb{P}(5,10,1,4)$ $\mathbb{P}(5,1,4), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{4}{5})$	6
127	$x^{10}+x^2 y^{11}$	$t^2+z+x^{10}+x^2 y \subset \mathbb{P}(5,10,1,8)$ $\mathbb{P}(5,1,8), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{10}{11})$	12
128	$x^{10}+x^3 y^n$ $n=8;10$	$t^2+z+x^{10}+x^3 y \subset \mathbb{P}(5,10,1,7)$ $\mathbb{P}(5,1,7), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{n-1}{n})$	9,21
129	$x^{10}+a z x^2 y^6 +$ $+b x^3 y^9$	$t^2+z^3+g(z, x, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(15,10,3,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{2}{3})$	7
130	$x^{10}+x^4 y^7$	$t^2+z+x^{10}+x^4 y \subset \mathbb{P}(5,10,1,6)$ $\mathbb{P}(5,1,6), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{6}{7})$	9
131	$x^{10}+z y^n$ $n=7;9$	$t^2+z^3+z y + x^2 \subset \mathbb{P}(3,2,3,4)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	7,10
132	$x^{10}+z x y^n$ $n=6,7;8$	$t^2+z^3+z x y + x^{10} \subset \mathbb{P}(15,10,3,17)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	7,17
133	$x^{10}+z x^2 y^5$	$t^2+z^3+z x^2 y + x^{10} \subset \mathbb{P}(15,10,3,14)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{4}{5})$	7
134	$x^{10}+z x^3 y^5$	$t^2+z^3+z x^3 y + x^{10} \subset \mathbb{P}(15,10,3,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{4}{5})$	11

Продолжение таблицы 1

135	$x^9y+azx^3y^4+y^{11}$	$t+z^3+g(z,x^{1/3},y)\subset\mathbb{P}(33,11,10,3)$ $\mathbb{P}(11,10,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	4
136	$x^9y+azy^8+by^{12}$	$t^2+z^3+az y^8+xy+by^{12}\subset\mathbb{P}(6,4,11,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{8}{9},0)$	9
137	$\underline{a}zy^2x^{3i+2}f_{1-i}(x^3,y^4)+$ $+byx^{3j}f_{3-j}(x^3,y^4)$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(39,13,4,3)$ $\mathbb{P}(13,4,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	6
138	$x^9y+azx^3y^5+by^{14}$	$t^2+z^3+g(z,x^{1/3},y)\subset\mathbb{P}(21,14,13,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{2}{3},0)$	9
139	$x^9y+azy^{10}+by^{15}$	$t+z^3+g(z,x^{1/9},y)\subset\mathbb{P}(15,5,14,1)$ $\mathbb{P}(5,14,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{8}{9},0)$	18
140	x^9y+xy^n $n=10;12;14$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n-1,9n-1,n-1,8)$ $\mathbb{P}(9n-1,n-1,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,30,48
141	$x^9y+ax^5y^6+xy^{11}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(49,49,5,4)$ $\mathbb{P}(49,5,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
142	$yx^{2i+1}f_{4-i}(x^2,y^3)$ $i\leq 2$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(29,29,3,2)$ $\mathbb{P}(29,3,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12
143	$x^9y+x^2y^n$ $n=9,11$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n-2,9n-2,n-1,7)$ $\mathbb{P}(9n-2,n-1,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12
144	$x^9y+x^2y^{2n}$ $n=5;6$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n-1,18n-2,2n-1,7)$ $\mathbb{P}(9n-1,2n-1,7), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	12,21
145	$x^9y+azx^4y^3+x^3y^8$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(69,23,7,6)$ $\mathbb{P}(23,7,6), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
146	$x^9y+x^4y^n$ $n=7;9$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n-4,9n-4,n-1,5)$ $\mathbb{P}(9n-4,n-1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	18,30
147	$x^9y+x^4y^8$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(34,68,7,5)$ $\mathbb{P}(34,7,5), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	15
148	x^9y+zy^n $n=7,9$	$t+z^3+xy+zy^n\subset\mathbb{P}(3n,n,3n-2,2)$ $\mathbb{P}(n,3n-2,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{8}{9},0)$	10
149	$x^9y+zxxy^n$ $n=6,8$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(27n-3,9n-1,3n-2,15)$ $\mathbb{P}(9n-1,3n-2,15), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
150	$x^9y+zxxy^7$	$t^2+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(93,62,19,15)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
151	$x^9y+zx^2y^n$ $n=5;7$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(27n-6,9n-2,3n-2,12)$ $\mathbb{P}(9n-2,3n-2,12), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	14,24
152	$x^8y^2+y^n$ $n=11;13;17$	$t^2+z+x^2y^2+y^n\subset\mathbb{P}(n,2n,n-2,2)$ $\mathbb{P}(n,n-2,2), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{3}{4},0)$	16,18,24
153	$x^8y^2+azy^{10}+by^{15}$	$t^2+z^3+g(z,x^{1/4},y)\subset\mathbb{P}(15,10,13,2)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{3}{4},0)$	8

Продолжение таблицы 1

154	$azy^3x^{4i}f_{1-i}(x^4, y^5) + y^2x^{4j}f_{2-j}(x^4, y^5)$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/4}, y) \subset \mathbb{P}(6, 4, 5, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	4
155	$x^8y^2+ax^4y^9+by^{16}$	$t^2+z+x^2y^2+axy^9+by^{16} \subset \mathbb{P}(8, 16, 7, 1)$ $\mathbb{P}(8, 7, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 0)$	12
156	$y^2x^{2i}f_{4-i}(x^2, y^3)$ $i \leq 2$	$t^2+z+y^2x^if_{4-i}(x, y^3) \subset \mathbb{P}(7, 14, 3, 1)$ $\mathbb{P}(7, 3, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	6
157	$x^8y^2+axx^3y^{n+1} + bxy^{3n+1}, n=3 \text{ } b \neq 0; 4$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n+3, 8n+2, 3n-1, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4, 7
158	$x^8y^2+xy^n$ $n=11, 12; 14; 15$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(4n-1, 8n-2, n-2, 7)$ $\mathbb{P}(4n-1, n-2, 7), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	15, 18, 21
159	$x^8y^2+x^2y^n$ $n=9; 13$	$t^2+z+x^4y^2+xy^n \subset \mathbb{P}(2n-1, 4n-2, n-2, 3)$ $\mathbb{P}(2n-1, n-2, 3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	12, 18
160	$x^{3i+2}y^2f_{2-i}(x^3, y^{n-2})$ $n=6 \text{ } i=0; 7 \text{ } i \leq 1$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(4n-5, 8n-10, n-2, 3)$ $\mathbb{P}(4n-5, n-2, 3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6, 9
161	$x^8y^2+x^3y^n$ $n=8; 10; 11$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(4n-3, 8n-6, n-2, 5)$ $\mathbb{P}(4n-3, n-2, 5), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9, 12, 15
162	$x^8y^2+axx^2y^6+bx^3y^9$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(33, 22, 7, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
163	$x^8y^2+zy^n$ $n=7; 9; 11$	$t^2+z^3+x^2y^2+zy^n \subset \mathbb{P}(3n, 2n, 3n-4, 4)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	10, 13, 16
164	$x^8y^2+zyy^n$ $n=6; 7, 8; 9$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n-3, 8n-2, 3n-4, 13)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7, 10, 13
165	$x^8y^2+zx^2y^n$ $n=5; 7$	$t^2+z^3+x^4y^2+zyy^n \subset \mathbb{P}(6n-3, 4n-2, 3n-4, 5)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	7, 10
166	$x^7y^3+y^n$ $n=11; 13; 19; 23$	$t+z+xy^3+y^n \subset \mathbb{P}(n, n, n-3, 1)$ $\mathbb{P}(n, n-3, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	18, 22, 36, 42
167	$x^7y^3+y^{2n}$ $n=7, 8; 10, 11$	$t^2+z+xy^3+y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n, 2n-3, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-3, 1), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	15, 21
168	$x^7y^3+azy^{2n}+by^{3n}$ $n=5; 7$	$t+z^3+g(z, x^{1/7}, y) \subset \mathbb{P}(3n, n, 3n-3, 1)$ $\mathbb{P}(n, 3n-3, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	8, 14
169	$x^7y^3+azy^8+by^{12}$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/7}, y) \subset \mathbb{P}(6, 4, 9, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{6}{7}, 0)$	7
170	$x^7y^3+azy^{12}+by^{18}$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/7}, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(3, 2, 5, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{6}{7}, \frac{2}{3})$	7
171	$y^3x^if_{7-i}(x, y^2)$ $i \leq 5$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(17, 17, 2, 1)$ $\mathbb{P}(17, 2, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
172	$x^7y^3+xy^n$ $n=10; 14; 16; 20$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-3, 7n-3, n-3, 6)$ $\mathbb{P}(7n-3, n-3, 6), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	16, 24, 30 36

Продолжение таблицы 1

173	$x^7y^3+ax^4y^{n+2}+bxy^{2n+1}$ $n=5;9$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n+2,7n+2,n-1,3)$ $\mathbb{P}(7n+2,n-1,3)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,18
174	$x^7y^3+ax^4y^{2n+2}+bxy^{4n+1}$ $n=3,4$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n+1,14n+2,2n-1,3)$ $\mathbb{P}(7n+1,2n-1,3)$, Diff= $(0,\frac{2}{3},0,0)$	9
175	$y^3x^{2i+1}f_{3-i}(x^2,y^3)$ $i=0,1$	$t+z^3+yx^{2i+1}f_{3-i}(x^2,y)\subset\mathbb{P}(9,3,1,2)$ $\mathbb{P}(3,1,2)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	4
176	$y^3x^{2i+1}f_{3-i}(x^2,y^5)$ $i\leq 2$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(41,41,5,2)$ $\mathbb{P}(41,5,2)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12
177	$x^7y^3+ax^3y^4+x^2y^9$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(57,19,6,5)$ $\mathbb{P}(19,6,5)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
178	$x^7y^3+x^2y^{2n}$ $n=5;7,8$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-3,14n-6,2n-3,5)$ $\mathbb{P}(7n-3,2n-3,5)$, Diff= $(0,\frac{2}{3},0,0)$	9,15
179	$x^7y^3+x^2y^n$ $n=11;17$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-6,7n-6,n-3,5)$ $\mathbb{P}(7n-6,n-3,5)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	18,30
180	$x^7y^3+ax^3y^5+bx^2y^{12}$	$t^2+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(39,26,9,5)$ Diff= $\emptyset$	5
181	$x^7y^3+ax^3y^6+bx^2y^{15}$	$t+z^3+g(z,x,y^{1/3})\subset\mathbb{P}(33,11,4,5)$ $\mathbb{P}(11,4,5)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	10
182	$x^7y^3+x^3y^n$ $n=8;10;14$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-9,7n-9,n-3,4)$ $\mathbb{P}(7n-9,n-3,4)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,18,24
183	$x^7y^3+ax^2y^8+bx^3y^{12}$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(75,25,9,4)$ $\mathbb{P}(25,9,4)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	8
184	$x^7y^3+zy^n$ $n=7;11,13$	$t+z^3+xy^3+zy^n\subset\mathbb{P}(3n,n,3n-6,2)$ $\mathbb{P}(n,3n-6,2)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},0)$	10,22
185	$x^7y^3+zy^{15}$	$t+z^3+xy+zy^5\subset\mathbb{P}(15,5,13,2)$ $\mathbb{P}(5,13,2)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},\frac{2}{3})$	28
186	$x^7y^3+zxxy^{3n}$ $n=2;4$	$t+z^3+x^7y+zxxy^n\subset\mathbb{P}(21n-3,7n-1,3n-2,11)$ $\mathbb{P}(7n-1,3n-6,11)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	10,22
187	$x^7y^3+zxxy^n$ $n=7;11$	$t^2+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21n-9,14n-6,6n-12,22)$ Diff= $\emptyset$	5,11
188	$x^7y^3+zxxy^{2n}$ $n=4,5$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(42n-9,14n-3,6n-6,11)$ $\mathbb{P}(14n-3,6n-6,11)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	16
189	$x^7y^3+zxxy^9$	$t^2+z^3+x^7y+zxxy^3\subset\mathbb{P}(30,20,7,11)$ Diff= $(0,0,0,\frac{2}{3})$	11
190	$x^7y^3+zx^2y^n$ $n=5,7$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21n-18,7n-6,3n-6,8)$ $\mathbb{P}(7n-6,3n-6,8)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
191	$x^7y^3+zx^2y^9$	$t+z^3+x^7y+zx^2y^3\subset\mathbb{P}(57,19,7,8)$ $\mathbb{P}(19,7,8)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	16

Продолжение таблицы 1

192	$x^i y^j f_{11-i-j}(x, y)$ $i \leq 4, j \leq 4$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11, 11, 1, 1)$ $\mathbb{P}(11, 1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
193	$x^{11}+az y^8+by^{12}$	$t^2+z^3+x+az y^4+by^6 \subset \mathbb{P}(3, 2, 6, 1)$ $\mathbb{P}(3, 2, 1), \text{Diff}=(0, 0, \frac{10}{11}, \frac{1}{2})$	11
194	$x^{11}+y^{13}$	$t+z+x+y \subset \mathbb{P}(1, 1, 1, 1)$ $\mathbb{P}^2, \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{10}{11}, \frac{12}{13})$	66
195	$x^{11}+x y^{11}$	$t+z+x^{11}+x y \subset \mathbb{P}(11, 11, 1, 10)$ $\mathbb{P}(11, 1, 10), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{10}{11})$	12
196	$x^{11}+x^2 y^{10}$	$t^2+z+x^{11}+x^2 y^2 \subset \mathbb{P}(11, 22, 2, 9)$ $\mathbb{P}(11, 2, 9), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{4}{5})$	15
197	$x^{11}+az x^2 y^6+bx^3 y^9$	$t+z^3+g(z, x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(33, 11, 3, 8)$ $\mathbb{P}(11, 3, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	16
198	$x^{11}+x^4 y^8$	$t^2+z+x^{11}+x^4 y^2 \subset \mathbb{P}(11, 22, 2, 7)$ $\mathbb{P}(11, 2, 7), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4})$	21
199	$x^{11}+x^5 y^7$	$t+z+x^{11}+x^5 y \subset \mathbb{P}(11, 11, 1, 6)$ $\mathbb{P}(11, 1, 6), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{6}{7})$	36
200	$x^{11}+z x y^7$	$t+z^3+x^{11}+z x y \subset \mathbb{P}(33, 11, 3, 19)$ $\mathbb{P}(11, 3, 19), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	14
201	$x^{11}+z x^3 y^5$	$t+z^3+x^{11}+z x^3 y \subset \mathbb{P}(33, 11, 3, 13)$ $\mathbb{P}(11, 3, 13), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{4}{5})$	26
202	$x^{10} y+az y^8+by^{12}$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/10}, y) \subset \mathbb{P}(6, 4, 11, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{9}{10}, 0)$	10
203	$x^{10} y+ax^5 y^7+by^{13}$	$t+z+x^2 y+ax y^7+by^{13} \subset \mathbb{P}(13, 13, 6, 1)$ $\mathbb{P}(13, 6, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, 0)$	30
204	$x^{10} y+x y^n$ $n=11; 12$	$t+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(10n-1, 10n-1, n-1, 9)$ $\mathbb{P}(10n-1, n-1, 9), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12, 54
205	$x^{10} y+x^2 y^{10}$	$t^2+z+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(49, 98, 9, 8)$ $\mathbb{P}(49, 9, 8), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
206	$x^{10} y+az x^2 y^6+bx^3 y^9$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(87, 29, 8, 7)$ $\mathbb{P}(29, 8, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
207	$x^{10} y+x^4 y^8$	$t^2+z+x^5 y+x^2 y^8 \subset \mathbb{P}(19, 38, 7, 3)$ $\mathbb{P}(19, 7, 3), \text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	18
208	$x^{10} y+z x y^7$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(207, 69, 19, 17)$ $\mathbb{P}(69, 19, 17), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	24
209	$x^{10} y+z x^3 y^5$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(141, 47, 13, 11)$ $\mathbb{P}(47, 13, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	22
210	$x^9 y^2+az y^8+by^{12}$	$t^2+z^3+xy+az y^4+by^6 \subset \mathbb{P}(3, 2, 5, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{8}{9}, \frac{1}{2})$	9

Продолжение таблицы 1

211	$x^9y^2+ax^3y^5+by^{13}$	$t+z^3+g(z,x^{1/3},y)\subset\mathbb{P}(39,13,11,3)$ $\mathbb{P}(13,11,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	18
212	$x^9y^2+xy^{11}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(97,97,9,8)$ $\mathbb{P}(97,9,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	30
213	$x^9y^2+ax^5y^7+bx^{12}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(53,53,5,4)$ $\mathbb{P}(53,5,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	24
214	$x^9y^2+x^2y^{10}$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(43,86,8,7)$ $\mathbb{P}(43,8,7), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	12
215	$x^9y^2+x^2y^{11}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(95,95,9,7)$ $\mathbb{P}(95,9,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	42
216	$x^9y^2+ax^2y^6+bx^3y^9$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(75,25,7,6)$ $\mathbb{P}(25,7,6), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	12
217	$x^9y^2+x^4y^8$	$t^2+z+x^9y+x^4y^4\subset\mathbb{P}(16,32,3,5)$ $\mathbb{P}(16,3,5), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	15
218	$x^9y^2+zy^9$	$t+z^3+xy^2+zy^9\subset\mathbb{P}(27,9,23,2)$ $\mathbb{P}(9,23,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{8}{9},0)$	36
219	$x^9y^2+zy^7$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(183,61,17,15)$ $\mathbb{P}(61,17,15), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
220	$x^8y^3+axy^8+by^{12}$	$t^2+z^3+g(z,x^{1/8},y)\subset\mathbb{P}(6,4,9,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{7}{8},0)$	8
221	$x^8y^3+ax^4y^8+by^{13}$	$t^2+z+x^4y^3+ax^2y^8+by^{13}\subset\mathbb{P}(13,26,5,2)$ $\mathbb{P}(13,5,2), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{1}{2},0)$	12
222	$x^8y^3+y^{14}$	$t^2+z+xy^3+y^{14}\subset\mathbb{P}(7,14,11,1)$ $\mathbb{P}(7,11,1), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{7}{8},0)$	24
223	$x^8y^3+xy^n$ $n=11;13$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(8n-3,8n-3,n-3,7)$ $\mathbb{P}(8n-3,n-3,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	18,42
224	$x^8y^3+ax^3y^5+bx^{12}$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(93,31,9,7)$ $\mathbb{P}(31,9,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	14
225	$x^8y^3+x^2y^{10}$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(37,74,7,6)$ $\mathbb{P}(37,7,6), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9
226	$x^8y^3+ax^5y^7+bx^2y^{11}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(41,41,4,3)$ $\mathbb{P}(41,4,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	18
227	$\underline{d}x^8y^3+z(\underline{a}x^7+bx^2y^6)+$ $+cx^3y^9, b + c \neq 0$	$t+z^3+g(z,x,y^{1/3})\subset\mathbb{P}(21,7,2,5)$ $\mathbb{P}(7,2,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	10
228	$x^8y^3+x^3y^{10}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(71,71,7,5)$ $\mathbb{P}(71,7,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	30
229	$x^8y^3+zy^9$	$t^2+z^3+x^2y+zy^3\subset\mathbb{P}(9,6,7,4)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{3}{4},\frac{2}{3})$	16

Продолжение таблицы 1

230	$x^8y^3+zx y^n$ $n=7;8$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(24n-9,8n-3,3n-6,13)$ $\mathbb{P}(8n-3,3n-6,13)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10,26
231	$\underline{d}x^7y^4+z(\underline{a}x^7+by^8)+$ $+cy^{12}, b + c \neq 0$	$t^2+z^3+g(z,x^{1/7},y^{1/2})\subset\mathbb{P}(3,2,4,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{6}{7},\frac{1}{2})$	7
232	$dx^7y^4+y^n$ $n=13;17$	$t+z+xy^4+y^n\subset\mathbb{P}(n,n,n-4,1)$ $\mathbb{P}(n,n-4,1)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{6}{7},0)$	30,42
233	$x^7y^4+y^{14}$	$t^2+z+xy^4+y^{14}\subset\mathbb{P}(7,14,10,1)$ $\mathbb{P}(7,10,1)$, $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{6}{7},0)$	15
234	$x^7y^4+axy^{10}+by^{15}$	$t+z^3+g(z,x^{1/7},y)\subset\mathbb{P}(15,5,11,1)$ $\mathbb{P}(5,11,1)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},0)$	14
235	$x^7y^4+y^{16}$	$t^2+z+xy+y^4\subset\mathbb{P}(2,4,3,1)$ $\mathbb{P}(2,3,1)$, $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{6}{7},\frac{3}{4})$	21
236	$x^7y^4+xy^n$ $n=11;15$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7n-4,7n-4,n-4,6)$ $\mathbb{P}(7n-4,n-4,6)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	24,36
237	$x^7y^4+ax^4y^8+bx y^{12}$	$t^2+z+x^7y+ax^4y^2+bx y^3\subset\mathbb{P}(5,10,1,3)$ $\mathbb{P}(5,1,3)$, $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{3}{4})$	9
238	$x^7y^4+ax^4y^9+bx y^{14}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(47,47,5,3)$ $\mathbb{P}(47,5,3)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	18
239	$x^{2i+1}y^4f_{3-i}(x^2,y^3)$ $i\leq 2$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(29,29,3,2)$ $\mathbb{P}(29,3,2)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12
240	$x^7y^4+x^2y^{10}$	$t^2+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(31,62,6,5)$ $\mathbb{P}(31,6,5)$, $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9
241	$x^7y^4+axz^3y^5+bx^2y^{11}$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(69,23,7,5)$ $\mathbb{P}(23,7,5)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
242	$x^7y^4+x^2y^{12}$	$t^2+z+x^7y^2+x^2y^6\subset\mathbb{P}(19,38,4,5)$ $\mathbb{P}(19,4,5)$, $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	15
243	$x^7y^4+x^2y^{13}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(83,83,9,5)$ $\mathbb{P}(83,9,5)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	30
244	$\underline{d}x^7y^4+z(\underline{a}x^6y+bx^2y^6)+$ $+cx^3y^9, b + c \neq 0$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(51,17,5,4)$ $\mathbb{P}(17,5,4)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8
245	$x^7y^4+x^3y^{11}$	$t+z+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(65,65,7,4)$ $\mathbb{P}(65,7,4)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	24
246	$x^7y^4+zy^n$ $n=9;11$	$t+z^3+xy^4+zy^n\subset\mathbb{P}(3n,n,3n-8,2)$ $\mathbb{P}(n,3n-8,2)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},0)$	22,28
247	$x^7y^4+zx y^n$ $n=7;9$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21n-12,7n-4,3n-8,11)$ $\mathbb{P}(7n-4,3n-8,11)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	16,22
248	$x^7y^4+zx y^8$	$t^2+z^3+x^7y^2+zx y^4\subset\mathbb{P}(39,26,8,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	11

