Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Ю. Немировский, Р. Г. Шафиков, Униформизация строго псевдовыпуклых областей. II, *Изв. РАН. Сер. матем.*, 2005, том 69, выпуск 6, 131–138

DOI: <https://doi.org/10.4213/im669>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.73.141

26 апреля 2023 г., 16:46:36

УДК 517.55

С. Ю. Немировский, Р. Г. Шафиков

Униформизация строго псевдовыпуклых областей. II

Доказано, что если универсальные накрытия штейновых строго псевдовыпуклых областей с вещественно-аналитическими границами биголоморфны, то границы этих областей локально биголоморфно эквивалентны.

Библиография: 16 наименований.

§ 1. Введение

В работе авторов [10] была доказана часть “тогда” следующей основной теоремы. В настоящей статье дается независимое доказательство части “только тогда.”

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА. Пусть D и D' – штейновы строго псевдовыпуклые области с вещественно-аналитическими границами. Универсальные накрытия областей D и D' биголоморфны тогда и только тогда, когда границы этих областей локально биголоморфно эквивалентны.

Как и в работе [10], имеет смысл отдельно рассмотреть две ситуации. В общем, “несферическом”, случае справедлив более сильный результат, который можно считать обобщением принципа соответствия границ.

ТЕОРЕМА 1.1. Если универсальные накрытия открытых областей D и D' не биголоморфны единичному шару, то всякий биголоморфизм между ними продолжается до биголоморфизма универсальных накрытий замкнутых областей $\bar{D}$ и $\bar{D}'$.

Это утверждение, очевидно, не верно для областей, нетривиально накрываемых единичным шаром $B \subset \mathbb{C}^n$. Действительно, пусть $D = D'$ – одна из областей, построенных в [1] и [4]. Замыкание области D универсально накрывается областью вида $\bar{B} \setminus A$, где A – непустое замкнутое подмножество единичной сферы (см. также [10, п. 4.2]). Следовательно, всякий биголоморфизм шара, продолжение которого на сферу ∂B не сохраняет подмножество A , доставляет пример биголоморфизма универсального накрытия области D , не продолжающегося до биголоморфизма универсального накрытия ее замыкания $\bar{D}$. В то же время никакая более сложная ситуация возникнуть не может, поскольку справедливо следующее обращение теоремы А.2 из работы [10].

ТЕОРЕМА 1.2. Если штейнова строго псевдовыпуклая область с вещественно-аналитической границей накрывается единичным шаром, то ее граница сферична, т. е. локально биголоморфно эквивалентна единичной сфере.

В доказательстве обеих теорем существенно используются идеи и методы, развитые С. И. Пинчуком и изложенные в его статье [12].

Работа первого автора была поддержана РФФИ (грант № 05-01-00981) и программой Российской академии наук “Теоретическая математика.”

Теоремы 1.1 и 1.2 доказываются в §2. В ходе доказательства получается также обобщение теоремы Вонга–Розея в случае накрытий. В §3 обсуждаются аналогичные результаты для областей с гладкими границами и для не обязательно штейновых строго псевдовыпуклых областей.

Авторы признательны Н. Г. Кружилину за многочисленные полезные обсуждения.

§2. Накрытия и их биголоморфизмы

2.1. Доказательство теоремы 1.2. Пусть D – штейнова строго псевдовыпуклая область с вещественно-аналитической границей, и пусть $\pi: B \rightarrow D$ – накрытие области D единичным шаром $B \subset \mathbb{C}^n$. Введем на замыканиях $\overline{B}$ и $\overline{D}$ римановы метрики, гладкие вплоть до границы, и обозначим через $\text{dist}(\cdot, \cdot)$ определяемое этими метриками расстояние.

Рассмотрим произвольную точку $q \in \partial D$ и ее координатную окрестность V такую, что пересечение $V \cap D$ односвязно. Тогда росток отображения π^{-1} продолжается до биголоморфного отображения g из $V \cap D$ на открытое подмножество в B .

Пусть $\varphi: \overline{D} \rightarrow (-\infty, 0]$ – гладкая плюрисубгармоническая определяющая функция для области D . Применяя лемму Келдыша–Лаврентьева–Хопфа к отрицательной плюрисубгармонической функции $\varphi \circ \pi$ в шаре, получаем неравенства

$$c_1 \text{dist}(g(x), \partial B) \leq |\varphi \circ \pi(g(x))| = |\varphi(x)| \leq c_2 \text{dist}(x, \partial D)$$

для всякой точки $x \in V \cap D$ и некоторых положительных констант c_1 и c_2 , не зависящих от точки x (см. [12, п. 1.1.1] и п. 2.3 ниже).

Стандартными рассуждениями при использовании асимптотики метрики Кобаяси в шаре B (см., например, [11], [3] или [15]) получаем, что отображение g имеет гёльдерово продолжение на $\partial D \cap V$, которое переводит $\partial D \cap V$ в единичную сферу. По граничной теореме единственности это продолжение непостоянно на границе. Следовательно, продолжение отображения g на ∂D в действительности гладко по основному результату работы [13]. Наконец, по принципу симметрии Леви и Пинчука отображение g биголоморфно продолжается в окрестность точки q , поэтому получаем, что гиперповерхность ∂D является сферической.

