Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. Р. Гонцов, Письмо в редакцию, *Изв. РАН. Сер. матем.*, 2004, том 68, выпуск 6, 221–222

DOI: <https://doi.org/10.4213/im518>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.209.158.208

26 апреля 2023 г., 15:33:39

УДК 517.531.57

Р. Р. Гонцов

Письмо в редакцию

Исправление касается утверждения 3 работы [1] (случай иррегулярной особой точки), которое должно быть сформулировано следующим образом (при этом смысл всех обозначений и нумерация формул остаются прежними).

УТВЕРЖДЕНИЕ 3. Для величины $\text{ord}_0 \det \widehat{U}(t)$ справедлива оценка

$$\text{ord}_0 \det \widehat{U}(t) \leq \frac{p(p-1)}{2} rs - \frac{1}{2} \text{Irr}_M(t) - \sum_{j=1}^h \frac{k_j(k_j-1)}{2}, \quad (9)$$

где $k_j = \dim \ker(B_{-r-1} - \lambda^j I)$.

В доказательстве были разобраны два случая. В случае 1) исправления нужно внести только в неравенство (10), исключив множитель s из слагаемых вида $k_j(k_j-1)s/2$.

В случае 2) исправленное доказательство приведем полностью.

Вследствие леммы 1 (и замечания 1) можно считать систему верхнетреугольной и записанной в координате t :

$$\frac{dy}{dt} = B_0(t)y, \quad B_0(t) = \frac{B'_{-r-1}}{t^{rs+1}} + \dots, \quad (11)$$

B'_{-r-1} – верхнетреугольная матрица, сопряженная с матрицей sB_{-r-1} .

В силу (7) скалярное преобразование $y = e^{q(t)}y'$ при $q(t) = (-\lambda/r)t^{-rs}$ переводит систему (11) в систему с матрицей коэффициентов

$$B'(t) = B_0(t) - \frac{dq}{dt} I = \frac{B'_{-r-1} - s\lambda I}{t^{rs+1}} + \dots$$

и не меняет индекс Мальгранжа. При этом $B'_{-r-1} - s\lambda I$ – верхнетреугольная нильпотентная матрица.

Пусть $\text{rank}(B'_{-r-1} - s\lambda I) = \text{rank}(B_{-r-1} - \lambda I) = p - k$. По аналогии с регулярным случаем положим

$$C = \text{diag}(p-1, p-2, \dots, 0) + \text{diag}(0, \dots, k-1),$$

где i -й диагональный элемент во втором слагаемом равен числу

$$i - 1 - \text{rank}(\mathbf{b}_{-r-1}^1, \dots, \mathbf{b}_{-r-1}^i), \quad i = 1, \dots, p$$

($\mathbf{b}_{-r-1}^j$ – j -й столбец матрицы $B'_{-r-1} - s\lambda I$).

Тогда замена $\tilde{y} = t^C y'$ переводит систему с матрицей коэффициентов $B'(t)$ в систему с особой точкой $t = 0$ ранга Пуанкаре $rs - 1$ (по тем же соображениям,

что и в регулярном случае). Формальная фундаментальная матрица этой системы, соответствующая разложению (5), имеет вид

$$\tilde{Y}(t) = \tilde{U}(t) t^{\tilde{A}} t^{\tilde{E}} e^{Q(t)-q(t)I},$$

где $\tilde{U}(t)$ – формальный ряд Тейлора в нуле и $\tilde{A}$ – матрица формальных нормирований полученной системы; матрица $t^{\tilde{A}} \tilde{E} t^{-\tilde{A}}$ голоморфна в нуле. При этом вследствие известных оценок (6) имеем

$$\text{ord}_0 \det \tilde{U}(t) \leq \frac{p(p-1)}{2}(rs-1) - \frac{1}{2} \text{Irr}_M(t). \quad (12)$$

Формальная фундаментальная матрица $\hat{Y}'(t)$ помимо разложения

$$\hat{Y}'(t) = \hat{U}(t) t^{\hat{A}} t^{\hat{E}} e^{Q(t)-q(t)I}$$

представляется в виде

$$\hat{Y}'(t) = t^{-C} \tilde{U}(t) t^{\tilde{A}} t^{\tilde{E}} e^{Q(t)-q(t)I},$$

откуда следует соотношение

$$\text{ord}_0 \det \hat{U}(t) + \text{tr } \hat{A} = -\text{tr } C + \text{ord}_0 \det \tilde{U}(t) + \text{tr } \tilde{A}. \quad (13)$$

Применим лемму 2 (которая допускает естественное обобщение на иррегулярный случай) к системе с формальной фундаментальной матрицей

$$\hat{Y}''(t) = t^{p-1} \hat{Y}'(t) = t^{(p-1)I-C} \tilde{U}(t) t^{\tilde{A}} t^{\tilde{E}} e^{Q(t)-q(t)I}$$

и матрицей формальных нормирований $\hat{A} + (p-1)I$. Матрица $t^{\hat{A}} \hat{E} t^{-\hat{A}}$ голоморфна в нуле, а $t^{(p-1)I-C} \tilde{U}(t)$ является формальным рядом Тейлора в нуле, поэтому

$$\text{tr } \tilde{A} \leq \text{tr } \hat{A} + p(p-1). \quad (14)$$

Поскольку $\text{tr } C \geq p(p-1)/2 + k(k-1)/2$, то окончательно из (13), с учетом неравенств (12) и (14), получаем

$$\begin{aligned} \text{ord}_0 \det \hat{U}(t) &= \text{ord}_0 \det \tilde{U}(t) + \text{tr } \tilde{A} - \text{tr } \hat{A} - \text{tr } C \\ &\leq \frac{p(p-1)}{2}(rs-1) - \frac{1}{2} \text{Irr}_M(t) + p(p-1) - \frac{p(p-1)}{2} - \frac{k(k-1)}{2} \\ &= \frac{p(p-1)}{2}rs - \frac{1}{2} \text{Irr}_M(t) - \frac{k(k-1)}{2}. \end{aligned}$$

Таким образом, доказательство утверждения 3 завершено.

После исправления оценки (9) следует переопределить величину K_i (которая вводится перед утверждением 5):

$$K_i = \frac{1}{s_i} \sum_{j=1}^{h_i} \frac{k_{i,j}(k_{i,j}-1)}{2}$$

(появляется множитель $1/s_i$ перед знаком суммы).

Список литературы

1. Гонцов Р.Р. Уточненные неравенства Фукса для систем линейных дифференциальных уравнений // Изв. РАН. Сер. матем. 2004. Т. 68. № 2. С. 39–52.