Продолжение таблицы 1

249	$x^7y^4+zx^2y^7$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(123,41,13,8)$ $\mathbb{P}(41,13,8)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	16
250	zx^5+y^{2n} $n=4;7;8;11;13,14$	$t^2+z^3+zx+y^2\subset\mathbb{P}(3,2,4,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	5,7,11, 15
251	zx^5+y^n $n=11;13;17;19;23;29$	$t+z^3+zx+y\subset\mathbb{P}(3,1,2,3)$ $\mathbb{P}(1,2,3)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	11,14,18, 20,26,30
252	$z(x^5+ay^{2n})+by^{3n}+$ $+cx^5y^n$, $n=3$ $ a + b \neq 0;7,9$	$t+z^3+z(x+ay^2)+by^3+cx^5y\subset\mathbb{P}(3,1,2,1)$ $\mathbb{P}(1,2,1)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	6,10
253	$z(x^5+ay^{4n})+by^{6n}+$ $+cx^5y^{2n}$, $(n=2,3)\& a + b \neq 0;4$	$t^2+z^3+z(x+ay^4)+by^6+cx^5y^2\subset\mathbb{P}(3,2,4,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	5
254	$zx^{2+3i}f_{1-i}(x^3,y^{4n})+$ $+ay^{2n}x^{3j}f_{2-j}(x^3,y^{4n})$, $n=1\ j=0;2$	$t^2+z^3+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(15,10,4,3)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	2,3
255	$z(x^5+ax^2y^{10})+bx^3y^{15}+$ $+cx^6y^5+dy^{25}$	$t+z^3+g(z,x,y^{1/5})\subset\mathbb{P}(15,5,2,3)$ $\mathbb{P}(5,2,3)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{4}{5})$	6
256	zx^5+xy^n $n=7;9;11;15;17;$ $19,21;23,25$	$t+z^3+zx^5+xy\subset\mathbb{P}(15,5,2,13)$ $\mathbb{P}(5,2,13)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{n-1}{n})$	7,10,11, 16,18,22, 26
257	zx^5+xy^{2n} , $n=4,5;6,$ $7,8,9;10,11,12$	$t^2+z^3+zx^5+xy^2\subset\mathbb{P}(15,10,4,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,9,13
258	$zx^5+x^2y^{2n}$ $n=4,5,6,7;8,9,10$	$t^2+z^3+zx^5+x^2y^2\subset\mathbb{P}(15,10,4,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	7,11
259	$zx^5+x^2y^n$, $n=7;9;$ $13;15,17;19,21$	$t+z^3+zx^5+x^2y\subset\mathbb{P}(15,5,2,11)$ $\mathbb{P}(5,2,11)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{n-1}{n})$	7,10,14, 18,22
260	$zx^5+x^3y^n$ $n=7;11,13;17$	$t+z^3+zx^5+x^3y\subset\mathbb{P}(15,5,2,9)$ $\mathbb{P}(5,2,9)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{n-1}{n})$	8,14,18
261	$zx^5+x^3y^{2n}$ $n=4,5;7,8$	$t^2+z^3+zx^5+x^3y^2\subset\mathbb{P}(15,10,4,9)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,9
262	$zx^5+x^4y^{2n}$ $n=4,5,6$	$t^2+z^3+zx^5+x^4y^2\subset\mathbb{P}(15,10,4,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	7
263	$zx^5+x^4y^n$ $n=9;11,13$	$t+z^3+zx^5+x^4y\subset\mathbb{P}(15,5,2,7)$ $\mathbb{P}(5,2,7)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{n-1}{n})$	10,14
264	zx^5y+y^{2n} $n=5;8;10,11$	$t^2+z^3+zx^5+y^{2n}\subset\mathbb{P}(3n,2n,4n-3,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},0)$	7,11,15
265	zx^5y+y^n $n=11;13;17;23$	$t+z^3+zx^5+y^n\subset\mathbb{P}(3n,n,2n-3,3)$ $\mathbb{P}(n,2n-3,3)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},0)$	14,16,22, 30

Продолжение таблицы 1

266	$z(x^5y+ay^{4n})+bx^5y^{2n+1}+cy^{6n}, n=2 \mid a \mid + \mid c \mid \neq 0, 3$	$t^2+z^3+g(z, x^{1/5}, y) \subset \mathbb{P}(3n, 2n, 4n-1, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{4}{5}, 0)$	5
267	$z(x^5y+ay^{2n})+bx^5y^{n+1}+cy^{3n}, n=5 \mid a \mid + \mid c \mid \neq 0, 7$	$t+z^3+g(z, x^{1/5}, y) \subset \mathbb{P}(3n, n, 2n-1, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, 0)$	6, 10
268	$zyx^{2+3i}f_{1-i}(x^3, y^5)+ay^4x^{3j}f_{2-j}(x^3, y^5)$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21, 14, 5, 3)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3
269	$zyx^{2+3i}f_{1-i}(x^3, y^7)+ay^5x^{3j}f_{2-j}(x^3, y^7)$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(57, 19, 7, 3)$ $\mathbb{P}(19, 7, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6
270	zx^5y+xy^{2n+1} $n=4; 5, 6, 7; 8, 9$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n+6, 10n+4, 4n-1, 13)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5, 9, 13
271	$zx^5y+xy^n, n=10, 12;$ $14; 16, 18; 20$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-3, 5n-1, 2n-3, 13)$ $\mathbb{P}(5n-1, 2n-3, 13), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14, 18, 22 26
272	$zx^5y+x^2y^{2n}$ $n=4, 5, 6; 7, 8$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-3, 10n-2, 4n-3, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7, 11
273	$zx^5y+x^2y^n$ $n=9; 11; 13, 15; 17$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-6, 5n-2, 2n-3, 11)$ $\mathbb{P}(5n-2, 2n-3, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14, 18, 22
274	$zx^5y+x^3y^{2n+1}$ $n=3; 5, 6$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n+3, 10n+2, 4n-1, 9)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5, 9
275	$zx^5y+x^3y^n$ $n=8; 10; 14$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-9, 5n-3, 2n-3, 9)$ $\mathbb{P}(5n-3, 2n-3, 9), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14, 18
276	$zx^5y+x^4y^{2n}$ $n=4, 5$	$t^2+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-6, 10n-4, 4n-3, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
277	$zx^5y+x^4y^n$ $n=7, 9; 11$	$t+z^3+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-12, 5n-4, 2n-3, 7)$ $\mathbb{P}(5n-4, 2n-3, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14
278	zx^7+y^n $n=11, 13$	$t+z^3+zx+y \subset \mathbb{P}(3, 1, 2, 3)$ $\mathbb{P}(1, 2, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, \frac{n-1}{n})$	14
279	zx^7+xy^{2n} $n=5; 6$	$t^2+z^3+zx^7+xy^2 \subset \mathbb{P}(21, 14, 4, 19)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	5, 19
280	zx^7+xy^{11}	$t+z^3+zx^7+xy \subset \mathbb{P}(21, 7, 2, 19)$ $\mathbb{P}(7, 2, 19), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{10}{11})$	24
281	$zx^7+x^2y^n$ $n=9; 11$	$t+z^3+zx^7+x^2y \subset \mathbb{P}(21, 7, 2, 17)$ $\mathbb{P}(7, 2, 17), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 34
282	$zx^7+x^2y^{10}$	$t^2+z^3+zx^7+x^2y^2 \subset \mathbb{P}(21, 14, 4, 17)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{4}{5})$	10
283	$zx^7+x^3y^8$	$t^2+z^3+zx^7+x^3y^2 \subset \mathbb{P}(21, 14, 4, 15)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{3}{4})$	5
284	$zx^7+x^4y^7$	$t+z^3+zx^7+x^4y \subset \mathbb{P}(21, 7, 2, 13)$ $\mathbb{P}(7, 2, 13), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	16

Продолжение таблицы 1

285	$zx^7+x^4y^8$	$t^2+z^3+zx^7+x^4y^2 \subset \mathbb{P}(21,14,4,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{3}{4})$	13
286	$zx^7+x^5y^7$	$t+z^3+zx^7+x^5y \subset \mathbb{P}(21,7,2,11)$ $\mathbb{P}(7,2,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{6}{7})$	22
287	zx^6y+y^n $n=11,13$	$t^2+z^3+zx^2y+y^n \subset \mathbb{P}(3n,2n,2n-3,6)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{2}{3},0)$	9
288	zx^6y+y^{14}	$t^2+z^3+zx^2y+y^{14} \subset \mathbb{P}(21,14,25,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{5}{6},0)$	18
289	$z(x^6y+ay^8)+bx^6y^5+$ $+cy^{12}, a + c \neq 0$	$t^2+z^3+f(z,x^{1/6},y) \subset \mathbb{P}(6,4,7,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{5}{6},0)$	6
290	zx^6y+xy^n $n=10,11,12,13$	$t+z^3+zx^6y+xy^n \subset \mathbb{P}(18n-3,6n-1,2n-3,16)$ $\mathbb{P}(6n-1,2n-3,16), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	14,32
291	$zx^6y+x^2y^{2n+1}$ $n=4,5$	$t^2+z^3+zx^3y+xy^{2n+1} \subset \mathbb{P}(9n+3,6n+2,4n-1,7)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	5,14
292	$zx^6y+x^2y^{10}$	$t^2+z^3+zx^6y+x^2y^{10} \subset \mathbb{P}(87,58,17,14)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
293	$zx^6y+x^3y^n$ $n=8,10$	$t+z^3+zx^2y+xy^n \subset \mathbb{P}(6n-3,2n-1,2n-3,4)$ $\mathbb{P}(2n-1,2n-3,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	10,24
294	$zx^6y+x^4y^7$	$t^2+z^3+zx^6y+x^4y^7 \subset \mathbb{P}(57,38,11,10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
295	$zx^6y+x^4y^8$	$t^2+z^3+zx^3y+x^2y^8 \subset \mathbb{P}(33,22,13,5)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	10
296	$zx^6y+x^5y^7$	$t+z^3+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(111,37,11,8)$ $\mathbb{P}(37,11,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	16
297	$zx^5y^2+y^n$ $n=11,17$	$t+z^3+zx^2y+y^n \subset \mathbb{P}(3n,n,2n-6,3)$ $\mathbb{P}(n,2n-6,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},0)$	18,30
298	$zx^5y^2+y^{14}$	$t^2+z^3+zx^2y+y^{14} \subset \mathbb{P}(21,14,22,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},0)$	11
299	$zx^5y^2+y^{16}$	$t^2+z^3+zx^2y+y^{16} \subset \mathbb{P}(12,8,13,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{1}{2})$	15
300	$z(x^5y^2+ay^{10})+bx^5y^7+$ $+cy^{15}$	$t+z^3+g(z,x^{1/5},y) \subset \mathbb{P}(15,5,8,1)$ $\mathbb{P}(5,8,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},0)$	10
301	$zx^5y^2+xy^{4n+2}$ $n=2,3$	$t^2+z^3+g(z,x,y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(15n+6,10n+4,4n-1,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	9,13
302	$zx^5y^2+xy^n$ $n=11,13,15$	$t+z^3+zx^5y^2+xy^n \subset \mathbb{P}(15n-6,5n-2,2n-6,13)$ $\mathbb{P}(5n,2n-6,13), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	18,22,26
303	$zx^5y^2+xy^{12}$	$t^2+z^3+zx^5y^2+xy^{12} \subset \mathbb{P}(87,58,18,13)$ $\text{Diff}=\emptyset$	9

Продолжение таблицы 1

304	$zx^5y^2+x^2y^n$ $n=9;11;13$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n-12,5n-4,2n-6,11)$ $\mathbb{P}(5n-4,2n-6,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	14,18,22
305	$zx^5y^2+x^2y^{10}$	$t^2+z^3+zx^5y^2+x^2y^{10}\subset\mathbb{P}(69,46,14,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
306	$zx^5y^2+x^2y^{12}$	$t^2+z^3+zx^5y^2+x^2y^6\subset\mathbb{P}(42,28,9,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	11
307	$zx^5y^2+x^3y^8$	$t^2+z^3+zx^5y^2+x^3y^8\subset\mathbb{P}(51,34,10,9)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
308	$zx^5y^2+x^3y^{10}$	$t^2+z^3+zx^5y^2+x^3y^5\subset\mathbb{P}(33,22,7,9)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	9
309	$zx^5y^2+x^3y^{11}$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(147,49,16,9)$ $\mathbb{P}(49,16,9), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	18
310	$zx^5y^2+x^4y^n$ $n=7;9$	$t+z^3+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n-24,5n-8,2n-6,7)$ $\mathbb{P}(5n-8,2n-6,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10,14
311	$zx^5y^2+x^4y^8$	$t^2+z^3+zx^5y^2+x^4y^4\subset\mathbb{P}(24,16,5,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	7

ТАБЛИЦА 2. Особенность: $t^2+z^4+g(z,x,y)$

1	$az^2y^n+x^5+by^{2n}$ $n=3;7,9$	$t^2+z^2+azzy+x+by^2\subset\mathbb{P}(1,1,2,1)$ $\mathbb{P}^2, \text{Diff}=(0,\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	5,10
2	x^5+y^n $n=7;9;11;13;17,19$	$t^2+z^2+x+y\subset\mathbb{P}(1,1,2,2)$ $\mathbb{P}(1,1,2), \text{Diff}=(0,\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	7,10,11, 15,20
3	$az^2y^{2n}+bzy^{3n}+$ $+cy^{4n}+x^5, n=2,3,4$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/5},y^{1/n})\subset\mathbb{P}(2,1,4,1)$ $\mathbb{P}(2,1,1), \text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	5
4	$az^2yx^if_{2-i}(x,y^2)+$ $+x^jf_{5-j}(x,y^2), i\leq 1 j\leq 2$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y)\subset\mathbb{P}(5,5,2,1)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	2
5	$x^if_{5-i}(x,y^3)$ $i=1,2,3$	$t^2+z^2+x^if_{5-i}(x,y)\subset\mathbb{P}(5,5,2,2)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{2}{3})$	4
6	x^5+xy^n $n=5;7;9,11;13,15$	$t^2+z^2+x^5+xy\subset\mathbb{P}(5,5,2,8)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{n-1}{n})$	6,7,11, 16
7	$x^5+ax^3y^n+bxy^{2n}$ $n=3\ b\neq 0;5,7$	$t^2+z^2+x^5+ax^3y+bxy^2\subset\mathbb{P}(5,5,2,4)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{n-1}{n})$	3,8
8	$az^2xy^{2n}+z(bx^3y^n+cy^{5n})+$ $+x^5+ex^2y^{4n}, n=1\ c\neq 0;2$ $ a + c + e \neq 0$	$t^2+z^4+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(10,5,4,3)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	2,3
9	$x^5+x^2y^n$ $n=5,7;11$	$t^2+z^2+x^5+x^2y\subset\mathbb{P}(5,5,2,6)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{n-1}{n})$	7,12

Продолжение таблицы 2

10	$x^5 + az^2xy^5 + bx^2y^{10}$	$t^2 + z^2 + x^5 + azxy + bx^2y^2 \subset \mathbb{P}(5, 5, 2, 3)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5})$	6
11	$x^5 + zy^n$ $n=4; 7; 8; 11; 13, 14$	$t^2 + z^4 + x + zxy \subset \mathbb{P}(2, 1, 4, 3)$ $\mathbb{P}(2, 1, 3)$, Diff = $(0, 0, \frac{4}{5}, \frac{n-1}{n})$	5, 7, 10, 11, 15
12	$x^5 + zxy^n, n=4,$ $5, 6; 7; 8, 9, 10$	$t^2 + z^4 + x^5 + zxy \subset \mathbb{P}(10, 5, 4, 11)$ Diff = $(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 7, 11
13	$x^5 + zx^2y^n$ $n=4, 5, 6$	$t^2 + z^4 + x^5 + zx^2y \subset \mathbb{P}(10, 5, 4, 7)$ Diff = $(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	7
14	$\underline{a}z^2x^{i+1}f_{2-i}(x, y) +$ $\underline{b}x^j f_{6-j}(x, y), j \leq 1$	$t^2 + z^2 + g(z^{1/2}, x, y) \subset \mathbb{P}(3, 3, 1, 1)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	2
15	$az^2x^3 + bx^6 + y^n$ $n=7; 11$	$t^2 + z^2 + azx + bx^2 + y \subset \mathbb{P}(1, 1, 1, 2)$ $\mathbb{P}^2$, Diff = $(0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{n-1}{n})$	7, 12
16 (1)	$z^3y^2 + z^2(x^3 + y^4) + zy^2(x^3 +$ $+ y^4) + x^6 + x^3y^4 + y^8$	$t^2 + z^4 + g(z, x^{1/3}, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(2, 1, 2, 1)$ Diff = $(0, 0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2})$	3
17	$\underline{a}z^2x^{2i+1}f_{1-i}(x^2, y^3) +$ $\underline{b}x^{2j}f_{3-j}(x^2, y^3)$	$t^2 + z^2 + g(z^{1/2}, x, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(3, 3, 1, 2)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3})$	4
18	$\underline{a}z^2x^{3i}f_{1-i}(x^3, y^5) +$ $\underline{b}x^{3j}f_{2-j}(x^3, y^5)$	$t^2 + z^2 + g(z^{1/2}, x^{1/3}, y^{1/5}) \subset \mathbb{P}(1, 1, 1, 1)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5})$	6
19	$az^2x^3 + bz^2y^n + cx^6 +$ $+ dxy^{2n}, n=3 \& d \neq 0;$ $n=4 \& b + d \neq 0$	$t^2 + z^4 + g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(6, 3, 2, 5)$ Diff = $(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	3, 5
20	$az^2x^3 + bx^6 + xy^n$ $n=7; 9$	$t^2 + z^2 + g(z^{1/2}, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(3, 3, 1, 5)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{n-1}{n})$	7, 10
21	$az^2x^3 + bx^6 + x^2y^n$ $n=5; 7$	$t^2 + z^2 + g(z^{1/2}, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(3, 3, 1, 4)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{n-1}{n})$	5, 8
22	$az^2x^3 + zy^n + bx^6$ $n=5; 7; 8$	$t^2 + z^4 + g(z, x^{1/3}, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(2, 1, 2, 3)$ Diff = $(0, 0, \frac{2}{3}, \frac{n-1}{n})$	5, 7, 9
23	$az^2x^3 + zxy^n + cx^6$ $n=4; 5; 6$	$t^2 + z^4 + g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(6, 3, 2, 7)$ Diff = $(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 5, 7
24	$x^5y + y^n$ $n=7; 9; 13; 15$	$t^2 + z^2 + xy + y^n \subset \mathbb{P}(n, n, 2n-2, 2)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 0)$	8, 11, 16, 20
25	$az^2y^{2n} + bz^2y^{3n} +$ $+ x^5y + dy^{4n}, n=2, 3$	$t^2 + z^4 + g(z, x^{1/5}, y) \subset \mathbb{P}(2n, n, 4n-1, 1)$ Diff = $(0, 0, \frac{4}{5}, 0)$	5
26	$az^2y^n + x^5y + by^{2n}$ $n=5; 7$	$t^2 + z^2 + az^2y^n + xy + by^{2n} \subset \mathbb{P}(n, n, 2n-1, 1)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 0)$	6, 10
27	$yx^i f_{5-i}(x, y^2)$ $i \leq 3$	$t^2 + z^2 + g(x, y) \subset \mathbb{P}(11, 11, 4, 2)$ Diff = $(0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	4