ЗАМЕЧАНИЕ 2.1. Поскольку рассуждение справедливо для *любого* локального обращения g накрывающего отображения π , отсюда непосредственно (т. е. без применения результатов [10, п. 4.2]) получаем, что замыкание области D универсально накрывается множеством вида $\overline{B} \setminus A$. Здесь A – замкнутое подмножество единичной сферы ∂B , определяемое как дополнение в сфере ∂B к объединению образов всех возможных продолжений многозначного отображения π^{-1} на границу области D .

2.2. Теорема Вонга–Розея для накрытий. Пусть D – штейнова строго псевдовыпуклая область с C^2 -гладкой границей. Тогда область D будет полной гиперболической в смысле Кобаяси вследствие (незначительного усиления) результатов Грэма [5] (см. также [8]). Если отображение $\pi: U \rightarrow D$ является неразветвленным голоморфным накрытием, то комплексное многообразие U также будет полным гиперболическим в смысле Кобаяси по теореме Иствуда [2].

В частности, теорема Монтеля для голоморфных отображений в полные гиперболические пространства [7] гарантирует, что последовательность голоморфных отображений $f_\nu: N \rightarrow U$ из связного комплексного многообразия N относительно компактна тогда и только тогда, когда последовательность точек $f_\nu(z) \in U$ относительно компактна для какой-либо точки $z \in N$.

Следующее утверждение представляет собой аналог результатов Вонга [16] и Розея [14] для накрытий строго псевдовыпуклых областей.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2.2. *Пусть $\pi: U \rightarrow D$ – накрытие штейновой строго псевдовыпуклой области с C^2 -гладкой границей. Предположим, что существуют точка $z_0 \in U$ и последовательность биголоморфных отображений $g_\nu \in \text{Aut}(U)$, для которых $\pi(g_\nu(z_0)) \rightarrow \zeta_0 \in \partial D$ при $\nu \rightarrow \infty$. Тогда многообразие U биголоморфно шару.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Введенный Пинчуком метод растяжений можно применить к последовательности отображений $f_\nu := \pi \circ g_\nu: U \rightarrow D$ практически так же, как это сделано в [12, доказательство теоремы 9]. Единственное изменение связано с определением и сходимостью последовательности обратных отображений, используемой в самом конце доказательства. А именно, если $V \ni \zeta_0$ – такая координатная окрестность, что пересечение $V \cap D$ выпукло (и, значит, односвязно), то существует однозначно определенная последовательность обратных отображений $(f_\nu)^{-1}: V \cap D \rightarrow U$ со свойством $(f_\nu)^{-1}(f_\nu(z_0)) = z_0$. Рассматривая композиции этих отображений с растяжениями, мы получаем последовательность отображений из (возрастающих подмножеств) единичного шара в многообразии U , переводящих некоторую заданную точку шара в точку z_0 . Такая последовательность относительно компактна по сформулированной выше теореме Монтеля из работы [7].

Приведем два следствия из предложения 2.2. Первое из них будет использовано в доказательстве теоремы 1.1.

СЛЕДСТВИЕ 2.3. *Пусть $\pi: U \rightarrow D$ – накрытие штейновой строго псевдовыпуклой области с C^2 -гладкой границей. Предположим, что многообразие U не биголоморфно шару. Тогда для всякой последовательности биголоморфных отображений $g_\nu \in \text{Aut}(U)$ и всякого компакта $K \Subset U$ проекции $\pi(g_\nu(K)) \subset D$ содержатся в компактном подмножестве области D , не зависящем от ν .*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Выберем точку $z_0 \in K$ и обозначим через $d < \infty$ диаметр компакта K в метрике Кобаяси многообразия U . По предложению 2.2 все точки $\pi(g_\nu(z_0))$ лежат в некотором компактном подмножестве области D . Образ любой точки $z \in K$ при любом из отображений $\pi \circ g_\nu: U \rightarrow D$ лежит на расстоянии Кобаяси, не большем d , от этого компактного подмножества. Поскольку область D полна в метрике Кобаяси, получаем необходимое утверждение.

Напомним, что накрытие $p: X \rightarrow Y$ называется *регулярным* (или *накрытием Галуа*), если пространство Y является фактором пространства X по действию группы преобразований скольжения этого накрытия. Эквивалентное условие состоит в том, что образ гомоморфизма фундаментальных групп $p_*: \pi_1(X) \rightarrow \pi_1(Y)$ является нормальной подгруппой группы $\pi_1(Y)$. В частности, универсальное накрытие регулярно, так как $\text{Im } p_* = \{e\}$.