Продолжение таблицы 2

28	x^5y+xy^n $n=6;8;10;12$	$t^2+z^2+g(x,y)\subset\mathbb{P}(5n-1,5n-1,2n-2,8)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	7,11,12, 16
29	$x^5y+ax^3y^{n+1}+bxy^{2n+1}$ $n=3\ b\neq 0;5$	$t^2+z^2+g(x,y)\subset\mathbb{P}(5n+2,5n+2,2n,4)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	4,8
30	$x^5y+x^2y^n$ $n=5;9$	$t^2+z^2+g(x,y)\subset\mathbb{P}(5n-2,5n-2,2n-2,6)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	7,12
31	$az^2xy^3+z(bx^3y^2+cy^7)+$ $+x^5y+ex^2y^6, a + c + e \neq 0$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(14,7,5,3)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3
32	$az^2xy^4+x^5y+bx^2y^8$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y)\subset\mathbb{P}(19,19,7,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	6
33	zy^n+x^5y $n=5;8;10,11$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/5},y)\subset\mathbb{P}(2n,n,4n-3,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},0)$	6,10,15
34	zxy^n+x^5y $n=4,5;6;7,8$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(10n-2,5n-1,4n-3,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	6,7,11
35	$zx^2y^n+x^5y$ $n=4,5$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(10n-4,5n-2,4n-3,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
36	$x^iy^j f_{7-i-j}(x,y)$ $i\leq 2\&j\leq 2$	$t^2+z^2+g(x,y)\subset\mathbb{P}(7,7,2,2)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	4
37	$z^iy^{2j}(z+y^2)^lf_{4-i-j-l}(z,y^2)+$ $+x^7, i\leq 2\&j\leq 1\&l\leq 2$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/7},y^{1/2})\subset\mathbb{P}(2,1,4,1)$ $\mathbb{P}(2,1,1), \text{Diff}=(0,0,\frac{6}{7},\frac{1}{2})$	7
38	x^7+y^9	$t^2+z^2+x+y\subset\mathbb{P}(1,1,2,2)$ $\mathbb{P}(1,1,2), \text{Diff}=(0,\frac{1}{2},\frac{6}{7},\frac{8}{9})$	28
39	x^7+xy^7	$t^2+z^2+x^7+xy\subset\mathbb{P}(7,7,2,12)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{6}{7})$	8
40	$az^2xy^3+x^7+bx^2y^6$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y^{1/3})\subset\mathbb{P}(7,7,2,5)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{2}{3})$	10
41	$x^7+x^3y^5$	$t^2+z^2+x^7+x^3y\subset\mathbb{P}(7,7,2,8)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,\frac{4}{5})$	16
42	zxy^5+x^7	$t^2+z^4+x^7+zy\subset\mathbb{P}(14,7,4,17)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{4}{5})$	10
43	$zx^2y^4+x^7$	$t^2+z^4+x^7+zx^2y\subset\mathbb{P}(14,7,4,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{3}{4})$	13
44	$az^2y^4+bzy^6+$ $+x^6y+cy^8$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/6},y)\subset\mathbb{P}(4,2,7,1)$ $\mathbb{P}(2,1,1), \text{Diff}=(0,0,\frac{5}{6},0)$	6
45	$x^6y+ax^3y^5+by^9$	$t^2+z^2+g(x^{1/3},y)\subset\mathbb{P}(9,9,8,2)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},\frac{2}{3},0)$	12
46	x^6y+xy^n $n=7;8$	$t^2+z^2+x^6y+xy^n\subset\mathbb{P}(6n-1,6n-1,2n-2,10)$ $\text{Diff}=(0,\frac{1}{2},0,0)$	8,20

Продолжение таблицы 2

47	$az^2xy^3+x^6y+bx^2y^6$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y)\subset\mathbb{P}(17,17,5,4)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},0,0)$	8
48	zy^7+x^6y	$t^2+z^4+zy^7+xy\subset\mathbb{P}(14,7,25,3)$ Diff= $(0,0,\frac{5}{6},0)$	18
49	zxy^5+x^6y	$t^2+z^4+zxy^5+x^6y\subset\mathbb{P}(58,29,17,14)$ Diff= $\emptyset$	7
50	$zx^2y^4+x^6y$	$t^2+z^4+zx^2y^4+x^3y\subset\mathbb{P}(22,11,13,5)$ Diff= $(0,0,\frac{1}{2},0)$	10
51	$z^iy^{2j}f_{4-i-j}(z,y^2)+$ $+(zx^5 x^5y^2)$ $i\leq 2\&j\leq 2\&(j\leq 1 j=0)$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/5},y^{1/2})\subset\mathbb{P}(2,1,3,1)$ Diff= $(0,0,\frac{4}{5},\frac{1}{2})$	5
52	$x^5y^2+y^n$ $n=9;11$	$t^2+z^2+xy^2+y^n\subset\mathbb{P}(n,n,2n-4,2)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},\frac{4}{5},0)$	15,20
53	$az^2y^5+x^5y^2+by^{10}$	$t^2+z^2+az^2y^5+xy^2+by^{10}\subset\mathbb{P}(5,5,8,1)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},\frac{4}{5},0)$	10
54	$x^5y^2+xy^n$ $n=7;9$	$t^2+z^2+x^5y^2+xy^n\subset\mathbb{P}(5n-2,5n-2,2n-4,8)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},0,0)$	11,16
55	$x^5y^2+ax^3y^5+bx^8y^8$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y)\subset\mathbb{P}(19,19,6,4)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},0,0)$	8
56	$az^2xy^3+x^5y^2+bx^2y^6$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y)\subset\mathbb{P}(13,13,4,3)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},0,0)$	6
57	$x^5y^2+x^2y^7$	$t^2+z^2+g(z^{1/2},x,y)\subset\mathbb{P}(31,31,10,6)$ Diff= $(0,\frac{1}{2},0,0)$	12
58	$zy^7+x^5y^2$	$t^2+z^4+zy^7+xy^2\subset\mathbb{P}(14,7,22,3)$ Diff= $(0,0,\frac{4}{5},0)$	11
59	$zy^8+x^5y^2$	$t^2+z^4+zy^4+xy\subset\mathbb{P}(8,4,13,3)$ Diff= $(0,0,\frac{4}{5},\frac{1}{2})$	15
60	$zxy^5+x^5y^2$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(46,23,14,11)$ Diff= $\emptyset$	7
61	$zxy^6+x^5y^2$	$t^2+z^4+zxy^3+x^5y\subset\mathbb{P}(28,14,9,11)$ Diff= $(0,0,0,\frac{1}{2})$	11
62	$zx^2y^4+x^5y^2$	$t^2+z^4+zx^2y^2+x^5y\subset\mathbb{P}(16,8,5,7)$ Diff= $(0,0,0,\frac{1}{2})$	7
63	$az^2y^n+zx^4+by^{2n}$ $n=3\ b\neq 0;5;7$	$t^2+z^4+az^2y+zx+by^2\subset\mathbb{P}(2,1,3,2)$ Diff= $(0,0,\frac{3}{4},\frac{n-1}{n})$	4,5,8
64	zx^4+y^n $n=7;9;11;13;15$	$t^2+z^4+zx+xy\subset\mathbb{P}(2,1,3,4)$ $\mathbb{P}(2,1,3)$, Diff= $(0,0,\frac{3}{4},\frac{n-1}{n})$	7,9,12 13,16

Продолжение таблицы 2

65	$az^2yx^{2i}f_{1-i}(x^2,y^3)+$ $+zx^{2j}f_{2-j}(x^2,y^3)+by^2x^{2l}.$ $f_{2-i}(x^2,y^3), i=0 j=0 l\leq 1$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/2},y)\subset\mathbb{P}(4,2,3,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	2
66	$az^2y^6+z(x^4+by^9)+$ $+cx^4y^3+dy^{12}, a + b + d \neq 0$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/4},y^{1/3})\subset\mathbb{P}(2,1,3,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{3}{4},\frac{2}{3})$	4
67	$zx^4+xy^n, n=5;6;$ $7;8,9;10;11,12$	$t^2+z^4+zx^4+xy\subset\mathbb{P}(8,4,3,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,6,7, 9,10,13
68	$az^2xy^n+zx^4+bx^2y^{2n}$ $n=3\ b\neq 0,4$	$t^2+z^4+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(8,4,3,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5
69	$zx^4+x^2y^n$ $n=7;9$	$t^2+z^4+zx^2+xy\subset\mathbb{P}(4,2,3,5)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},\frac{n-1}{n})$	7,10
70	$zx^4+x^3y^n$ $n=5,6$	$t^2+z^4+zx^4+x^3y\subset\mathbb{P}(8,4,3,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	7
71	zx^5+y^n $n=7;9$	$t^2+z^4+zx+y\subset\mathbb{P}(2,1,3,4)$ $\mathbb{P}(2,1,3), \text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{n-1}{n})$	7,10
72	zx^5+xy^n $n=6;7;8$	$t^2+z^4+zx^5+xy\subset\mathbb{P}(10,5,3,17)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	6,7,17
73	$zx^5+x^2y^5$	$t^2+z^4+zx^5+x^2y\subset\mathbb{P}(10,5,3,14)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{4}{5})$	7
74	$az^2xy^3+zx^5+bx^2y^6$	$t^2+z^4+g(z,x,y^{1/3})\subset\mathbb{P}(10,5,3,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{2}{3})$	7
75	$zx^5+x^3y^5$	$t^2+z^4+zx^5+x^3y\subset\mathbb{P}(10,5,3,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{4}{5})$	11
76	zx^4y+y^n $n=7;9;11$	$t^2+z^4+zx+y+y^n\subset\mathbb{P}(2n,n,3n-4,4)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{3}{4},0)$	9,12,16
77	$az^2y^4+z(x^4y+by^6)+$ $+cx^4y^3+dy^8, a + b + d \neq 0$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/4},y)\subset\mathbb{P}(4,2,5,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{3}{4},0)$	4
78	$az^2y^5+zx^4y+by^{10}$	$t^2+z^4+g(z,x^{1/4},y)\subset\mathbb{P}(10,5,13,2)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{3}{4},0)$	8
79	zx^4y+xy^n $n=6;7,8;9$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(8n-2,4n-1,3n-4,13)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7,10,13
80	$zx^4y+x^2y^n$ $n=5;7$	$t^2+z^4+zx^2y+xy^n\subset\mathbb{P}(4n-2,2n-1,3n-4,5)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	6,10
81	$az^2xy^3+zx^4y+bx^2y^6$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(22,11,7,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
82	$zx^4y+x^3y^5$	$t^2+z^4+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(34,17,11,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7

(1) Имеем два случая. А) $t^2+z^4+z^2(ax^3+by^4)+zy^2(cx^3+dy^4)+ex^6+kx^3y^4+ly^8$. Тогда особенность исключительна, если выполняется следующее условие: $|b|+|d|+|l|\neq 0 \ \& \ (e\neq 0|| (a\neq 0\&|c|+|k|+|l|\neq 0))$.

В) $t^2 + z^3y^2 + z^2x^3 + zy^2(ax^3 + by^4) + cx^6 + dx^3y^4 + ey^8$. Условие на исключительность: $|ab| + |c| + |d| + |e| \neq 0$ & $|a| + |b| + |d| + |e| \neq 0$.

 ТАБЛИЦА 3. Особенность: $t^2 + z^3x + g(z, x, y)$

1	$ax^2y^{2n} + x^5 + by^{6n}$ $n=2 \ b \neq 0; 3, 4$	$t^2 + z^3x + ax^2y^2 + x^5 + by^6 \subset \mathbb{P}(15, 8, 6, 5)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 5
2	$ax^2y^n + x^5 + by^{3n}$ $n=3 \ b \neq 0; 7, 9$	$t + z^3x + ax^2y + x^5 + by^3 \subset \mathbb{P}(15, 4, 3, 5)$ $\mathbb{P}(4, 3, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 10
3	$x^5 + y^n$ $n=7; 11; 13; 17; 19;$ 23; 29	$t + zx + x^5 + y \subset \mathbb{P}(5, 4, 1, 5)$ $\mathbb{P}(4, 1, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	7, 12, 14, 18, 22, 24, 30
4	$x^5 + y^{2n}$ $n=4, 7; 8; 11, 13, 14$	$t^2 + zx + x^5 + y^2 \subset \mathbb{P}(5, 8, 2, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	7, 9, 15
5	$x^i(x+y^2)^j f_{5-i-j}(x, y^2)$ $i \leq 1 \ \& \ j \leq 3$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5, 8, 2, 1)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
6 (1)	$z^2y f_2(x, y^3) + zy^2 f_3(x, y^3) +$ $f_5(x, y^3)$	$t + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15, 4, 3, 1)$ $\mathbb{P}(4, 3, 1), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	2
7	$x^i f_{5-i}(x, y^4)$ $i \leq 3$	$t^2 + zx + g(x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(5, 8, 2, 1)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	3
8	$x^i f_{5-i}(x, y^5)$ $i \leq 3$	$t + zx + g(x, y^{1/5}) \subset \mathbb{P}(5, 4, 1, 1)$ $\mathbb{P}(4, 1, 1), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{4}{5})$	6
9	$x^5 + x^2y^{2n}$ $n=4, 5, 7, 8$	$t^2 + zx + x^5 + x^2y^2 \subset \mathbb{P}(5, 8, 2, 3)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	9
10	$x^5 + x^2y^n$ $n=7; 11; 13, 17$	$t + zx + x^5 + x^2y \subset \mathbb{P}(5, 4, 1, 3)$ $\mathbb{P}(4, 1, 3), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 12, 18
11	$x^5 + zy^{2n}$ $n=3; 4, 5; 6-10$	$t^2 + z^3x + x^5 + zy^2 \subset \mathbb{P}(15, 8, 6, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	3, 5, 11
12	$x^5 + zy^n, n=5; 7;$ 9; 13; 15; 17, 19, 21	$t + z^3x + x^5 + zy \subset \mathbb{P}(15, 4, 3, 11)$ $\mathbb{P}(4, 3, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 7, 10 14, 16, 22
13	$x^5 + z^2y^{2n}$ $n=2, 3; 4, 5, 6$	$t^2 + z^3x + x^5 + z^2y^2 \subset \mathbb{P}(15, 8, 6, 7)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 7
14	$x^5 + z^2y^n$ $n=5; 9, 11, 13$	$t + z^3x + x^5 + z^2y \subset \mathbb{P}(15, 4, 3, 7)$ $\mathbb{P}(4, 3, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	6, 14
15	$x^i(x+y^n)^j f_{6-i-j}(x, y^n)$ $n=1 \ \& \ i=0 \ \& \ j \leq 1,$ $n=2 \ \& \ i \leq 2 \ \& \ j \leq 4$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(3, 5, 1, 1)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	3
16	$x^6 + y^n$ $n=7; 11; 13; 17$	$t^2 + zx + x^6 + y \subset \mathbb{P}(3, 5, 1, 6)$ $\mathbb{P}(3, 5, 1), \text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	7, 12, 13 18
17	$x^{3i} f_{2-i}(x^3, y^n)$ $(n=4; 5) \ \& \ i=0; (7, 8) \ \& \ i \leq 1$	$t^2 + zx + g(x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(3, 5, 1, 3)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 6, 9

Продолжение таблицы 3

18	$az^2yx^{2i}f_{1-i}(x^2,y^3)+$ $+bzy^2x^{2j+1}f_{1-j}(x^2,y^3)+$ $+x^{2l}f_{3-l}(x^2,y^3),$ $i=0 j=0 l=0$	$t^2+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9,5,3,2)$ $\text{Diff}=\emptyset$	2
19	$x^{2i}f_{3-i}(x^2,y^5)$ $i\leq 1$	$t^2+zx+g(x,y^{1/5})\subset\mathbb{P}(3,5,1,2)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{4}{5})$	6
20	$x^6+x^2y^n$ $n=7;11$	$t^2+zx+x^6+x^2y\subset\mathbb{P}(3,5,1,4)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{n-1}{n})$	7,12
21	$az^2y^6+bzx^3y^3+x^6+$ $+cx^2y^9, a + c \neq 0$	$t^2+z^3x+g(z,x,y^{1/3})\subset\mathbb{P}(9,5,3,4)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{2}{3})$	4
22	$x^6+zy^n, n=5;$ $6,7;8;9,10;11,12$	$t^2+z^3x+x^6+zy\subset\mathbb{P}(9,5,3,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,7,8, 10,13
23	$x^6+zx^2y^n$ $n=5,6$	$t^2+z^3x+x^6+zx^2y\subset\mathbb{P}(9,5,3,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	7
24	$x^6+z^2y^n$ $n=5;7$	$t^2+z^3x+x^6+z^2y\subset\mathbb{P}(9,5,3,8)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,8
25	x^5y+y^n $n=7;9;13;15;19;25$	$t+zx+x^5y+y^n\subset\mathbb{P}(5n,4n+1,n-1,5)$ $\mathbb{P}(4n+1,n-1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	8,10,15 18,22,30
26	x^5y+y^{2n} $n=5,6;9,11,12$	$t^2+zx+x^5y+y^{2n}\subset\mathbb{P}(5n,8n+1,2n-1,5)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	7,15
27	$azx^2y^{2n+1}+x^5y+by^{6n+2}$ $n=1\ b\neq 0;2,3$	$t^2+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n+5,8n+3,6n+1,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4,5
28	$azx^2y^n+x^5y+by^{3n-1}$ $n=6,8$	$t+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n-5,4n-1,3n-2,5)$ $\mathbb{P}(4n-1,3n-2,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
29	$zf_4(x,y^2)+z^2y^5+$ (2) $+yf_5(x,y^2)$	$t+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(11,3,2,1)$ $\mathbb{P}(3,2,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	2
30	$yx^if_{5-i}(x,y^3)$ $i\leq 3$	$t^2+zx+g(x,y)\subset\mathbb{P}(8,13,3,1)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3
31	$yx^if_{5-i}(x,y^4)$ $i\leq 3$	$t+zx+g(x,y)\subset\mathbb{P}(21,17,4,1)$ $\mathbb{P}(17,4,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
32	$x^5y+x^2y^n$ $n=9;11;15$	$t+zx+x^5y+x^2y^n\subset\mathbb{P}(5n-2,4n-1,n-1,3)$ $\mathbb{P}(4n-1,n-1,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	10,12,18
33	$x^5y+x^2y^{2n}$ $n=4,6,7$	$t^2+zx+x^5y+x^2y^{2n}\subset\mathbb{P}(5n-1,8n-1,2n-1,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9
34	x^5y+zy^{2n+1} $n=2;3,4;5-8$	$t^2+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n+8,8n+5,6n+1,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3,5,11
35	$x^5y+zy^n, n=6;$ 10,12;14;16,18	$t+z^3x+x^5y+zy^n\subset\mathbb{P}(15n+1,4n+1,3n-2,11)$ $\mathbb{P}(4n+1,3n-2,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	7,14,16, 22

Продолжение таблицы 3

36	$x^5y+z^2y^n$ $n=3;7;9;11$	$t+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n+2,4n+1,3n-1,7)$ $\mathbb{P}(4n+1,3n-1,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	6,8,14
37	$x^5y+z^2y^{2n}$ $n=2;3;4;5$	$t^2+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n+1,8n+1,6n-1,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	6,7
38 (3)	$zf_5(x,y)+f_7(x,y)$	$t+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7,2,1,1)$ $\mathbb{P}(2,1,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	2
39	$x^3z^if_{2-i}(z,x^2)+y^{2n}$ $n=4,5;6$	$t^2+z^3x+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(7,4,2,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,7
40	$x^3z^if_{2-i}(z,x^2)+y^n$ $n=9;11;13$	$t+z^3x+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(7,2,1,7)$ $\mathbb{P}(2,1,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{n-1}{n})$	10,12,14
41	$x^3z^if_{2-i}(z,x^2)+az^2y^4+$ $+bz^2y^4+cx^4y^4+dxy^8$ $ a + d \neq 0$	$t^2+z^3x+g(z,x,y^{1/2})\subset\mathbb{P}(7,4,2,3)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	3
42	$x^3z^if_{2-i}(z,x^2)+az^2y^5+$ $+bz^2y^5+cx^4y^5+dxy^{10}$ $ a + b + d \neq 0$	$t+z^3x+g(z,x,y^{1/5})\subset\mathbb{P}(7,2,1,3)$ $\mathbb{P}(2,1,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{4}{5})$	6
43	$x^3z^if_{2-i}(z,x^2)+azy^{2n}+$ $+bx^2y^{2n}, n=3 a\neq 0;4$	$t^2+z^3x+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(7,4,2,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	3,5
44	$x^3z^if_{2-i}(z,x^2)+azy^n+$ $+bx^2y^n, n=7;9$	$t+z^3x+g(z,x,y^{1/n})\subset\mathbb{P}(7,2,1,5)$ $\mathbb{P}(2,1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{n-1}{n})$	8,10
45	x^6y+y^n $n=8,12,14$	$t^2+zx+x^6y+y^n\subset\mathbb{P}(3n,5n+1,n-1,6)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9
46	$x^6y+bx^3y^{n+1}+cy^{2n+1}$ $(c\neq 0\&(n=4,5));7$	$t+zx+g(x,y)\subset\mathbb{P}(6n+3,5n+3,n,3)$ $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6,18
47	$yx^{2i}f_{3-i}(x^2,y^3)$ $i\leq 1$	$t^2+zx+g(x,y)\subset\mathbb{P}(10,17,3,2)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3
48	$yx^i(x+y^2)^jf_{6-i-j}(x,y^2)$ $i\leq 3\&j\leq 5$	$t+zx+g(x,y)\subset\mathbb{P}(13,11,2,1)$ $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
49	$x^6y+x^2y^{10}$	$t^2+zx+x^6y+x^2y^{10}\subset\mathbb{P}(29,49,9,4)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	12
50	$az^2y^5+bzx^3y^3+x^6y+$ $+cx^2y^8, a + c \neq 0$	$t^2+z^3x+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(23,13,7,4)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4
51	x^6y+zy^n $n=6,7,8,9;10,11$	$t+z^3x+x^6y+zy^n\subset\mathbb{P}(18n+1,5n+1,3n-2,13)$ $\mathbb{P}(5n+1,3n-2,13), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10,26
52	$x^6y+zx^2y^n$ $n=5,6$	$t+z^3x+x^6y+zx^2y^n\subset\mathbb{P}(18n-5,5n-1,3n-2,7)$ $\mathbb{P}(5n-1,3n-2,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	14
53	$x^5y^2+y^{4n}$ $n=2;5$	$t^2+zx+x^5y+y^{2n}\subset\mathbb{P}(5n,8n+1,2n-1,5)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	7,15

Продолжение таблицы 3

54	$x^5 y^2 + y^{2n}$ $n=7;9$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5n, 8n+2, 2n-2, 5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9, 15
55	$x^5 y^2 + y^n$ $n=9;11;15;21$	$t + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5n, 4n+2, n-2, 5)$ $\mathbb{P}(4n+2, n-2, 5)$ $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12, 15, 22, 30
56	$axx^2 y^4 + x^5 y^2 + by^{10}$ $b \neq 0$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(25, 14, 8, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4
57	$axx^2 y^n + x^5 y^2 + by^{3n-2}$ $n=5,7$	$t + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n-10, 4n-2, 3n-4, 5)$ $\mathbb{P}(4n-2, 3n-4, 5)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
58	$axx^2 y^6 + x^5 y^2 + by^{16}$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(20, 11, 7, 5)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	5
59	$y^2 x^i f_{5-i}(x, y^3)$ $i \leq 3$	$t + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(17, 14, 3, 1)$ $\mathbb{P}(14, 3, 1)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
60	$x^5 y^2 + x^2 y^{10}$	$t^2 + zx + x^5 y^2 + x^2 y^{10} \subset \mathbb{P}(23, 38, 8, 3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
61	$x^5 y^2 + x^2 y^n$ $n=7;9;13$	$t + zx + x^5 y^2 + x^2 y^n \subset \mathbb{P}(5n-4, 4n-2, n-2, 3)$ $\mathbb{P}(4n-2, n-2, 3)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10, 12, 18
62	$x^5 y^2 + x^2 y^{12}$	$t^2 + zx + x^5 y^2 + x^2 y^6 \subset \mathbb{P}(14, 23, 5, 3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	9
63	$x^5 y^2 + zy^{4n+2}$ $n=1;2,3$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(15n+8, 8n+5, 6n+1, 11)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	5, 11
64	$x^5 y^2 + zy^n$ $n=7;9, 11;13, 15$	$t + z^3 x + x^5 y^2 + zy^n \subset \mathbb{P}(15n+2, 4n+2, 3n-4, 11)$ $\mathbb{P}(4n+2, 3n-4, 11)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 16, 22
65	$x^5 y^2 + zy^{4n}$ $n=2;3$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(30n+1, 16n+2, 12n-4, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5, 11
66	$x^5 y^2 + z^2 y^6$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(47, 26, 16, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
67	$x^5 y^2 + z^2 y^{4n}$ $n=1;2$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(15n+1, 8n+1, 6n-1, 7)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	6, 7
68	$x^5 y^2 + z^2 y^n$ $n=5;7,9$	$t + z^3 x + x^5 y^2 + z^2 y^n \subset \mathbb{P}(15n+4, 4n+2, 3n-2, 7)$ $\mathbb{P}(4n+2, 3n-2, 7)$, $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8, 14
69	$x^i (x+y)^j f_{8-i-j}(x, y)$ $i \leq 1$ & $j \leq 3$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(4, 7, 1, 1)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
70	$x^8 + axx^3 y^3 + y^9$	$t^2 + z^3 x + x^8 + axx^3 y + y^3 \subset \mathbb{P}(12, 7, 3, 8)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{2}{3})$	4
71	$x^8 + ax^4 y^5 + y^{10}$	$t^2 + zx + x^8 + ax^4 y + y^2 \subset \mathbb{P}(4, 7, 1, 4)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{4}{5})$	6
72	$x^8 + y^{11}$	$t^2 + zx + x^8 + y \subset \mathbb{P}(4, 7, 1, 8)$ $\mathbb{P}(4, 7, 1)$, $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{10}{11})$	12

Продолжение таблицы 3

73	$x^8+x^2y^7$	$t^2+zx+x^8+x^2y \subset \mathbb{P}(4,7,1,6)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{6}{7})$	9
74	$x^8+ax^5y^4+x^2y^8$	$t^2+zx+x^8+ax^5y+x^2y^2 \subset \mathbb{P}(4,7,1,3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4})$	9
75	$cz^2y^4+\underline{a}zx^4y^2+\underline{b}x^8++dx^3y^6, c \neq 0$	$t^2+z^3x+g(z,x,y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(12,7,3,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{1}{2})$	5
76	$x^8+x^3y^7$	$t^2+zx+x^8+x^3y \subset \mathbb{P}(4,7,1,5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{6}{7})$	15
77	x^8+zy^n $n=6,7;8$	$t^2+z^3x+x^8+zy \subset \mathbb{P}(12,7,3,17)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{n-1}{n})$	7,17
78	$x^8+zx^2y^5$	$t^2+z^3x+x^8+zx^2y \subset \mathbb{P}(12,7,3,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{4}{5})$	11
79	x^7y+y^n $n=9;11$	$t+zx+x^7y+y^n \subset \mathbb{P}(7n,6n+1,n-1,7)$ $\mathbb{P}(6n+1,n-1,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10,12
80	x^7y+y^{2n} $n=5;6$	$t^2+zx+x^7y+y^{2n} \subset \mathbb{P}(7n,12n+1,2n-1,7)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12,21
81	$x^7y+x^2y^n$ $n=7;9$	$t+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(7n-2,6n-1,n-1,5)$ $\mathbb{P}(6n-1,n-1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	16,30
82	$x^7y+x^2y^8$	$t^2+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(27,47,7,5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	15
83	x^7y+zy^n $n=6;8$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(21n+1,6n+1,3n-2,15)$ $\mathbb{P}(6n+1,3n-2,15), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
84	x^7y+zy^7	$t^2+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(74,43,19,15)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
85	$x^7y+zx^2y^5$	$t^2+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(50,29,13,9)$ $\text{Diff}=\emptyset$	9
86	$x^7y+z^2y^4$	$t^2+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(43,25,11,9)$ $\text{Diff}=\emptyset$	9
87	$x^7y+z^2y^5$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(107,31,14,9)$ $\mathbb{P}(31,14,9), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	18
88	$x^6y^2+y^n$ $n=9;13$	$t^2+zx+x^6y^2+y^n \subset \mathbb{P}(3n,5n+2,n-2,6)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12,18
89	$x^6y^2+ax^3y^n+by^{2n-2}$ $n=6 \ b \neq 0;7$	$t^2+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(3n-3,5n-4,n-2,3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6,9
90	$y^2x^{2i}f_{3-i}(x^2,y^3)$ $i \leq 1$	$t^2+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(11,19,3,2)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
91	$x^6y^2+az^2y^4+bzx^3y^3++cx^2y^7, a + c \neq 0$	$t^2+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(19,11,5,4)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4

Продолжение таблицы 3

92	$x^6 y^2 + x^2 y^9$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(25, 43, 7, 4)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
93	$x^6 y^2 + zy^n$ $n=6; 7, 8; 9$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(9n+1, 5n+2, 3n-4, 13)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7, 10, 13
94	$x^6 y^2 + zx^2 y^5$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(40, 23, 11, 7)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
95	$x^6 y^2 + z^2 y^5$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(47, 27, 13, 8)$ $\text{Diff} = \emptyset$	8
96	$axx^2 y^4 + x^5 y^3 + by^9$ $b \neq 0$	$t + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(45, 13, 6, 5)$ $\mathbb{P}(13, 6, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	4
97	$axx^2 y^5 + x^5 y^3 + by^{12}$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(30, 17, 9, 5)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5
98	$axx^2 y^6 + x^5 y^3 + by^{15}$	$t + z^3 x + g(z, x, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(25, 7, 4, 5)$ $\mathbb{P}(7, 4, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	10
99	$x^5 y^3 + y^{2n}$ $n=5; 7, 8$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5n, 8n+3, 2n-3, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9, 15
100	$x^5 y^3 + y^n$ $n=11; 17$	$t + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5n, 4n+3, n-3, 5)$ $\mathbb{P}(4n+3, n-3, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	22, 30
101	$yx^i(x+y^2)^j f_{6-i-j}(x, y^2)$ $i \leq 3 \ \& \ j \leq 5$	$t + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(13, 11, 2, 1)$ $\mathbb{P}(11, 2, 1), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
102	$x^5 y^3 + x^2 y^n$ $n=7; 11$	$t + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5n-6, 4n-3, n-3, 3)$ $\mathbb{P}(4n-3, n-3, 3), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10, 18
103	$x^5 y^3 + x^2 y^{2n}$ $n=4, 5$	$t^2 + zx + g(x, y) \subset \mathbb{P}(5n-3, 8n-3, 2n-3, 3)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
104	$x^5 y^3 + zy^{3n}$ $n=2; 4$	$t + z^3 x + x^5 y + zy^n \subset \mathbb{P}(15n+1, 4n+1, 3n-2, 11)$ $\mathbb{P}(4n+1, 3n-2, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	10, 22
105	$x^5 y^3 + zy^{2n+1}$ $n=3; 5$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n+9, 8n+7, 6n-3, 11)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5, 11
106	$x^5 y^3 + zy^n$ $n=8; 10$	$t + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n+3, 4n+3, 3n-6, 11)$ $\mathbb{P}(4n+3, 3n-6, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16
107	$x^5 y^3 + zy^9$	$t^2 + z^3 x + x^5 y + zy^3 \subset \mathbb{P}(23, 13, 7, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{2}{3})$	11
108	$x^5 y^3 + z^2 y^4$	$t^2 + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(33, 19, 9, 7)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
109	$x^5 y^3 + z^2 y^n$ $n=5; 7$	$t + z^3 x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n+6, 4n+3, 3n-3, 7)$ $\mathbb{P}(4n+3, 3n-3, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8, 14
110	$x^5 y^3 + z^2 y^6$	$t^2 + z^3 x + x^5 y + z^2 y^2 \subset \mathbb{P}(16, 9, 5, 7)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{2}{3})$	7

Продолжение таблицы 3

111	$x^i(x+y)^j y^k f_{9-i-j-k}(x,y)$ $i \leq 2$ & $j \leq 4$ & $k \leq 4$	$t+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(9,8,1,1)$ $\mathbb{P}(8,1,1)$, Diff= $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
112	x^9+y^{10}	$t^2+zx+x^9+y^2 \subset \mathbb{P}(9,16,2,9)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{4}{5})$	15
113	$x^9+x^2y^8$	$t^2+zx+x^9+x^2y^2 \subset \mathbb{P}(9,16,2,7)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4})$	21
114	x^9+zy^7	$t+z^3x+x^9+zy \subset \mathbb{P}(27,8,3,19)$ $\mathbb{P}(8,3,19)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	14
115	$x^9+zx^2y^5$	$t+z^3x+x^9+zx^2y \subset \mathbb{P}(27,8,3,13)$ $\mathbb{P}(8,3,13)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{4}{3})$	26
116	$x^9+z^2y^4$	$t^2+z^3x+x^9+z^2y^2 \subset \mathbb{P}(27,16,6,11)$ Diff= $(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
117	x^8y+y^{10}	$t^2+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(40,71,9,8)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
118	$x^8y+x^2y^8$	$t^2+zx+x^8y+x^2y^8 \subset \mathbb{P}(31,55,7,6)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
119	$x^8y+x^3y^7$	$t+zx+x^8y+x^3y^7 \subset \mathbb{P}(53,47,6,5)$ $\mathbb{P}(47,6,5)$, Diff= $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	30
120	x^8y+zy^7	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(169,50,19,17)$ $\mathbb{P}(50,19,17)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	24
121	$x^8y+zx^2y^5$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(115,34,13,11)$ $\mathbb{P}(34,13,11)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	22
122	$x^8y+z^2y^4$	$t^2+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(49,29,11,10)$ Diff= $\emptyset$	10
123	$x^7y^2+y^{10}$	$t^2+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(35,62,8,7)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
124	$x^7y^2+y^{11}$	$t+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(77,68,9,7)$ $\mathbb{P}(68,9,7)$, Diff= $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	42
125	$x^7y^2+x^2y^8$	$t^2+zx+x^7y+x^2y^4 \subset \mathbb{P}(13,23,3,5)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	15
126	$x^7y^2+zy^7$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(149,44,17,15)$ $\mathbb{P}(44,17,15)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
127	$x^7y^2+zx^2y^5$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(95,28,11,9)$ $\mathbb{P}(28,11,9)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	18
128	$x^7y^2+z^2y^4$	$t^2+z^3x+x^7y+z^2y^2 \subset \mathbb{P}(22,13,5,9)$ Diff= $(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	9
129	$x^6y^3+y^{10}$	$t^2+zx+x^6y^3+y^{10} \subset \mathbb{P}(30,53,7,6)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9

Продолжение таблицы 3

130	$x^6y^3+y^{11}$	$t+zx+x^6y^3+y^{11} \subset \mathbb{P}(33,29,4,3)$ $\mathbb{P}(29,4,3)$, Diff= $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
131	$x^6y^3+x^2y^8$	$t^2+zx+x^6y^3+x^2y^8 \subset \mathbb{P}(21,37,5,4)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
132	$x^6y^3+zy^n$ $n=7;8$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(18n+3,5n+3,3n-6,13)$ Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10,26
133	$x^6y^3+zx^2y^5$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(75,22,9,7)$ $\mathbb{P}(22,9,7)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
134	$x^6y^3+z^2y^4$	$t^2+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(39,23,9,8)$ Diff= $\emptyset$	8
135	$x^5y^4+y^{10}$	$t^2+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(25,44,6,5)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
136	$x^5y^4+y^{11}$	$t+z^3x+g(x,y) \subset \mathbb{P}(55,16,7,5)$ $\mathbb{P}(16,7,5)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
137	$x^5y^4+y^{12}$	$t^2+zx+x^5y^2+y^6 \subset \mathbb{P}(15,26,4,5)$ Diff= $(0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	15
138	$x^5y^4+y^{13}$	$t+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(65,56,9,5)$ $\mathbb{P}(56,9,5)$, Diff= $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	30
139	$x^5y^4+x^2y^9$	$t+zx+g(x,y) \subset \mathbb{P}(37,32,5,3)$ $\mathbb{P}(32,5,3)$, Diff= $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
140	$x^5y^4+zy^n$ $n=7;9$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n+4,4n+4,3n-8,11)$ $\mathbb{P}(4n+4,3n-8,11)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16,22
141	$x^5y^4+zy^8$	$t^2+z^3x+x^5y^2+zy^4 \subset \mathbb{P}(31,18,8,11)$ Diff= $(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
142	$ax^6+bx^5y^4+z^2y^4$	$t^2+z^3x+g(z,x,y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(17,10,4,7)$ Diff= $(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	7
143	$x^5y^4+z^2y^5$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(83,24,11,7)$ $\mathbb{P}(24,11,7)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
144	zx^4+y^{2n} $n=4,5,6,7,8,9,10$	$t^2+z^3x+zx^4+y^2 \subset \mathbb{P}(11,6,4,11)$ Diff= $(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	5,7,11
145	$zx^4+y^n, n=7;$ $9;13;15;17;19,21$	$t+z^3x+zx^4+y \subset \mathbb{P}(11,3,2,11)$ $\mathbb{P}(3,2,11)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	7,10,14, 16,18,22
146	$zx^4+x^2y^{2n}$ $n=4,5,6$	$t^2+z^3x+zx^4+x^2y^2 \subset \mathbb{P}(11,6,4,7)$ Diff= $(0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	7
147	$zx^4+x^2y^n$ $n=9;11,13$	$t+z^3x+zx^4+x^2y \subset \mathbb{P}(11,3,2,7)$ $\mathbb{P}(3,2,7)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	10,14
148	$zx^4+az^2y^n+bx^3y^n$ $n=3 \text{ } ab \neq 0; 7,9$	$t+z^3x+g(z,x,y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(11,3,2,5)$ $\mathbb{P}(3,2,5)$, Diff= $(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4,10

Продолжение таблицы 3

149	$zx^4 + az^2y^{2n} + bx^3y^{2n}$ $n=2 \ a b \neq 0, 3 \ a \neq 0; 4$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y^{1/n}) \subset \mathbb{P}(11, 6, 4, 5)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 5
150	$zx^4y + y^{2n}$ $n=4; 5, 6; 7, 8$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n, 6n+1, 4n-3, 11)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5, 7, 11
151	$zx^4y + y^n$ $n=9; 11; 13; 15; 17$	$t + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n, 3n+1, 2n-3, 11)$ $\mathbb{P}(3n+1, 2n-3, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14, 16, 18, 22
152	$zx^4y + x^2y^{2n}$ $n=4, 5$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n-3, 6n-1, 4n-3, 7)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
153	$zx^4y + x^2y^n$ $n=7; 9; 11$	$t + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n-6, 3n-1, 2n-3, 7)$ $\mathbb{P}(3n-1, 2n-3, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8, 10, 14
154	$zx^4y + x^3y^7$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(34, 19, 11, 5)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5
155	$zx^4y + x^3y^8$	$t + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(79, 22, 13, 5)$ $\mathbb{P}(22, 13, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
156	$zx^6 + y^n$ $n=9; 11$	$t + z^3x + zx^6 + y \subset \mathbb{P}(17, 5, 2, 17)$ $\mathbb{P}(5, 2, 17), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	10, 34
157	$zx^6 + y^{10}$	$t^2 + z^3x + zx^6 + y^2 \subset \mathbb{P}(17, 10, 4, 17)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{4}{5})$	10
158	$zx^6 + x^2y^7$	$t + z^3x + zx^6 + x^2y \subset \mathbb{P}(17, 5, 2, 13)$ $\mathbb{P}(5, 2, 13), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	14
159	$zx^6 + x^2y^8$	$t^2 + z^3x + zx^6 + x^2y^2 \subset \mathbb{P}(17, 10, 4, 13)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{3}{4})$	13
160	$zx^6 + x^3y^7$	$t + z^3x + zx^6 + x^3y \subset \mathbb{P}(17, 5, 2, 11)$ $\mathbb{P}(5, 2, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	22
161	$zx^5y + y^n$ $n=9; 10; 11$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n, 4n+1, 2n-3, 14)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5, 7, 14
162	$zx^5y + x^2y^n$ $n=7; 8$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-3, 4n-1, 2n-3, 10)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5, 10
163	$zx^5y + z^2y^4 + ax^4y^5$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(29, 17, 7, 6)$ $\text{Diff} = \emptyset$	6
164	$zx^4y^2 + y^n$ $n=9; 11; 13$	$t + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n, 3n+2, 2n-6, 11)$ $\mathbb{P}(3n+2, 2n-6, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14, 16, 22
165	$zx^4y^2 + y^{10}$	$t^2 + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(55, 32, 14, 11)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
166	$zx^4y^2 + y^{12}$	$t^2 + z^3x + zx^4y + y^6 \subset \mathbb{P}(33, 19, 9, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
167	$zx^4y^2 + x^2y^n$ $n=7; 9$	$t + z^3x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n-12, 3n-2, 2n-6, 7)$ $\mathbb{P}(3n-2, 2n-6, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14

Продолжение таблицы 3

168	$zx^4y^2+x^2y^8$	$t^2+z^3x+zx^4y+x^2y^4 \subset \mathbb{P}(19,11,5,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	7
169	$zx^4y^2+az^2y^5+bx^3y^7$	$t+z^3x+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(59,17,8,5)$ $\mathbb{P}(17,8,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10

(1) Разобрано в примере 3.23.

(2) Особенность:

$$t^2 + z^3x + \underline{a}zx^i(x+y^2)^j f_{4-i-j}(x, y^2) + bz^2y^5 + \underline{c}x^k y(x+y^2)^l f_{5-k-l}(x, y^2).$$

Условия на исключительность: $b \neq 0 \parallel (b = 0 \& (i \leq 1 \parallel k \leq 2) \& (j \leq 2 \parallel l \leq 4))$.

(3) Особенность:

$$t^2 + z^3x + \underline{a}zx^i y^j (x+y)^k f_{5-i-j-k}(x, y) + \underline{b}x^l y^m (x+y)^n f_{7-l-m-n}(x, y) + cz^2y^3.$$

Общие условия на исключительность для двух случаев: $(c \neq 0) \parallel ((i = 0 \parallel l = 0) \& (k \leq 2 \parallel n \leq 2))$. Первый случай $j \leq 1$ и коэффициент $\underline{a}$ опущен (см. комментарий к таблицам). Второй случай $m \leq 2$ и коэффициент $\underline{b}$ опущен.

ТАБЛИЦА 4. Особенность: $t^2+z^3y+g(z,x,y)$

1	x^7+y^{2n} $n=4;6;9;10;12;13$	$t^2+zy+x+y^{2n} \subset \mathbb{P}(n,2n-1,2n,1)$ $\mathbb{P}(n,2n-1,1), \text{Diff}=(0,\frac{2}{3},\frac{6}{7},0)$	7,9,15, 21
2	x^7+y^n $n=9;11;15;17;23;27$	$t+zy+x+y^n \subset \mathbb{P}(n,n-1,n,1)$ $\mathbb{P}(n-1,n,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{6}{7},0)$	14,16,22 28,36,42
3	$ay^{2n}z^i f_{2-i}(z,y^{2n-1})+x^7$ $n=2,3,4$	$t^2+z^3y+g(z,x^{1/7},y) \subset \mathbb{P}(3n-1,2n-1,6n-2,1)$ $\mathbb{P}(3n-1,2n-1,1), \text{Diff}=(0,0,\frac{6}{7},0)$	7
4	$ay^n z^i f_{2-i}(z,y^{n-1})+x^7$ $n=5;7,9$	$t+z^3y+g(z,x^{1/7},y) \subset \mathbb{P}(3n-2,n-1,3n-2,1)$ $\mathbb{P}(n-1,3n-2,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},0)$	8,14
5	$x^i f_{7-i}(x,y^2)$ $i \leq 4$	$t^2+zy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(7,13,2,1)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3
6	$x^i f_{7-i}(x,y^3)$ $i \leq 5$	$t+zy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(21,20,3,1)$ $\mathbb{P}(20,3,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
7	x^7+xy^n $n=7;11;13;17,19;23$	$t+zy+x^7+xy^n \subset \mathbb{P}(7n,7n-6,n,6)$ $\mathbb{P}(7n-6,n,6), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	10,16,22 30,36
8	$x^{3i+1} f_{2-i}(x^3,y^{2n})$ $n=2 \ i=0;(4,5) \ i \leq 1$	$t^2+zy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(7n,14n-3,2n,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3,9
9	$x^{3i+1} f_{2-i}(x^3,y^n)$ $n=5,7;11$	$t+zy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(7n,7n-3,n,3)$ $\mathbb{P}(7n-3,n,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12,18
10	$x^{2i+1} f_{3-i}(x^2,y^n)$ $n=3 \ i \leq 1;7 \ i \leq 2$	$t+zy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(7n,7n-2,n,2)$ $\mathbb{P}(7n-2,n,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6,12
11	$azy^2x^{2j} f_{2-j}(x^2,y^5)+$ $x^{2i+1} f_{3-i}(x^2,y^5)$	$t+z^3y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(35,11,5,2)$ $\mathbb{P}(11,5,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
12	$x^7+x^2y^{2n}$ $n=3,6;8,9$	$t^2+zy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(7n,14n-5,2n,5)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9,15

Продолжение таблицы 4

13	$x^7 + x^2 y^n$ $n=7;9;13;19$	$t + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(7n, 7n-5, n, 5)$ $\mathbb{P}(7n-5, n, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10, 16, 18 30
14	$azx^3 y^{2n+1} + x^7 + bx^2 y^{6n+2}$ $n=1 \ b \neq 0; 2$	$t^2 + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n+7, 14n+3, 6n+2, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4, 5
15	$azx^3 y^n + x^7 + bx^2 y^{3n-1}$ $n=4, 6$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-7, 7n-4, 3n-1, 5)$ $\mathbb{P}(7n-4, 3n-1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
16	$x^7 + x^3 y^n$ $n=5;9, 11; 15$	$t + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(7n, 7n-4, n, 4)$ $\mathbb{P}(7n-4, n, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	10, 18, 24
17	$azx^2 y^{2n-1} + x^7 +$ $+bx^3 y^{3n-2}, n=3, 5$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-14, 7n-6, 3n-2, 4)$ $\mathbb{P}(7n-6, 3n-2, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8
18	$x^7 + zy^n$ $n=6;8, 10; 14; 16, 18$	$t + z^3 y + x + zy^n \subset \mathbb{P}(3n-1, n-1, 3n-1, 2)$ $\mathbb{P}(n-1, 3n-1, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	8, 14, 22 28
19	$x^7 + zxy^{2n+1}$ $n=2, 3; 4, 5, 6$	$t^2 + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n+7, 14n+1, 6n+2, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5, 11
20	$x^7 + zxy^n$ $n=6;8, 10; 12, 14$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-7, 7n-6, 3n-1, 11)$ $\mathbb{P}(7n-6, 3n-1, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 16, 22
21	$x^7 + zx^2 y^n$ $n=4, 6; 8, 10$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-7, 7n-5, 3n-1, 8)$ $\mathbb{P}(7n-5, 3n-1, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 16
22	$x^8 + y^n$ $n=9; 11; 15$	$t^2 + zy + x^2 + y^n \subset \mathbb{P}(n, 2n-2, n, 2)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 0)$	13, 16, 24
23	$zy^2(bx^4 + cy^5) + x^8 + dx^4 y^5 +$ $ey^{10}, c + d + e \neq 0$	$t^2 + z^3 y + g(z, x^{1/4}, y) \subset \mathbb{P}(5, 3, 5, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	4
24	$x^{2i} f_{4-i}(x^2, y^3)$ $i \leq 2$	$t^2 + zy + g(x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(6, 11, 3, 1)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	6
25	$y^5 z^i f_{2-i}(z, y^4) + x^8$	$t^2 + z^3 y + g(z, x^{1/4}, y) \subset \mathbb{P}(13, 8, 13, 2)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	8
26	$x^8 + ax^4 y^7 + by^{14}$	$t^2 + zy + x^2 + axy^7 + by^{14} \subset \mathbb{P}(7, 13, 7, 1)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 0)$	12
27	$azx^3 y^n + x^8 + bxy^{3n-1}$ $n=3 \ b \neq 0; 4$	$t^2 + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n-4, 8n-5, 3n-1, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4, 7
28	$x^8 + xy^n$ $n=9; 10; 12; 13$	$t^2 + zy + x^8 + xy^n \subset \mathbb{P}(4n, 8n-7, n, 7)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	13, 15, 18 21
29	$x^8 + x^2 y^n$ $n=7; 11$	$t^2 + zy + x^4 + xy^n \subset \mathbb{P}(2n, 4n-3, n, 3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	10, 18
30	$x^{3i+2} f_{2-i}(x^3, y^n)$ $n=4 \ i=0; 5 \ i \leq 1$	$t^2 + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(4n, 8n-3, n, 3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6, 9
31	$x^8 + x^3 y^n$ $n=6; 8; 9$	$t^2 + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(4n, 8n-5, n, 5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9, 12, 15

Продолжение таблицы 4

32	$bx^2y^5+x^8+cx^3y^7$	$t^2+z^3y+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(28,17,7,5)$ Diff= $\emptyset$	5
33	x^8+zy^n $n=6;8;10$	$t^2+z^3y+x^2+zy^n\subset\mathbb{P}(3n-1,2n-2,3n-1,4)$ Diff= $(0,0,\frac{3}{4},0)$	10,13,16
34	x^8+zxyn $n=5;6,7;8$	$t^2+z^3y+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(12n-4,8n-7,3n-1,13)$ Diff= $\emptyset$	7,10,13
35	$x^8+zx^2y^n$ $n=4;6$	$t^2+z^3y+x^4+zxyn\subset\mathbb{P}(6n-2,4n-3,3n-1,5)$ Diff= $(0,0,\frac{1}{2},0)$	7,10
36	$\underline{a}z^2x^3+bzy^2x^{2i}f_{2-i}(x^2,y^3)+$ $\underline{c}x^{2j+1}yf_{3-j}(x^2,y^3)$ $i\leq 1 j\leq 1$	$t+z^3y+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(23,7,3,2)$ $\mathbb{P}(7,3,2)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
37	$y^4z^if_{2-i}(z,y^3)+x^9$	$t^2+z^3y+g(z,x^{1/9},y)\subset\mathbb{P}(5,3,10,1)$ $\mathbb{P}(5,3,1)$, Diff= $(0,0,\frac{8}{9},0)$	9
38	$x^9+azx^3y^4+by^{11}$	$t+z^3y+g(z,x^{1/3},y)\subset\mathbb{P}(33,10,11,3)$ $\mathbb{P}(10,11,3)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	18
39	x^9+xy^9	$t+zy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(81,73,9,8)$ $\mathbb{P}(73,9,8)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	30
40	$x^9+ax^5y^5+bx^{10}$	$t+zy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(45,41,5,4)$ $\mathbb{P}(41,5,4)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	24
41	$x^9+x^2y^8$	$t^2+zy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(36,65,8,7)$ Diff= $(0,\frac{2}{3},0,0)$	12
42	$x^9+x^2y^9$	$t+zy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(81,74,9,7)$ $\mathbb{P}(74,9,7)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	42
43	bx^2y^5+ $+x^9+cx^3y^7$	$t+z^3y+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(63,19,7,6)$ $\mathbb{P}(19,7,6)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	12
44	$x^9+x^4y^6$	$t^2+zy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(27,49,6,5)$ Diff= $(0,\frac{2}{3},0,0)$	15
45	x^9+zy^8	$t+z^3y+x+zy^8\subset\mathbb{P}(23,7,23,2)$ $\mathbb{P}(7,23,2)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{8}{9},0)$	36
46	$x^9+zx^6y^6$	$t+z^3y+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(153,46,17,15)$ $\mathbb{P}(46,17,15)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
47	$ay^4z^if_{2-i}(z,y^3)+x^7y^2$	$t^2+z^3y+g(z,x^{1/7},y)\subset\mathbb{P}(5,3,8,1)$ Diff= $(0,0,\frac{6}{7},0)$	7
48	$ay^5z^if_{2-i}(z,y^4)+x^7y^2$	$t+z^3y+g(z,x^{1/7},y)\subset\mathbb{P}(13,4,11,1)$ $\mathbb{P}(4,11,1)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{6}{7},0)$	14
49	$x^7y^2+y^n$ $n=11;15$	$t+zy+xy^2+y^n\subset\mathbb{P}(n,n-1,n-2,1)$ $\mathbb{P}(n-1,n-2,1)$, Diff= $(\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{6}{7},0)$	28,42

Продолжение таблицы 4

50	$x^7 y^2 + y^{2n}$ $n=6;7$	$t^2 + zy + xy^2 + y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n-1, 2n-2, 1)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	15,21
51	$x^7 y^2 + xy^n$ $n=9;13$	$t + zy + x^7 y^2 + xy^n \subset \mathbb{P}(7n-2, 7n-8, n-2, 6)$ $\mathbb{P}(7n-8, n-2, 6), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	22,36
52	$x^7 y^2 + ax^4 y^6 + bxy^{10}$	$t^2 + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(17, 31, 4, 3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
53	$y^2 x^{2i+1} f_{3-i}(x^2, y^3)$ $i \leq 2$	$t + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(25, 23, 3, 2)$ $\mathbb{P}(23, 3, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
54	$x^7 y^2 + ax^4 y^7 + bxy^{12}$	$t + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(41, 38, 5, 3)$ $\mathbb{P}(38, 5, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
55	$x^7 y^2 + x^2 y^{2n}$ $n=4;5$	$t^2 + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(7n-2, 14n-9, 2n-2, 5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9,15
56	$axz^3 y^4 + x^7 y^2 + bx^2 y^9$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(59, 18, 7, 5)$ $\mathbb{P}(18, 7, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
57	$x^7 y^2 + x^2 y^{11}$	$t + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(73, 68, 9, 5)$ $\mathbb{P}(68, 9, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	30
58	$bx^6 + cx^2 y^5 +$ $+ dx^7 y^2 + ex^3 y^7, b + d \neq 0$ $ c + e \neq 0$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(43, 13, 5, 4)$ $\mathbb{P}(13, 5, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8
59	$x^7 y^2 + x^3 y^9$	$t + zy + g(x, y) \subset \mathbb{P}(57, 53, 7, 4)$ $\mathbb{P}(53, 7, 4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	24
60	$x^7 y^2 + zy^n$ $n=8;10$	$t + z^3 y + xy^2 + zy^n \subset \mathbb{P}(3n-1, n-1, 3n-5, 2)$ $\mathbb{P}(n-1, 3n-5, 2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	22,28
61	$x^7 y^2 + zxy^n$ $n=6;8$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(21n-13, 7n-8, 3n-5, 11)$ $\mathbb{P}(7n-8, 3n-5, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16,22
62	$x^7 y^2 + zxy^7$	$t^2 + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(67, 41, 16, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	11
63	$x^7 y^2 + zx^2 y^6$	$t + z^3 y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(107, 33, 13, 8)$ $\mathbb{P}(33, 13, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16
64	$zx^5 + y^{2n}$ $n=4;7;9;10$	$t^2 + z^3 y + zx + y^{2n} \subset \mathbb{P}(3n, 2n-1, 4n+1, 3)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{4}{5}, 0)$	5,11,15
65	$zx^5 + y^n$ $n=9;11;15;21$	$t + z^3 y + zx + y^n \subset \mathbb{P}(3n, n-1, 2n+1, 3)$ $\mathbb{P}(n-1, 2n+1, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, 0)$	12,15,20 30
66	$ay^{2n} z^i f_{2-i}(z, y^{2n-1}) + zx^5$ $+ dx^5 y^{2n-1}, n=2 \ a \neq 0, 3$	$t^2 + z^3 y + g(z, x^{1/5}, y) \subset \mathbb{P}(3n-1, 2n-1, 4n-1, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{4}{5}, 0)$	5
67	$ay^n z^i f_{2-i}(z, y^{n-1}) + zx^5 +$ $+ cx^5 y^{n-1}, n=5 \ a \neq 0; 7$	$t + z^3 y + g(z, x^{1/5}, y) \subset \mathbb{P}(3n-2, n-1, 2n-1, 1)$ $\mathbb{P}(n-1, 2n-1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, 0)$	6,10

Продолжение таблицы 4

68	$zx^5 + bx^2y^5 +$ $+ ex^6y^2 + cx^3y^7 + dy^{12}$ $ b + c + d \neq 0$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(18, 11, 5, 3)$ $\text{Diff} = \emptyset$	3
69	$zx^5 + bx^2y^7 +$ $+ ex^6y^3 + cx^3y^{10} + dy^{17}$ $ b + c + d \neq 0$	$t + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(51, 16, 7, 3)$ $\mathbb{P}(16, 7, 3) \text{ Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6
70	$zx^5 + xy^{2n+1}$ $n = 3; 4, 5, 6; 7, 8$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 8, 10n + 1, 4n + 3, 13)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5, 9, 13
71	$zx^5 + xy^n$ $n = 8; 10; 12; 14, 16; 18$	$t + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 1, 5n - 4, 2n + 1, 13)$ $\mathbb{P}(5n - 4, 2n + 1, 13), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	11, 14, 16 22, 26
72	$zx^5 + x^2y^{2n}$ $n = 3, 4, 5; 6, 7$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 1, 10n - 3, 4n + 1, 11)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7, 11
73	$zx^5 + x^2y^n$ $n = 7; 9; 11, 13; 15$	$t + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 2, 5n - 3, 2n + 1, 11)$ $\mathbb{P}(5n - 3, 2n + 1, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	12, 14, 18 22
74	$zx^5 + x^3y^{2n+1}$ $n = 2; 4, 5$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 9, 10n + 3, 4n + 3, 9)$ $\text{Diff} = \emptyset$	8, 9
75	$zx^5 + x^3y^n$ $n = 6; 8; 12$	$t + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 3, 5n - 2, 2n + 1, 9)$ $\mathbb{P}(5n - 2, 2n + 1, 9), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8, 14, 18
76	$zx^5 + x^4y^{2n}$ $n = 3, 4$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 2, 10n - 1, 4n + 1, 7)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
77	$zx^5 + x^4y^n$ $n = 5, 7; 9$	$t + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15n + 4, 5n - 1, 2n + 1, 7)$ $\mathbb{P}(5n - 1, 2n + 1, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14
78	$zx^6 + y^n$ $n = 9, 11$	$t^2 + z^3y + zx^2 + y^n \subset \mathbb{P}(3n, 2n - 2, 2n + 1, 6)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	9
79	$ay^4z^i f_{2-i}(z, y^3) + zx^6 +$ $+ cx^6y^3$	$t^2 + z^3y + g(z, x^{1/6}, y) \subset \mathbb{P}(5, 3, 7, 1)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{5}{6}, 0)$	6
80	$zx^6 + y^{12}$	$t^2 + z^3y + g(z, x^{1/6}, y) \subset \mathbb{P}(18, 11, 25, 3)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{5}{6}, 0)$	18
81	$zx^6 + xy^n$ $n = 8, 9, 10; 11$	$t + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(18n + 1, 6n - 5, 2n + 1, 16)$ $\mathbb{P}(6n - 5, 2n + 1, 16), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14, 32
82	$zx^6 + x^2y^{2n+1}$ $n = 3; 4$	$t^2 + z^3y + g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(9n + 5, 6n + 1, 4n + 3, 7)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	5, 14
83	$zx^6 + x^2y^8$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(73, 44, 17, 14)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
84	$zx^6 + x^3y^n$ $n = 6; 8$	$t + z^3y + zx^2 + xy^n \subset \mathbb{P}(6n + 1, 2n - 1, 2n + 1, 4)$ $\mathbb{P}(2n - 1, 2n + 1, 4), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, 0)$	10, 24
85	$zx^6 + x^4y^5$	$t^2 + z^3y + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(47, 28, 11, 10)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5

Продолжение таблицы 4

86	$zx^6+x^4y^6$	$t^2+z^3y+zx^3+x^2y^6 \subset \mathbb{P}(28,17,13,5)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	10
87	$zx^6+x^5y^5$	$t+z^3y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(95,29,11,8)$ $\mathbb{P}(29,11,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	16
88	$z^2x^3+y^{2n}$ $n=4;6;7$	$t^2+z^3y+z^2x+y^{2n} \subset \mathbb{P}(3n,2n-1,2n+2,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{2}{3},0)$	5,7,9
89	$z^2x^3+y^n$ $n=9;11;15$	$t+z^3y+z^2x+y^n \subset \mathbb{P}(3n,n-1,n+2,3)$ $\mathbb{P}(n-1,n+2,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	10,12,18
90	$z^2x^3+zy^3(bx^3+cy^4)+dx^6y^2$ $+ex^3y^6+ly^{10}, c + e + l \neq 0$	$t^2+z^3y+g(z,x^{1/3},y) \subset \mathbb{P}(5,3,4,1)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{2}{3},0)$	3
91	$z^2x^3+zy^4(bx^3+cy^5)+$ $dx^6y^3+ex^3y^8+ly^{13}$	$t+z^3y+g(z,x^{1/3},y) \subset \mathbb{P}(13,4,5,1)$ $\mathbb{P}(4,5,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	6
92	$z^2x^3+xy^n$ $n=7;9;11;13$	$t+z^3y+z^2x^3+xy^n \subset \mathbb{P}(9n+2,3n-2,n+2,8)$ $\mathbb{P}(3n-2,n+2,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,10,14 16
93	$z^2x^3+azx^2y^n+bx^5y^{n-1}+$ $+cxy^{2n}, n=4, a + c \neq 0;6$	$t+z^3y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(9n+1,3n-1,n+1,4)$ $\mathbb{P}(3n-1,n+1,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	6,8
94	$z^2x^3+x^2y^{2n}$ $n=3,4;5$	$t^2+z^3y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(9n+2,6n-1,2n+2,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5,7
95	$z^2x^3+x^2y^n$ $n=7;9;11$	$t+z^3y+z^2x^3+x^2y^n \subset \mathbb{P}(9n+4,3n-1,n+2,7)$ $\mathbb{P}(3n-1,n+2,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,12,14
96	$z^2x^3+azx^2y^n+bx^3y^{n-1}$ $n=6;10$	$t+z^3y+z^2x+zy^n+xy^{n-1} \subset \mathbb{P}(3n-1,n-1,n+1,2)$ $\mathbb{P}(n-1,n+1,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	8,12
97	$z^2x^3+azxy^{2n+1}+bx^4y^{2n}$ $n=2, a \neq 0;3$	$t^2+z^3y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(9n+4,6n+1,2n+2,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3,5
98	$z^2x^3+azxy^{n+1}+bx^4y^n$ $n=5;7$	$t+z^3y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(9n+8,3n+1,n+2,5)$ $\mathbb{P}(3n+1,n+2,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,10

 ТАБЛИЦА 5. Особенность: $t^2+z^5+g(z,x,y)$

1	$x^i y^j f_{6-i-j}(x,y)$ $i \leq 2 \& j \leq 2$	$t^2+z+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(3,6,1,1)$ $\mathbb{P}(3,1,1), \text{Diff}=(0,\frac{4}{5},0,0)$	5
2	x^6+y^7	$t^2+z+x^2+y \subset \mathbb{P}(1,2,1,2)$ $\mathbb{P}(1,1,2), \text{Diff}=(0,\frac{4}{5},\frac{2}{3},\frac{6}{7})$	15
3	x^6+xy^6	$t^2+z+x^6+xy \subset \mathbb{P}(3,6,1,5)$ $\mathbb{P}(3,1,5), \text{Diff}=(0,\frac{4}{5},0,\frac{5}{6})$	25
4	x^6+zy^5	$t^2+z^5+x^2+zy \subset \mathbb{P}(5,2,5,8)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{2}{3},\frac{4}{5})$	6
5	x^6+zxxy^4	$t^2+z^5+x^6+zxxy \subset \mathbb{P}(15,6,5,19)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{3}{4})$	8

Продолжение таблицы 5

6	$x^6 + zx^2y^3$	$t^2 + z^5 + x^6 + zx^2y \subset \mathbb{P}(15, 6, 5, 14)$ Diff = $(0, 0, 0, \frac{2}{3})$	7
7	$ax^6 + bzx^3y^2 + z^2y^4$	$t^2 + z^5 + ax^2 + bzx^2y + z^2y^2 \subset \mathbb{P}(5, 2, 5, 3)$ Diff = $(0, 0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2})$	9
8	$x^6 + z^2xy^3$	$t^2 + z^5 + x^6 + z^2xy \subset \mathbb{P}(15, 6, 5, 13)$ Diff = $(0, 0, 0, \frac{2}{3})$	13
9	$az^2xy^3 + bzx^3y^2 + cx^5y + dy^7, a + d \neq 0$	$t + z^5 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(35, 7, 6, 5)$ $\mathbb{P}(7, 6, 5)$, Diff = $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
10	$x^5y + xy^6$	$t + z + x^5y + xy^6 \subset \mathbb{P}(29, 29, 5, 4)$ $\mathbb{P}(29, 5, 4)$, Diff = $(\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 0, 0)$	30
11	$x^5y + x^2y^5$	$t + z + x^5y + x^2y^5 \subset \mathbb{P}(23, 23, 4, 3)$ $\mathbb{P}(23, 4, 3)$, Diff = $(\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 0, 0)$	30
12	$x^5y + zy^5$	$t + z^5 + xy + zy^5 \subset \mathbb{P}(25, 5, 21, 4)$ $\mathbb{P}(5, 21, 4)$, Diff = $(\frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, 0)$	30
13	$x^5y + az^2y^6 + bz^3y^3$	$t + z^5 + xy + az^2y^6 + bz^3y^3 \subset \mathbb{P}(15, 3, 13, 2)$ $\mathbb{P}(3, 13, 2)$, Diff = $(\frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, 0)$	20
14	$x^5y + zxy^4$	$t + z^5 + x^5y + zxy^4 \subset \mathbb{P}(95, 19, 16, 15)$ $\mathbb{P}(19, 16, 15)$, Diff = $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6
15	$x^5y + z^2y^3$	$t + z^5 + x^5y + z^2y^3 \subset \mathbb{P}(65, 13, 11, 10)$ $\mathbb{P}(13, 11, 10)$, Diff = $(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
16	$x^5y + z^2y^4$	$t^2 + z^5 + xy + z^2y^4 \subset \mathbb{P}(10, 4, 17, 3)$ Diff = $(0, 0, \frac{4}{5}, 0)$	10
17	$x^4y^2 + y^n$ $n=7; 9$	$t^2 + z + x^2y^2 + y^n \subset \mathbb{P}(n, 2n, n-2, 2)$ $\mathbb{P}(n, n-2, 2)$, Diff = $(0, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 0)$	15, 20
18	$x^4y^2 + ax^2y^5 + by^8$	$t^2 + z + x^2y^2 + ax^2y^5 + by^8 \subset \mathbb{P}(4, 8, 3, 1)$ $\mathbb{P}(4, 3, 1)$, Diff = $(0, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 0)$	10
19	$x^4y^2 + xy^n$ $n=6; 7$	$t^2 + z + x^4y^2 + xy^n \subset \mathbb{P}(2n-1, 4n-2, n-2, 3)$ $\mathbb{P}(2n-1, n-2, 3)$, Diff = $(0, \frac{4}{5}, 0, 0)$	10, 15
20	$x^4y^2 + zy^n$ $n=5; 7$	$t^2 + z^5 + x^2y^2 + zy^n \subset \mathbb{P}(5n, 2n, 5n-8, 8)$ Diff = $(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	11, 16
21	$x^4y^2 + zy^6$	$t^2 + z^5 + x^2y^2 + zy^6 \subset \mathbb{P}(15, 6, 11, 4)$ Diff = $(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	8
22	$x^4y^2 + zxy^n$ $n=4; 5$	$t^2 + z^5 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(10n-5, 4n-2, 5n-8, 11)$ Diff = $\emptyset$	6, 11
23	$x^4y^2 + az^2y^4 + bzx^2y^3$	$t^2 + z^5 + g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(10, 4, 7, 3)$ Diff = $(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	6
24	$x^4y^2 + z^2y^5$	$t^2 + z^5 + x^2y^2 + z^2y^5 \subset \mathbb{P}(25, 10, 19, 6)$ Diff = $(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	12

Продолжение таблицы 5

25	$x^4y^2+z^2xy^3$	$t^2+z^5+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(25,10,9,7)$ Diff= $\emptyset$	7
26	zx^5+y^7	$t+z^5+zx+y\subset\mathbb{P}(5,1,4,5)$ $\mathbb{P}(1,4,5)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},\frac{6}{7})$	50
27	$zx^5+z^2y^4$	$t^2+z^5+zx+z^2y^2\subset\mathbb{P}(5,2,8,3)$ Diff= $(0,0,\frac{4}{5},\frac{1}{2})$	15
28	$zx^5+z^2xy^3$	$t+z^5+zx^5+z^2xy\subset\mathbb{P}(25,5,4,11)$ $\mathbb{P}(5,4,11)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	22
29	zx^4y+y^7	$t^2+z^5+zx^2y+y^7\subset\mathbb{P}(35,14,23,10)$ Diff= $(0,0,\frac{1}{2},0)$	20
30	zx^4y+xy^6	$t+z^5+zx^4y+xy^6\subset\mathbb{P}(115,23,19,16)$ $\mathbb{P}(23,19,16)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	32
31	$zx^4y+z^2y^4$	$t^2+z^5+zx^2y+z^2y^4\subset\mathbb{P}(10,4,13,3)$ Diff= $(0,0,\frac{3}{4},0)$	12
32	$zx^4y+z^2xy^3$	$t+z^5+zx^4y+z^2xy^3\subset\mathbb{P}(55,11,9,8)$ $\mathbb{P}(11,9,8)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	16
33	$zx^3y^2+y^8$	$t^2+z^5+zx^2y+y^4\subset\mathbb{P}(10,4,11,5)$ Diff= $(0,0,\frac{2}{3},\frac{1}{2})$	15
34	$zx^3y^2+y^9$	$t+z^5+zx^2y+y^9\subset\mathbb{P}(45,9,26,5)$ $\mathbb{P}(9,26,5)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	30
35	$zx^3y^2+xy^6$	$t^2+z^5+zx^3y+xy^3\subset\mathbb{P}(20,8,7,11)$ Diff= $(0,0,0,\frac{1}{2})$	11
36	$zx^3y^2+xy^7$	$t+z^5+zx^3y^2+xy^7\subset\mathbb{P}(95,19,18,11)$ $\mathbb{P}(19,18,11)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	22
37	$zx^3y^2+x^2y^5$	$t+z^5+zx^3y^2+x^2y^5\subset\mathbb{P}(55,11,10,7)$ $\mathbb{P}(11,10,7)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,0,0)$	14
38	$zx^3y^2+z^2y^5$	$t+z^5+zx^2y+z^2y^5\subset\mathbb{P}(25,5,14,3)$ $\mathbb{P}(5,14,3)$, Diff= $(\frac{1}{2},0,\frac{2}{3},0)$	18

 ТАБЛИЦА 6. Особенность: $t^2+z^4x+g(z,x,y)$

1	$x^iy^j f_{6-i-j}(x,y)$ $i\leq 1, j\leq 2$	$t^2+zx+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(3,5,1,1)$ Diff= $(0,\frac{3}{4},0,0)$	4
2	x^6+y^7	$t^2+zx+x^6+y\subset\mathbb{P}(3,5,1,6)$ $\mathbb{P}(3,5,1)$, Diff= $(0,\frac{3}{4},0,\frac{6}{7})$	8
3	$x^6+x^2y^5$	$t^2+zx+x^6+x^2y\subset\mathbb{P}(3,5,1,4)$ Diff= $(0,\frac{3}{4},0,\frac{4}{5})$	8
4	x^6+zy^n $n=5;6$	$t^2+z^4x+x^6+zy\subset\mathbb{P}(12,5,4,19)$ Diff= $(0,0,0,\frac{n-1}{n})$	5,19

Продолжение таблицы 6

5	$ax^6 + bx^3y^2 + z^2y^4$	$t^2 + z^4x + ax^6 + bx^3y + z^2y^2 \subset \mathbb{P}(12, 5, 4, 7)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	7
6	$x^5y + y^7$	$t^2 + z^2x + x^5y + y^7 \subset \mathbb{P}(35, 29, 12, 10)$ $\text{Diff} = (0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	8
7	$x^5y + y^8$	$t^2 + zx + x^5y + y^8 \subset \mathbb{P}(20, 33, 7, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{3}{4}, 0, 0)$	20
8	$x^5y + x^2y^5$	$t^2 + z^2x + x^5y + x^2y^5 \subset \mathbb{P}(23, 19, 8, 6)$ $\text{Diff} = (0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	12
9	$x^5y + zy^n$ $n=5;6$	$t + z^4x + x^5y + zy^n \subset \mathbb{P}(20n+1, 4n+1, 4n-3, 16)$ $\mathbb{P}(4n+1, 4n-3, 16), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6, 14
10	$x^5y + z^2y^4$	$t^2 + z^4x + x^5y + z^2y^4 \subset \mathbb{P}(41, 17, 14, 12)$ $\text{Diff} = \emptyset$	6
11	$x^5y + z^3y^3$	$t + z^4x + x^5y + z^3y^3 \subset \mathbb{P}(63, 13, 11, 8)$ $\mathbb{P}(13, 11, 8), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16
12	$x^4y^2 + y^n$ $n=7;9$	$t^2 + zx + x^4y^2 + y^n \subset \mathbb{P}(2n, 3n+2, n-2, 4)$ $\text{Diff} = (0, \frac{3}{4}, 0, 0)$	12, 16
13	$x^4y^2 + y^8$	$t^2 + zx + x^4y^2 + y^8 \subset \mathbb{P}(8, 13, 3, 2)$ $\text{Diff} = (0, \frac{3}{4}, 0, 0)$	8
14	$x^4y^2 + zy^n$ $n=5,6;7$	$t^2 + z^4x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(8n+1, 3n+2, 4n-6, 13)$ $\text{Diff} = \emptyset$	9, 13
15	$x^4y^2 + ax^2y^3 + z^2y^4$	$t^2 + z^4x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(17, 7, 6, 5)$ $\text{Diff} = \emptyset$	5
16	$x^4y^2 + z^2y^5$	$t^2 + z^2x + x^4y^2 + zy^5 \subset \mathbb{P}(21, 17, 8, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	10
17	$x^4y^2 + z^3y^3$	$t^2 + z^4x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(27, 11, 10, 7)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
18	$zx^5 + y^7$	$t + z^4x + zx^5 + y \subset \mathbb{P}(19, 4, 3, 19)$ $\mathbb{P}(4, 3, 19), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	14
19	$zx^5 + x^2y^5$	$t + z^4x + zx^5 + x^2y \subset \mathbb{P}(19, 4, 3, 13)$ $\mathbb{P}(4, 3, 13), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{4}{5})$	26
20	$zx^5 + z^2y^4$	$t^2 + z^4x + zx^5 + z^2y^2 \subset \mathbb{P}(19, 8, 6, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
21	$zx^4y + y^7$	$t + z^4x + zx^4y + y^7 \subset \mathbb{P}(105, 22, 17, 15)$ $\mathbb{P}(22, 17, 15), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
22	$zx^4y + x^2y^5$	$t + z^4x + zx^4y + x^2y^5 \subset \mathbb{P}(67, 14, 11, 9)$ $\mathbb{P}(14, 11, 9), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	18
23	$zx^4y + z^2y^4$	$t^2 + z^4x + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(31, 13, 10, 9)$ $\text{Diff} = \emptyset$	9

Продолжение таблицы 6

24	$zx^3y^2+y^n$ $n=7;9$	$t+z^4x+zx^3y^2+y^n \subset \mathbb{P}(11n, 2n+2, 3n-8, 11)$ $\mathbb{P}(2n+2, 3n-8, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16, 22
25	$zx^3y^2+y^8$	$t^2+z^4x+zx^3y+y^4 \subset \mathbb{P}(22, 9, 8, 11)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
26	$zx^3y^2+x^2y^5$	$t+z^4x+zx^3y^2+x^2y^5 \subset \mathbb{P}(39, 8, 7, 5)$ $\mathbb{P}(8, 7, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
27	$zx^3y^2+z^2y^5$	$t+z^4x+zx^3y^2+z^2y^5 \subset \mathbb{P}(59, 12, 11, 7)$ $\mathbb{P}(12, 11, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14

 ТАБЛИЦА 7. Особенность: $t^2+z^4y+g(z, x, y)$

1	$x^6+ax^3y^2+bz^2y^4+cy^7, b + c \neq 0$	$t^2+z^4y+g(z, x^{1/3}, y) \subset \mathbb{P}(7, 3, 7, 2)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	6
2	$x^6+ax^3y^4+by^8$	$t^2+zy+x^2+axy^4+by^8 \subset \mathbb{P}(4, 7, 4, 1)$ $\text{Diff}=(0, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, 0)$	12
3	x^6+xy^n $n=6;7$	$t^2+zy+x^6+xy^n \subset \mathbb{P}(3n, 6n-5, n, 5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{3}{4}, 0, 0)$	8, 20
4	$x^6+ax^2y^3+bx^2y^5$	$t^2+z^2y+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(15, 13, 5, 4)$ $\text{Diff}=(0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	8
5	x^6+zy^n $n=5;6$	$t^2+z^4y+x^2+zy^n \subset \mathbb{P}(4n-1, 2n-2, 4n-1, 6)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	6, 9
6	x^6+zxyn $n=4;5$	$t^2+z^4y+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n-3, 6n-5, 4n-1, 14)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5, 14
7	$x^6+zx^2y^3$	$t^2+z^4y+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(33, 14, 11, 10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
8	$az^3x^2+bz^2xy^3+czx^3y^2+dzx^3y^2+ex^5y+kx^2y^5+lz^4y$ канонич. & $ e + c \neq 0$	$t+z^4y+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(23, 5, 4, 3)$ $\mathbb{P}(5, 4, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6
9	$zx^5+az^2y^4+by^7$	$t^2+z^4y+zx+az^2y^4+by^7 \subset \mathbb{P}(7, 3, 11, 2)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{4}{5}, 0)$	10
10	zx^5+xy^6	$t+z^4y+zx^5+xy^6 \subset \mathbb{P}(121, 26, 19, 17)$ $\mathbb{P}(26, 19, 17), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	24
11	$zx^5+x^2y^5$	$t+z^4y+zx^5+x^2y^5 \subset \mathbb{P}(51, 11, 8, 7)$ $\mathbb{P}(11, 8, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16
12	$zx^5+x^3y^4$	$t+z^4y+zx^5+x^3y^4 \subset \mathbb{P}(83, 18, 13, 11)$ $\mathbb{P}(18, 13, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	22

 ТАБЛИЦА 8. Особенность: $t^2+z^3x^2+g(z, x, y)$

1	$x^i y^j f_{6-i-j}(x, y)$ $i \leq 1, j \leq 3$	$t^2+zx^2+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(3, 4, 1, 1)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	3
---	---	--	---

Продолжение таблицы 8

2	$x^6 + y^7$	$t^2 + zx^2 + x^6 + y \subset \mathbb{P}(3, 4, 1, 6)$ $\mathbb{P}(3, 4, 1), \text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{6}{7})$	7
3	$ax^6 + bx^3y^4 + y^8$	$t^2 + zx^2 + ax^6 + bx^3y + y^2 \subset \mathbb{P}(3, 4, 1, 3)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4})$	9
4	$z^2y^4 + bx^3y^2 + cx^6 + dxy^6$ $ b + c \neq 0$	$t^2 + z^3x^2 + g(z, x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(9, 4, 3, 5)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	5
5	$x^6 + xy^7$	$t^2 + zx^2 + x^6 + xy \subset \mathbb{P}(3, 4, 1, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{6}{7})$	15
6	$x^6 + zy^5$	$t^2 + z^3x^2 + x^6 + zy \subset \mathbb{P}(9, 4, 3, 14)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{4}{5})$	5
7	$x^6 + zy^6$	$t^2 + z^3x^2 + x^6 + zy^2 \subset \mathbb{P}(9, 4, 3, 7)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{2}{3})$	7
8	$x^6 + zxy^n$ $n=4;5$	$t^2 + z^3x^2 + x^6 + zxy \subset \mathbb{P}(9, 4, 3, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	4, 11
9	$x^5y + y^n$ $n=7;9$	$t + zx^2 + x^5y + y^n \subset \mathbb{P}(5n, 3n+2, n-1, 5)$ $\mathbb{P}(3n+2, n-1, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	15, 30
10	$x^5y + y^8$	$t^2 + zx^2 + x^5y + y^8 \subset \mathbb{P}(20, 26, 7, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	13
11	$x^5y + xy^6$	$t + zx^2 + x^5y + xy^6 \subset \mathbb{P}(29, 19, 5, 4)$ $\mathbb{P}(19, 5, 4), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	6
12	$az^3y^3 + bx^5y + cx^3y^4 + dxy^7$ $ b + c \neq 0, a + d \neq 0$	$t + zx^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(17, 11, 3, 2)$ $\mathbb{P}(11, 3, 2), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
13	$x^5y + zy^n$ $n=5;7$	$t + z^3x^2 + x^5y + zy^n \subset \mathbb{P}(15n+2, 3n+2, 3n-2, 12)$ $\mathbb{P}(3n+2, 3n-2, 12), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	11, 24
14	$x^5y + zxy^4$	$t + z^3x^2 + x^5y + zxy^4 \subset \mathbb{P}(59, 13, 10, 9)$ $\mathbb{P}(13, 10, 9), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	4
15	$x^5y + zxy^5$	$t^2 + z^3x^2 + x^5y + zxy^5 \subset \mathbb{P}(37, 16, 13, 9)$ $\text{Diff} = \emptyset$	9
16	$x^5y + z^2y^4$	$t^2 + z^3x^2 + x^5y + z^2y^4 \subset \mathbb{P}(32, 14, 11, 9)$ $\text{Diff} = \emptyset$	7
17	$x^5y + z^2y^5$	$t + z^3x^2 + x^5y + z^2y^5 \subset \mathbb{P}(79, 17, 14, 9)$ $\mathbb{P}(17, 14, 9), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	18
18	$az^4y + bz^2y^4 + czx^2y^3 +$ $+ x^4y^2 + dy^7$	$t^2 + z^3x^2 + g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(7, 3, 5, 2)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	4
19	$az^3y^3 + x^4y^2 + bx^2y^5 +$ $+ cy^8, a + c \neq 0$	$t^2 + zx + g(z^{1/3}, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(4, 5, 3, 1)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	6
20	$x^4y^2 + y^9$	$t^2 + zx + x^2y^2 + y^9 \subset \mathbb{P}(9, 11, 7, 2)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	12

Продолжение таблицы 8

21	$x^4y^2+xy^n$ $n=6;7$	$t^2+zx^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(2n-1,2n+2,n-2,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	6,9
22	$x^4y^2+zy^n$ $n=5;7$	$t^2+z^3x+x^2y^2+zy^n\subset\mathbb{P}(3n+1,n+2,3n-4,5)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	7,10
23	$az^2xy^3+bzy^6+x^4y^2$	$t^2+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(19,8,7,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
24	x^4y^2+zxyn $n=4;5$	$t^2+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(6n-1,2n+2,3n-4,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4,7
25	$x^4y^2+z^2y^5$	$t^2+z^3x+x^2y^2+z^2y^5\subset\mathbb{P}(17,7,13,4)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{1}{2},0)$	8
26	$x^3y^3+y^n$ $n=7;11$	$t+zx^2+x^3y^3+y^n\subset\mathbb{P}(3n,n+6,n-3,3)$ $\mathbb{P}(n+6,n-3,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	10,18
27	$x^3y^3+y^{2n}$ $n=4;5$	$t^2+zx^2+x^3y^3+y^{2n}\subset\mathbb{P}(3n,2n+6,2n-3,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	7,9
28	$az^3y^5+x^3y^3+bxy^8$	$t+zx^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21,11,5,2)$ $\mathbb{P}(11,5,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	12
29	$x^3y^3+zy^n$ $n=5;7$	$t+z^3x^2+x^3y^3+zy^n\subset\mathbb{P}(9n+6,n+6,3n-6,8)$ $\mathbb{P}(n+6,3n-6,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,10
30	$az^5y+bz^2xy^4+czy^8+x^3y^3$	$t+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(39,7,9,4)$ $\mathbb{P}(7,9,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8
31	$x^3y^3+zy^9$	$t+z^3x^2+x^3y+zy^3\subset\mathbb{P}(29,5,7,8)$ $\mathbb{P}(5,7,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	16
32	$az^4y+bzxy^4+x^3y^3$	$t+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(33,7,6,5)$ $\mathbb{P}(7,6,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
33	$az^4y^2+bzxy^5+x^3y^3$	$t^2+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(21,8,9,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
34	$az^4y^3+bzxy^6+x^3y^3$	$t+z^3x^2+g(z,x,y^{1/3})\subset\mathbb{P}(17,3,4,5)$ $\mathbb{P}(3,4,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,\frac{2}{3})$	10
35	$z^2y^4+x^3y^3$	$t^2+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(24,10,9,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
36	$x^3y^3+z^2y^n$ $n=5;7$	$t+z^3x^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n+12,n+6,3n-3,7)$ $\mathbb{P}(n+6,3n-3,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,14
37	$x^3y^3+z^2y^6$	$t^2+z^3x^2+x^3y+z^2y^2\subset\mathbb{P}(11,4,5,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{2}{3})$	7
38	$x^iy^jf_{7-i-j}(x,y)$ $i\leq 1, j\leq 4$	$t+zx^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(7,5,1,1)$ $\text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
39	x^7+y^8	$t^2+zx^2+x^7+y^2\subset\mathbb{P}(7,10,2,7)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{3}{4})$	12

Продолжение таблицы 8

40	$x^7 + xy^7$	$t + zx^2 + x^7 + xy \subset \mathbb{P}(7, 5, 1, 6)$ $\mathbb{P}(5, 1, 6), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, \frac{6}{7})$	36
41	$az^2xy^3 + bzy^6 + x^7$	$t + z^3x^2 + g(z, x, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(21, 5, 3, 8)$ $\mathbb{P}(5, 3, 8), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	16
42	$x^7 + zxy^5$	$t + z^3x^2 + x^7 + zxy \subset \mathbb{P}(21, 5, 3, 13)$ $\mathbb{P}(5, 3, 13), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{4}{5})$	26
43	$x^7 + z^2y^4$	$t^2 + z^3x^2 + x^7 + z^2y^2 \subset \mathbb{P}(21, 10, 6, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
44	$x^6y + y^8$	$t^2 + zx + x^3y + y^8 \subset \mathbb{P}(12, 17, 7, 3)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	18
45	$x^6y + xy^7$	$t + zx^2 + x^6y + xy^7 \subset \mathbb{P}(41, 29, 6, 5)$ $\mathbb{P}(29, 6, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	30
46	$az^2xy^3 + bzy^6 + x^6y$	$t + z^3x^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(55, 13, 8, 7)$ $\mathbb{P}(13, 8, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
47	$x^6y + zxy^5$	$t + z^3x^2 + x^6y + zxy^5 \subset \mathbb{P}(89, 21, 13, 11)$ $\mathbb{P}(21, 13, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	22
48	$x^6y + z^2y^4$	$t^2 + z^3x + x^3y + z^2y^4 \subset \mathbb{P}(19, 9, 11, 5)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	10
49	$x^5y^2 + y^8$	$t^2 + zx^2 + x^5y + y^4 \subset \mathbb{P}(10, 14, 3, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	15
50	$x^5y^2 + xy^7$	$t + zx^2 + x^5y^2 + xy^7 \subset \mathbb{P}(33, 23, 5, 4)$ $\mathbb{P}(23, 5, 4), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	24
51	$x^5y^2 + az^2xy^3 + bzy^6$	$t + z^3x^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(47, 11, 7, 6)$ $\mathbb{P}(11, 7, 6), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	12
52	$x^5y^2 + zxy^5$	$t + z^3x^2 + x^5y^2 + zxy^5 \subset \mathbb{P}(73, 17, 11, 9)$ $\mathbb{P}(17, 11, 9), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	18
53	$x^5y^2 + z^2y^4$	$t^2 + z^3x^2 + x^5y + z^2y^2 \subset \mathbb{P}(17, 8, 5, 9)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	9
54	$x^4y^3 + y^8$	$t^2 + zx + x^2y^3 + y^8 \subset \mathbb{P}(8, 11, 5, 2)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0)$	12
55	$x^4y^3 + xy^7$	$t + zx^2 + x^4y^3 + xy^7 \subset \mathbb{P}(25, 17, 4, 3)$ $\mathbb{P}(17, 4, 3), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
56	$az^2xy^3 + bzx^5 + czy^6 + dx^4y^3$ $ b + d \neq 0, a + c \neq 0$	$t + z^3x^2 + g(z, x, y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(13, 3, 2, 5)$ $\mathbb{P}(3, 2, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	10
57	$x^4y^3 + zxy^5$	$t + z^3x^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(57, 13, 9, 7)$ $\mathbb{P}(13, 9, 7), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
58	$x^4y^3 + z^2y^4$	$t^2 + z^3x^2 + x^2y^3 + z^2y^4 \subset \mathbb{P}(15, 7, 9, 4)$ $\text{Diff} = (0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	8

Продолжение таблицы 8

59	$x^3y^4+y^9$	$t+zx^2+x^3y^4+y^9 \subset \mathbb{P}(27,17,5,3)$ $\mathbb{P}(17,5,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
60	$x^3y^4+zy^7$	$t+z^3x^2+x^3y^4+zy^7 \subset \mathbb{P}(71,15,13,8)$ $\mathbb{P}(15,13,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16
61	$az^4y+bzy^5+x^3y^4$	$t+z^3x^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(41,9,7,5)$ $\mathbb{P}(9,7,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
62	$x^3y^4+z^2y^5$	$t+z^3x^2+x^3y^4+z^2y^5 \subset \mathbb{P}(61,13,11,7)$ $\mathbb{P}(13,11,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
63	zx^5+y^7	$t+z^3x^2+zx^5+y \subset \mathbb{P}(13,3,2,13)$ $\mathbb{P}(3,2,13), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	14
64	zx^5+y^8	$t^2+z^3x^2+zx^5+y^2 \subset \mathbb{P}(13,6,4,13)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{3}{4})$	13
65	zx^5+xy^6	$t^2+z^3x^2+zx^5+xy^2 \subset \mathbb{P}(13,6,4,11)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{2}{3})$	6
66	zx^5+xy^7	$t+z^3x^2+zx^5+xy \subset \mathbb{P}(13,3,2,11)$ $\mathbb{P}(3,2,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{6}{7})$	22
67	$z^2y^4+azx^5+bx^3y^4$	$t^2+z^3x^2+g(z,x,y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(13,6,4,7)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	7
68	zx^4y+y^7	$t^2+z^3x^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(35,16,11,10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
69	zx^4y+y^8	$t^2+z^3x+zx^2y+y^8 \subset \mathbb{P}(20,9,13,5)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	10
70	zx^4y+xy^n $n=6;7$	$t+z^3x^2+zx^4y+xy^n \subset \mathbb{P}(10n-3, 2n+1, 2n-3, 8)$ $\mathbb{P}(2n+1, 2n-3, 8), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6,16
71	$z^2y^4+zx^4y+ax^2y^5$	$t^2+z^3x+g(z,x^{1/2},y) \subset \mathbb{P}(11,5,7,3)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	6
72	$az^2xy^3+bzx^4y+czy^6+dx^3y^4$ $ b + d \neq 0 \& a + c \neq 0$	$t+z^3x^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(31,7,5,4)$ $\mathbb{P}(7,5,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8
73	$zx^3y^2+y^n$ $n=7;9$	$t+z^3x^2+zx^3y^2+y^n \subset \mathbb{P}(7n, n+4, 2n-6, 7)$ $\mathbb{P}(n+4, 2n-6, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10,14
74	$zx^3y^2+y^8$	$t^2+z^3x^2+zx^3y+y^4 \subset \mathbb{P}(14,6,5,7)$ $\text{Diff}=(0, 0, 0, \frac{1}{2})$	7
75	$az^2y^5+zx^3y^2+by^7$	$t+z^3x^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(43,9,8,5)$ $\mathbb{P}(9,8,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10

 ТАБЛИЦА 9. Особенность: $t^2+z^3y^2+g(z,x,y)$

1	x^7+y^n $n=9;13$	$t+zy^2+x+y^n \subset \mathbb{P}(n, n-2, n, 1)$ $\mathbb{P}(n-2, n, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	28,42
---	-----------------------	--	-------

Продолжение таблицы 9

2	$x^7 + y^{10}$	$t^2 + zy^2 + x + y^{10} \subset \mathbb{P}(5, 8, 10, 1)$ $\mathbb{P}(5, 8, 1), \text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, 0)$	15
3	$x^7 + ay^5 z^i f_{2-i}(z, y^3)$ $i \leq 1$	$t + z^3 y^2 + g(z, x^{1/7}, y) \subset \mathbb{P}(11, 3, 11, 1)$ $\mathbb{P}(3, 11, 1), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	14
4	$x^7 + y^{12}$	$t^2 + zy^2 + x + y^6 \subset \mathbb{P}(3, 5, 6, 1)$ $\mathbb{P}(3, 5, 1), \text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, \frac{6}{7}, \frac{1}{2})$	21
5	$x^7 + xy^n$ $n = 7; 11$	$t + zy^2 + x^7 + xy^n \subset \mathbb{P}(7n, 7n - 12, n, 6)$ $\mathbb{P}(7n - 12, n, 6), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	22, 36
6	$x^{3i+1} f_{2-i}(x^3, y^4)$ $i \leq 1$	$t^2 + zy^2 + g(x, y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(7, 11, 2, 3)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	9
7	$x^{2i+1} f_{3-i}(x^2, y^3)$ $i \leq 2$	$t + zy^2 + g(x, y) \subset \mathbb{P}(21, 17, 3, 2)$ $\mathbb{P}(17, 3, 2), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	12
8	$x^{3i+1} f_{2-i}(x^3, y^5)$ $i \leq 1$	$t + zy^2 + g(x, y) \subset \mathbb{P}(35, 29, 5, 3)$ $\mathbb{P}(29, 5, 3), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
9	$x^7 + x^2 y^6$	$t^2 + zy^2 + x^7 + x^2 y^6 \subset \mathbb{P}(21, 32, 6, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
10	$ax^3 y^3 + x^7 + bx^2 y^7$	$t + z^3 y^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(49, 13, 7, 5)$ $\mathbb{P}(13, 7, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
11	$x^7 + x^2 y^8$	$t^2 + zy^2 + x^7 + x^2 y^4 \subset \mathbb{P}(14, 23, 4, 5)$ $\text{Diff} = (0, \frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2})$	12
12	$x^7 + x^2 y^9$	$t + zy^2 + x^7 + x^2 y^9 \subset \mathbb{P}(63, 53, 9, 5)$ $\mathbb{P}(53, 9, 5), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	30
13	$bx^2 y^4 + x^7 + cx^3 y^5$	$t + z^3 y^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(35, 9, 5, 4)$ $\mathbb{P}(9, 5, 4), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8
14	$x^7 + x^3 y^7$	$t + zy^2 + x^7 + x^3 y^7 \subset \mathbb{P}(49, 41, 7, 4)$ $\mathbb{P}(41, 7, 4), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	24
15	$x^7 + zy^n$ $n = 7; 9$	$t + z^3 y^2 + x + zy^n \subset \mathbb{P}(3n - 2, n - 2, 3n - 2, 2)$ $\mathbb{P}(n - 2, 3n - 2, 2), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, \frac{6}{7}, 0)$	22, 28
16	$x^7 + zxy^n$ $n = 5; 7$	$t + z^3 y^2 + x^7 + zxy^n \subset \mathbb{P}(21n - 14, 7n - 12, 3n - 2, 11)$ $\mathbb{P}(7n - 12, 3n - 2, 11), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16, 22
17	$x^7 + zxy^6$	$t^2 + z^3 y^2 + x^7 + zxy^3 \subset \mathbb{P}(28, 15, 8, 11)$ $\text{Diff} = (0, 0, 0, \frac{1}{2})$	11
18	$x^7 + zx^2 y^5$	$t + z^3 y^2 + x^7 + zx^2 y^5 \subset \mathbb{P}(91, 25, 13, 8)$ $\mathbb{P}(25, 13, 8), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16
19	$zx^5 + y^n$ $n = 7; 13$	$t + z^3 y^2 + zx + y^n \subset \mathbb{P}(3n, n - 2, 2n + 2, 3)$ $\mathbb{P}(n - 2, 2n + 2, 3), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, 0)$	15, 30
20	$zx^5 + czx^2 y^4 +$ $+ ex^6 y + dx^3 y^5 + ly^9$ $ c + d + l \neq 0$	$t + z^3 y^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(27, 7, 4, 3)$ $\mathbb{P}(7, 4, 3), \text{Diff} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6

Продолжение таблицы 9

21	zx^5+y^{10}	$t^2+z^3y^2+zx+y^{10} \subset \mathbb{P}(15,8,22,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},0)$	11
22	$by^5z^if_{3-i}(z,y^3)+zx^5+ax^5y^3, i \leq 2 a \neq 0$	$t+z^3y^2+g(z,x^{1/5},y) \subset \mathbb{P}(11,3,8,1)$ $\mathbb{P}(3,8,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,\frac{4}{5},0)$	10
23	zx^5+y^{12}	$t^2+z^3y^2+zx+y^6 \subset \mathbb{P}(9,5,13,3)$ $\text{Diff}=(0,0,\frac{4}{5},\frac{1}{2})$	15
24	zx^5+xy^{4n+2} $n=1;2$	$t^2+z^3y+g(z,x,y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(15n+8,10n+1,4n+3,13)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	9,13
25	zx^5+xy^n $n=7;9;11$	$t+z^3y^2+zx^5+xy^n \subset \mathbb{P}(15n+2,5n-8,2n+2,13)$ $\mathbb{P}(5n-8,2n+2,13), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	16,22,26
26	zx^5+xy^8	$t^2+z^3y^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(61,32,18,13)$ $\text{Diff}=\emptyset$	9
27	$zx^5+x^2y^n$ $n=5;7;9$	$t+z^3y^2+zx^5+x^2y^n \subset \mathbb{P}(15n+4,5n-6,2n+2,11)$ $\mathbb{P}(5n-6,2n+2,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	12,18,22
28	$zx^5+x^2y^6$	$t^2+z^3y^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(47,24,14,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
29	$zx^5+x^2y^8$	$t^2+z^3y+zx^5+x^2y^4 \subset \mathbb{P}(31,17,9,11)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	11
30	$zx^5+x^3y^4$	$t^2+z^3y^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(33,16,10,9)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
31	$zx^5+x^3y^6$	$t^2+z^3y+zx^5+x^3y^3 \subset \mathbb{P}(24,13,7,9)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	9
32	$zx^5+x^3y^7$	$t+z^3y^2+zx^5+x^3y^7 \subset \mathbb{P}(111,31,16,9)$ $\mathbb{P}(31,16,9), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	18
33	$zx^5+x^4y^n$ $n=3;5$	$t+z^3y^2+zx^5+x^4y^n \subset \mathbb{P}(15n+8,5n-2,2n+2,7)$ $\mathbb{P}(5n-2,2n+2,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10,14
34	$zx^5+x^4y^4$	$t^2+z^3y+zx^5+x^4y^2 \subset \mathbb{P}(17,9,5,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	7

 ТАБЛИЦА 10. Особенность: $t^2+z^3xy+g(z,x,y)$

1	x^5+y^{2n} $n=3;6;8,9$	$t^2+zxxy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(5n,8n-5,2n,5)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	7,9,15
2	x^5+y^n $n=7;9;13;19$	$t+zxxy+x^5+y^n \subset \mathbb{P}(5n,4n-5,n,5)$ $\mathbb{P}(4n-5,n,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	10,14,22 30
3	$axz^2y^{2n+1}+x^5+by^{6n+2}$ $n=1 \ b \neq 0;2$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n+5,8n+1,6n+2,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4,5
4	$x^i(x+y^2)^j f_{5-i-j}(x,y^2)$ $i \leq 2 \& j \leq 4$	$t^2+zxxy+g(x,y) \subset \mathbb{P}(5,7,2,1)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3

Продолжение таблицы 10

5	$ax^2y^{2n}+x^5+by^{6n-1}$ $n=2;3$	$t+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(30n-5,8n-3,6n-1,5)$ $\mathbb{P}(8n-3,6n-1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	10
6	$x^if_{5-i}(x,y^3)$ $i\leq 3$	$t+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(15,11,3,1)$ $\mathbb{P}(11,3,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
7	$x^5+x^2y^{2n}$ $n=4,5$	$t^2+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(5n,8n-3,2n,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	9
8	$x^5+x^2y^n$ $n=5,7;11$	$t+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(5n,4n-3,n,3)$ $\mathbb{P}(4n-3,n,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	10,18
9	x^5+zy^{2n+1} $n=2;3;4,5,6$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n+5,8n-1,6n+2,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3,5,11
10	x^5+zy^n $n=6;8,10;12,14$	$t+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n-5,4n-5,3n-1,11)$ $\mathbb{P}(4n-5,3n-1,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,14,22
11	$x^5+z^2y^{2n}$ $n=2;3,4$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n-5,8n-5,6n-2,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	6,7
12	$x^5+z^2y^n$ $n=5;7,9$	$t+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15n-10,4n-5,3n-2,7)$ $\mathbb{P}(4n-5,3n-2,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	6,14
13	$x^iy^j(x+y)^lf_{6-i-j-l}(x,y)$ $i\leq 1\&j\leq 1\&l\leq 3$	$t^2+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(3,4,1,1)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	3
14	x^6+y^n $n=7;11$	$t^2+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(3n,5n-6,n,6)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	10,18
15	$x^{3i}f_{2-i}(x^3,y^n)$ $n=4\ i=0;5$	$t^2+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(3n,5n-3,n,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	6,9
16	$x^{2i}f_{3-i}(x^2,y^3)$ $i\leq 1$	$t^2+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(9,13,3,2)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	6
17	$az^2y^4+bzx^3y^2+x^6+$ $+cx^2y^5, a + c \neq 0$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(15,7,5,4)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4
18	$x^6+x^2y^7$	$t^2+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(21,31,7,4)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	12
19	x^6+zy^n $n=5;6;7;8$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n-3,5n-6,3n-1,13)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7,8,10 13
20	$x^6+zx^2y^4$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(33,16,11,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
21	$x^6+z^2y^5$	$t^2+z^3xy+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(39,19,13,8)$ $\text{Diff}=\emptyset$	8
22	$x^iy^j(x+y)^lf_{7-i-j-l}(x,y)$ $i\leq 2\&j\leq 2\&l\leq 4$	$t+zxxy+g(x,y)\subset\mathbb{P}(7,5,1,1)$ $\mathbb{P}(5,1,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
23	x^7+y^8	$t^2+zxxy+x^7+y^8\subset\mathbb{P}(28,41,8,7)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	12

Продолжение таблицы 10

24	x^7+y^9	$t+zx y+x^7+y^9 \subset \mathbb{P}(63,47,9,7)$ $\mathbb{P}(47,9,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	42
25	$x^7+x^2 y^6$	$t^2+zx y+x^7+x^2 y^6 \subset \mathbb{P}(21,31,6,5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	15
26	x^7+zy^6	$t+z^3 x y+x^7+zy^6 \subset \mathbb{P}(119,29,17,15)$ $\mathbb{P}(29,17,15), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
27	$x^7+z^2 y^4$	$t+z^3 x y+x^7+z^2 y^4 \subset \mathbb{P}(77,19,11,9)$ $\mathbb{P}(19,11,9), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	18
28	$x^7+z^2 y^4$	$t^2+z^3 x y+x^7+z^2 y^4 \subset \mathbb{P}(35,17,10,9)$ $\text{Diff}=\emptyset$	9
29	$x^5 y^2+y^{2n}$ $n=4;5$	$t^2+zx y+x^5 y^2+y^{2n} \subset \mathbb{P}(5n,8n-3,2n-2,5)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9,15
30	$ax^2 y^4+x^5 y^2+by^9$	$t+z^3 x y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(45,11,7,5)$ $\mathbb{P}(11,7,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
31	$x^5 y^2+y^{11}$	$t+zx y+x^5 y^2+y^{11} \subset \mathbb{P}(55,41,9,5)$ $\text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	30
32	$x^5 y^2+x^2 y^6$	$t^2+zx y+x^5 y^2+x^2 y^6 \subset \mathbb{P}(13,19,4,3)$ $\text{Diff}=(0, \frac{2}{3}, 0, 0)$	9
33	$x^5 y^2+x^2 y^7$	$t+zx y+x^5 y^2+x^2 y^7 \subset \mathbb{P}(31,23,5,3)$ $\mathbb{P}(23,5,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, 0)$	18
34	$x^5 y^2+zy^n$ $n=6;8$	$t+z^3 x y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n-3,4n-3,3n-5,11)$ $\mathbb{P}(4n-3,3n-5,11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	16,22
35	$x^5 y^2+zy^7$	$t^2+z^3 x y+x^5 y^2+zy^7 \subset \mathbb{P}(51,25,16,11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	11
36	$x^5 y^2+z^2 y^4$	$t^2+z^3 x y+x^5 y^2+z^2 y^4 \subset \mathbb{P}(27,13,8,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
37	$x^5 y^2+z^2 y^5$	$t+z^3 x y+x^5 y^2+z^2 y^5 \subset \mathbb{P}(69,17,11,7)$ $\mathbb{P}(17,11,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	14
38	zx^5+y^n $n=7;8;9$	$t^2+z^3 x y+zx^5+y^n \subset \mathbb{P}(7n,4n-5,2n+1,14)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5,7,14
39	$zx^5+x^2 y^n$ $n=5;6$	$t^2+z^3 x y+zx^5+x^2 y^n \subset \mathbb{P}(7n+1,4n-3,2n+1,10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5,6
40	$z^2 y^4+zx^5+bx^4 y^3$	$t^2+z^3 x y+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(23,11,7,6)$ $\text{Diff}=\emptyset$	6

 ТАБЛИЦА 11. Особенность: $t^2+f(z,x)+g(z,x,y)=t^2+z^i x^j f_{5-i-j}(z,x)+g(z,x,y), i \leq j$

1	y^{2n} $n=3 \ j=1;4 \ j \leq 2$	$t^2+f(z,x)+y^2 \subset \mathbb{P}(5,2,2,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{n-1}{n})$	3,5
---	--------------------------------------	--	-----

Продолжение таблицы 11

2	y^n ($j \leq 2$) & ($n=7;9$)	$t+f(z,x)+y \subset \mathbb{P}(5,1,1,5)$ $\mathbb{P}(1,1,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	8,10
3	$zy^n, n=5 \& j=1;$ $n=7 \& i \leq 2 \& j \leq 3$	$t+f(z,x)+zy \subset \mathbb{P}(5,1,1,4)$ $\mathbb{P}(1,1,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{n-1}{n})$	6,8
4 (1)	$y^3 f'_3(z,x)+zy^6$	$t+f(z,x)+g(z,x,y^{1/3}) \subset \mathbb{P}(5,1,1,2)$ $\mathbb{P}(1,1,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{2}{3})$	6
5	$zxy^4 z^2 y^4$ $j \leq 1 (i \leq 1 \& j \leq 2)$	$t^2+f(z,x)+g(z,x,y^{1/2}) \subset \mathbb{P}(5,2,2,3)$ $\text{Diff}=(0,0,0, \frac{1}{2})$	3
6	$zxy^5 z^2 y^5$ $j \leq 2 (i \leq 1 \& j \leq 2)$	$t+f(z,x)+g(z,x,y^{1/5}) \subset \mathbb{P}(5,1,1,3)$ $\mathbb{P}(1,1,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, \frac{4}{5})$	6

(1) Особенность $t^2 + z^i x^j f_{5-i-j}(z, x) + ay^3 z^k x^l f_{3-k-l}(z, x) + bzy^6$. Предполагаем, что при любой квазиоднородной замене $f_5 \in \mathcal{M}_1$. Каноническая особенность этого типа является исключительной, кроме случаев: ($i = 3 \& k = 1$); ($i = 2 \& k \geq 1$); ($j = 3 \& l = 1$).

ТАБЛИЦА 12. Особенность: $t^2+g(z,x,y)$, где $g_5 \in \mathcal{M}_1$

1	$z^5+zx^3y+y^{2n}$ $n=3;6;8,9$	$t^2+z^5+zxxy+y^{2n} \subset \mathbb{P}(5n, 2n, 8n-5, 5)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	7,9,15
2	$z^5+zx^3y+y^n$ $n=7;9;13;19$	$t+z^5+zxxy+y^n \subset \mathbb{P}(5n, n, 4n-5, 5)$ $\mathbb{P}(n, 4n-5, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, 0)$	10,14,22 30
3	$z^5+zx^3y+ax^2xy^{2n+1}+by^{6n+2}, n=1 \ b \neq 0; 2$	$t^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n+5, 6n+2, 8n+1, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4,5
4	$z^5+zx^3y+y^4 z^i f_{3-i}(z, y^2)+ax^3y^3, i \leq 2 a \neq 0$	$t^2+g(z, x^{1/3}, y) \subset \mathbb{P}(5, 2, 7, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	3
5	$z^5+zx^3y+ax^2xy^{n+1}+by^{3n+2}, n=3,5$	$t+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n+10, 3n+2, 4n+1, 5)$ $\mathbb{P}(3n+2, 4n+1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10
6	$z^5+zx^3y+by^6 z^i f_{3-i}(z, y^3)+ax^3y^4$	$t+g(z, x^{1/3}, y) \subset \mathbb{P}(15, 3, 11, 1)$ $\mathbb{P}(3, 11, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, 0)$	6
7	$z^5+zx^3y+xy^{2n+1}$ $n=2;3;4,5,6$	$t^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n+5, 6n+2, 8n-1, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3,5,11
8	$z^5+zx^3y+xy^n$ $n=6;8,10;12,14$	$t+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n-5, 3n-1, 4n-5, 11)$ $\mathbb{P}(3n-1, 4n-5, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8,14,22
9	$z^5+zx^3y+x^2y^{2n}$ $n=2;3,4$	$t^2+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n-5, 6n-2, 8n-5, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	6,7
10	$z^5+zx^3y+x^2y^n$ $n=5;7,9$	$t+g(z,x,y) \subset \mathbb{P}(15n-10, 3n-2, 4n-5, 7)$ $\mathbb{P}(3n-2, 4n-5, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6,14
11	$z^5+zx^3y+z^2y^{2n}$ $n=4,5$	$t^2+z^5+zxxy+z^2y^{2n} \subset \mathbb{P}(5n, 2n, 8n-3, 3)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	9
12	$z^5+zx^3y+z^2y^n$ $n=5,7;11$	$t+z^5+zxxy+z^2y^n \subset \mathbb{P}(5n, n, 4n-3, 3)$ $\mathbb{P}(n, 4n-3, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, 0)$	10,18

Продолжение таблицы 12

13	$z^5 + x^4 y + y^{2n}$ $n=3,4;6;7$	$t^2 + z + xy + y^{2n} \subset \mathbb{P}(n, 2n, 2n-1, 1)$ $\mathbb{P}(n, 2n-1, 1), \text{Diff}=(0, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, 0)$	5,12,20
14	$z^5 + x^4 y + ax^2 y^{n+1} +$ $by^{2n+1}, n=3,5$	$t^2 + g(z^{1/5}, x, y) \subset \mathbb{P}(2n+1, 4n+2, n, 2)$ $\mathbb{P}(2n+1, n, 2), \text{Diff}=(0, \frac{4}{5}, 0, 0)$	5
15	$z^5 + x^4 y + ay^n x^i f_{3-i}(x, y^{n-1})$ $n=3 \ i \leq 2; 4$	$t + g(z^{1/5}, x, y) \subset \mathbb{P}(4n-3, 4n-3, n-1, 1)$ $\mathbb{P}(4n-3, n-1, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 0, 0)$	6,10
16	$z^5 + x^4 y + ay^4 z^i f_{3-i}(z, y^2)$	$t^2 + g(z, x^{1/4}, y) \subset \mathbb{P}(5, 2, 9, 1)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	4
17	$z^5 + x^4 y + xy^n$ $n=5;6,8;11$	$t + z + x^4 y + xy^n \subset \mathbb{P}(4n-1, 4n-1, n-1, 3)$ $\mathbb{P}(4n-1, n-1, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, 0, 0)$	6,10,30
18	$z^5 + x^4 y + az^3 y^2 + bz^2 y^7$ $czx^2 y^4 + dx y^9, b + c + d \neq 0$	$t + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(35, 7, 8, 3)$ $\mathbb{P}(7, 8, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6
19	$z^5 + x^4 y + zy^n$ $n=5;7,9;11$	$t^2 + z^5 + x^2 y + zy^n \subset \mathbb{P}(5n, 2n, 5n-4, 8)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	3,12,16
20	$z^5 + x^4 y + az^3 y^n +$ $bzy^{2n}, n=3 \ b \neq 0; 5$	$t^2 + g(z, x^{1/2}, y) \subset \mathbb{P}(5n, 2n, 5n-2, 4)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{1}{2}, 0)$	4,8
21	$z^5 + x^4 y + zxy^n$ $n=4,5;6,7;8$	$t + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(20n-5, 4n-1, 5n-4, 11)$ $\mathbb{P}(4n-1, 5n-4, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6,18,22
22	$z^5 + x^4 y + az^2 y^5 +$ $bzx^2 y^3$	$t^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(25, 10, 11, 6)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3
23	$z^5 + x^4 y + z^2 y^{2n}$ $n=2;3$	$t^2 + z^5 + xy + z^2 y^{2n} \subset \mathbb{P}(5n, 2n, 10n-3, 3)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{3}{4}, 0)$	10,12
24	$z^5 + x^4 y + z^2 xy^n$ $n=3,4;5$	$t + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(20n-5, 4n-1, 5n-3, 7)$ $\mathbb{P}(4n-1, 5n-3, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10,14
25	$z^4 x + zx^3 y + y^{2n}$ $n=3,4;5;6,7$	$t^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n, 4n+1, 6n-4, 11)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5,7,11
26	$z^4 x + zx^3 y + y^n$ $n=7;9;11;13;15$	$t + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n, 2n+1, 3n-4, 11)$ $\mathbb{P}(2n+1, 3n-4, 11), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10,12,16 18,22
27	$z^4 x + zx^3 y + az^3 y^{2n-1} +$ $bx^2 y^{2n}, n=2 \ ab \neq 0; 3$	$t^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n-4, 4n-1, 6n-4, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	4,5
28	$z^4 x + zx^3 y + az^3 y^{n-1} +$ $bx^2 y^n, n=5 \ b \neq 0; 7$	$t + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n-8, 2n-1, 3n-4, 5)$ $\mathbb{P}(2n-1, 3n-4, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6,10
29	$z^4 x + zx^3 y + z^2 y^{2n}$ $n=3,4$	$t^2 + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n+1, 4n+1, 6n-2, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	7
30	$z^4 x + zx^3 y + z^2 y^n$ $n=5;7;9$	$t + g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(11n+2, 2n+1, 3n-2, 7)$ $\mathbb{P}(2n+1, 3n-2, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8,10,14
31	$z^4 x + x^4 y + y^n$ $n=6,8;10;12$	$t^2 + zx + x^4 y + y^n \subset \mathbb{P}(2n, 3n+1, n-1, 4)$ $\text{Diff}=(0, \frac{3}{4}, 0, 0)$	5,12,16

Продолжение таблицы 12

32	$z^4x+x^4y+ax^2y^{n+1}+by^{2n+1}, n=3 \ b \neq 0; 5$	$t^2+g(z^{1/4}, x, y) \subset \mathbb{P}(2n+1, 3n+2, n, 2)$ $\text{Diff}=(0, \frac{3}{4}, 0, 0)$	4, 8
33	$z^4x+x^4y+by^3x^i f_{3-i}(x, y^2)+az^4y^2, i \leq 2 a \neq 0$	$t^2+g(z^{1/2}, x, y) \subset \mathbb{P}(9, 7, 4, 2)$ $\text{Diff}=(0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	4
34	$z^4x+x^4y+zy^n$ $n=5; 6, 7, 8, 9, 10$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(16n+1, 3n+1, 4n-3, 13)$ $\mathbb{P}(3n+1, 4n-3, 13), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6, 10, 22 26
35	$z^4x+x^4y+az^2y^{2n-1}+bz^2y^n, n=3 \ a \neq 0; 4$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(16n-7, 3n-1, 4n-3, 5)$ $\mathbb{P}(3n-1, 4n-3, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6, 10
36	$z^4x+x^4y+z^2y^n$ $n=4, 6$	$t^2+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(8n+1, 3n+1, 4n-2, 10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5
37	$z^4x+x^4y+z^3y^n$ $n=4; 5$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(16n+3, 3n+1, 4n-1, 7)$ $\mathbb{P}(3n+1, 4n-1, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	10, 14
38	$z^4y+z^2x^3+y^{10}$	$t^2+z^2y+zx+y^{10} \subset \mathbb{P}(10, 9, 11, 2)$ $\text{Diff}=(0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0)$	12
39	$z^4y+z^2x^3+az^2y^4+b^3y^3+cy^7, ab + c \neq 0$	$t^2+g(z, x^{1/3}, y) \subset \mathbb{P}(7, 3, 8, 2)$ $\text{Diff}=(0, 0, \frac{2}{3}, 0)$	3
40	$z^4y+z^2x^3+az^2xy^3+bx^4y^2+cx^2y^5+dy^8, ab + c + d \neq 0$	$t^2+g(z^{1/2}, x, y) \subset \mathbb{P}(8, 7, 3, 2)$ $\text{Diff}=(0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	4
41	$z^4y+z^2x^3+cy^5z^i f_{2-i}(z, y^2)+azx^3y^2+bx^3y^4$ $ a + b + c \neq 0 \& i \leq 1$	$t+g(z, x^{1/3}, y) \subset \mathbb{P}(9, 2, 5, 1)$ $\mathbb{P}(2, 5, 1), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, 0)$	6
42	$z^4y+z^2x^3+xy^n$ $n=5; 7$	$t^2+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(6n+1, 3n-2, 2n+2, 10)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3, 5
43	$z^4y+z^2x^3+azx^2y^n+bx^2y^{2n}, n=3; 4$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n+1, 3n-1, 2n+1, 5)$ $\mathbb{P}(3n-1, 2n+1, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8, 10
44	$z^4y+z^2x^3+x^2y^n$ $n=4; 6$	$t^2+g(z^{1/2}, x, y) \subset \mathbb{P}(3n+1, 3n-1, n+1, 4)$ $\text{Diff}=(0, \frac{1}{2}, 0, 0)$	6, 8
45	$z^4y+z^2x^3+zy^8$	$t+z^4y+z^2x+zy^8 \subset \mathbb{P}(31, 7, 17, 3)$ $\mathbb{P}(7, 17, 3), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, \frac{2}{3}, 0)$	18
46	$z^4y+z^2x^3+zx^ny^n$ $n=5; 6$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(12n-1, 3n-2, 2n+1, 7)$ $\mathbb{P}(3n-2, 2n+1, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	12, 14
47	$z^3x^2+zx^3y+y^{2n}$ $n=4; 5$	$t^2+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n, 2n+2, 4n-3, 7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5, 7
48	$z^3x^2+zx^3y+y^n$ $n=7; 9; 11$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n, n+2, 2n-3, 7)$ $\mathbb{P}(n+2, 2n-3, 7), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	8, 10, 14
49	$z^3x^2+zx^3y+az^2y^{2n}+bxy^{2n+1}, n=2 \ ab \neq 0; 3$	$t^2+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n+2, 2n+2, 4n-1, 5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3, 5
50	$z^3x^2+zx^3y+az^2y^{n-1}+bxy^n, n=6 \ a \neq 0; 8$	$t+g(z, x, y) \subset \mathbb{P}(7n-3, n+1, 2n-3, 5)$ $\mathbb{P}(n+1, 2n-3, 5), \text{Diff}=(\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$	6, 10

Продолжение таблицы 12

51	$z^3x^2+zx^3y+az^4y^2+bz^2xy^3+cz^6y^6+dx^2y^4, c + d \neq 0 \ \& \ ad + b + c \neq 0$	$t^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(11,4,5,3)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3
52	$z^3x^2+zx^3y+az^4y^3+bz^2xy^4+cz^8y^8+dx^2y^5, ad + b + c \neq 0$	$t+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(29,5,7,3)$ $\mathbb{P}(5,7,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	6
53	$z^3x^2+x^3y^2+y^{10}$	$t^2+zx^2+x^3y^2+y^{10}\subset\mathbb{P}(15,14,8,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,0)$	7
54	$z^3x^2+x^3y^2+y^n$ $n=7;9;13$	$t+zx^2+x^3y^2+y^n\subset\mathbb{P}(3n,n+4,n-2,3)$ $\mathbb{P}(n+4,n-2,3), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	9,12,18
55	$z^3x^2+x^3y^2+az^6y+bz^3y^6+cz^3xy^3+dx^2y^5+exy^8+ly^{11}$ $ ad + b + c + e + l \neq 0$	$t+g(z^{1/3},x,y)\subset\mathbb{P}(11,5,3,1)$ $\mathbb{P}(5,3,1), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6
56	$z^3x^2+x^3y^2+y^{12}$	$t^2+zx^2+x^3y+y^6\subset\mathbb{P}(9,8,5,3)$ $\text{Diff}=(0,\frac{2}{3},0,\frac{1}{2})$	9
57	$z^3x^2+x^3y^2+az^3y^{n-2}+bxy^n, n=5 \ a\neq 0;9$	$t+g(z^{1/3},x,y)\subset\mathbb{P}(3n-2,n+2,n-2,2)$ $\mathbb{P}(n+2,n-2,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},\frac{2}{3},0,0)$	6,12
58	$z^3x^2+x^3y^2+az^5y^2+bz^4xy+(1) \ cz^3y^5+dz^2xy^4+ezx^2y^3+lyy^8+nx^7y^7$	$t+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(19,3,5,2)$ $\mathbb{P}(3,5,2), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	4
59	$z^3x^2+x^3y^2+zy^n$ $n=5;7;9;11$	$t+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n+4,n+4,3n-4,8)$ $\mathbb{P}(n+4,3n-4,8), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	7,10,14 16
60	$z^3x^2+x^3y^2+az^2xy^n+bzy^{2n}, n=3;5$	$t+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n+2,n+2,3n-2,4)$ $\mathbb{P}(n+2,3n-2,4), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	6,8
61	$z^3x^2+x^3y^2+az^4y^2+bzxy^4$ $ab\neq 0$	$t^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(17,6,8,5)$ $\text{Diff}=\emptyset$	3
62	$z^3x^2+x^3y^2+az^4y^{n-2}+bzy^n, n=5;7$	$t+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n-2,n+2,3n-4,5)$ $\mathbb{P}(n+2,3n-4,5), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,10
63	$z^3x^2+x^3y^2+az^4y^4+bzxy^6$	$t^2+g(z,x,y^{1/2})\subset\mathbb{P}(13,4,7,5)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	5
64	$z^3x^2+x^3y^2+z^2y^{4n}$ $n=1;2$	$t^2+g(z,x,y^{1/2})\subset\mathbb{P}(9n+2,2n+2,6n-1,7)$ $\text{Diff}=(0,0,0,\frac{1}{2})$	6,7
65	$z^3x^2+x^3y^2+z^2y^n$ $n=5;7;9$	$t+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(9n+8,n+4,3n-2,7)$ $\mathbb{P}(n+4,3n-2,7), \text{Diff}=(\frac{1}{2},0,0,0)$	8,12,14
66	$z^3x^2+x^3y^2+z^2y^6$	$t^2+g(z,x,y)\subset\mathbb{P}(31,10,16,7)$ $\text{Diff}=\emptyset$	5

 (1) Условие на исключительность: $|c|+|d|+|l|+|n|+|e(|a|+|b|)|\neq 0$.

Список литературы

1. Арнольд В. И., Варченко А. Н., Гусейн-Заде С. М. Особенности дифференцируемых отображений. I. М.: Наука, 1982.
2. Iano-Fletcher A. R. Working with weighted complete intersections // Explicit birational geometry of 3-folds. London Math. Soc. Lecture Note Ser. V. 281. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000. P. 73–173.
3. Fujino O. The indices of log canonical singularities. e-print math.AG/9909035.
4. Ishii S. On isolated Gorenstein singularities // Math. Ann. 1985. V. 270. P. 541–554.
5. Ishii S. The quotient of log-canonical singularities by finite groups // Advanced Studies in Pure Math. 2000. V. 29. P. 135–161.
6. Kawamata Y. Crepant blowin-ups of 3-dimensional canonical singularities and its application to degenerations of surfaces // Ann. Math. 1988. V. 127. P. 93–163.
7. Kawamata Y., Matsuda K., Matsuki K. Introduction to the minimal model program // Sendai. Adv. Stud. Pure Math. 1987. V. 10. P. 283–360.
8. Kollar J. et al Flips and abundance for algebraic threefolds // Astérisque. 1992. V. 211.
9. Kollár J. Singularities of pairs // Proc. Symp. Pure Math. 1995. V. 62. P. 221–287.
10. Кудрявцев С. А. Об исключительных терминальных особенностях // УМН. 2001. Т. 56. № 1. С. 165–166.
11. Кудрявцев С. А. О чисто логтерминальных раздутиях // Матем. заметки. 2001. Т. 69. № 6. С. 892–899.
12. Lazzeri F. On the monodromy of isolated singularities // Astérisque. 1973. V. 78. P. 269–276.
13. Маркушевич Д. Г. Канонические особенности трехмерных гиперповерхностей // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1985. Т. 49. С. 334–368.
14. Oda T. Convex bodies and algebraic geometry. An introduction to the theory of toric varieties. Berlin–Heidelberg–N. Y.–London–Paris–Tokyo: Springer–Verlag, 1988.
15. Прохоров Ю. Г. О дополняемости канонического дивизора для расслоений Мори на коники // Матем. сб. 1997. Т. 188. № 11. С. 99–120.
16. Prokhorov Yu. G. Mori conic bundles with a reduced log-terminal boundary // J. Math. Sci. 1999. V. 91. P. 1051–1059.
17. Prokhorov Yu. G. Blow-ups of canonical singularities // Algebra. Proc. Internat. Conf. on the Occasion of the 90th birthday of A. G. Kurosh. Moscow, Russia, May 25–30, 1998 / Ed. Yu. Bahturin. Berlin: Walter de Gruyter, 2000. P. 301–317.
18. Prokhorov Yu. G., Markusevich D. G. Klein’s group defines an exceptional singularity of dimension 3 // J. Math. Sci. 1999. V. 91. P. 1060–1067.
19. Ishii S., Prokhorov Yu. G. Hypersurface exceptional singularities // Intern. J. of Math. 2001. V. 12. № 6. P. 661–687.
20. Prokhorov Yu. G. Lectures on complements on log surfaces // MSJ Memoirs. 2001. V. 10.
21. Reid M. Canonical threefolds // Géométrie Algébrique Angers / Ed. A. Beville. Paris: Sijthoff and Noordhoff, 1980. P. 273–310.
22. Reid M. Young person’s guide to canonical singularities // Proc. Symp. in Pure Math. 1987. V. 46. P. 343–416.
23. Шокуров В. В. Трехмерные логперестройки // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1992. Т. 56. С. 105–203.
24. Shokurov V. V. Complements on surfaces // J. of Math. Sci. 2000. V. 102. № 2. P. 3876–3932.
25. Varchenko A. N. Zeta-function of monodromy and Newton’s diagram // Invent. Math. 1976. V. 37. P. 253–262.
26. Yonemura T. Hypersurface simple K3-singularities // Tohoku Math. J. 1990. V. 42. P. 351–380.
27. Кудрявцев С. А. Классификация трехмерных исключительных логканонических гиперповерхностных особенностей. II // Тр. МИАН. 2002; e-print math.AG/0202105.