СЛЕДСТВИЕ 2.4. Пусть $\pi: U \rightarrow D$ – регулярное накрытие штейновой строго псевдовыпуклой области с C^2 -гладкой границей. Предположим, что многообразие U не биголоморфно шару. Тогда группа Γ преобразований скольжения этого накрытия является кокомпактной решеткой в группе Ли $\text{Aut}(U)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Группа автоморфизмов $\text{Aut}(U)$ с топологией равномерной сходимости на компактах является группой Ли, поскольку многообразие U гиперболично по Кобаяси. Остается доказать, что факторпространство $\Gamma \backslash \text{Aut}(U)$ компактно, или, другими словами, что для любой последовательности автоморфизмов $f_\nu \in \text{Aut}(U)$ найдется последовательность преобразований скольжения $\gamma_\nu \in \Gamma$, для которой последовательность $\gamma_\nu \circ f_\nu$ относительно компактна.

Пусть $\Phi \subset U$ – фундаментальная область для действия группы Γ на многообразии U . Выберем точку $z_0 \in U$. Для любой последовательности $f_\nu \in \text{Aut}(U)$ найдется последовательность преобразований скольжения $\gamma_\nu \in \Gamma$, для которой $\gamma_\nu(f_\nu(z_0)) \in \Phi$. По предложению 2.2 относительно компактна последовательность точек $\pi(\gamma_\nu(f_\nu(z_0))) \in D$. Однако ограничение проекции $\pi|_{\bar{\Phi}}: \bar{\Phi} \rightarrow D$ на замыкание фундаментальной области в U собственное, и, следовательно, последовательность точек $\gamma_\nu(f_\nu(z_0))$ относительно компактна в многообразии U . Значит, последовательность отображений $\gamma_\nu \circ f_\nu \in \text{Aut}(U)$ относительно компактна по теореме Монтеля.

ПРИМЕР 2.5. Вообще, ни сама группа $\text{Aut}(U)$, ни ее связная компонента единицы не будут компактны. Например, универсальное накрытие (несферической) строго псевдовыпуклой области

$$D = \left\{ (z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid (|z| - 1)^2 + |w|^2 < \frac{1}{4} \right\}$$

допускает очевидное эффективное действие группы $\mathbb{R}$, накрывающее вращения $z \mapsto e^{it}z$, $t \in \mathbb{R}$.

2.3. Доказательство теоремы 1.1. Пусть D и D' – штейновы строго псевдовыпуклые области с вещественно-аналитическими границами. Обозначим через $\bar{\pi}: \bar{Y} \rightarrow \bar{D}$ универсальное накрытие замыкания области D . Тогда $\bar{Y}$ является комплексным многообразием с (возможно, некомпактным) вещественно-аналитическим краем $\partial Y = \bar{\pi}^{-1}(\partial D)$. Поскольку область D гомотопически эквивалентна своему замыканию, внутренность $Y = \bar{Y} \setminus \partial Y$ с проекцией $\pi = \bar{\pi}|_Y$ является универсальным накрытием открытой области D . Будем использовать аналогичные обозначения и для области D' .

Рассмотрим биголоморфное отображение $F: Y \rightarrow Y'$. Чтобы доказать, что всякое такое отображение F продолжается до биголоморфного отображения $\bar{F}: \bar{Y} \rightarrow \bar{Y}'$, достаточно показать, что отображение $\pi' \circ F: Y \rightarrow D'$ продолжается до локально биголоморфного отображения $\bar{\pi}' \circ \bar{F}: \bar{Y} \rightarrow \bar{D}'$. Действительно, по теореме о монодромии такое продолжение будет подниматься до локально биголоморфного отображения $\bar{F}: \bar{Y} \rightarrow \bar{Y}'$, совпадающего с отображением F на многообразии Y . Применяя этот же результат к обратному отображению $F^{-1}: Y' \rightarrow Y$, мы видим, что отображение $\bar{F}$ взаимно однозначно.

Введем на замкнутых областях $\bar{D}$ и $\bar{D}'$ римановы метрики, гладкие вплоть до границы, и рассмотрим поднятия этих метрик на накрытия $\bar{Y}$ и $\bar{Y}'$ соответственно.

Расстояние в любой из этих метрик будем обозначать через $\text{dist}(\cdot, \cdot)$. (Это не должно привести к недоразумению.)

Пусть $\varphi: \bar{D} \rightarrow (-\infty, 0]$ – гладкая плюрисубгармоническая определяющая функция для области D . Определим вещественнозначную функцию ψ_0 в области D' формулой

$$\psi_0(z) = \sup_{\{y \in Y' \mid \pi'(y) = z\}} \varphi \circ \pi \circ F^{-1}(y).$$

Заметим, что функция ψ_0 локально является верхней гранью семейства отрицательных плюрисубгармонических функций. Следовательно, ее полунепрерывная сверху регуляризация

$$\psi(z) = \psi_0^*(z) = \limsup_{\zeta \rightarrow z} \psi_0(\zeta)$$

будет неотрицательной плюрисубгармонической функцией в области D' (см. [9, п. 2.9]).

Основное замечание состоит в том, что если многообразие Y не биголоморфно шару, то функция ψ на самом деле *отрицательна* всюду в области D' . Действительно, возьмем точку $z \in D'$ и малый замкнутый шар Q с центром в этой точке. Прообраз этого шара в накрытии Y' представляет собой орбиту некоторого шара $\tilde{Q} \subset Y'$ при действии счетной группы $\Gamma' = \pi_1(D')$ преобразований скольжения универсального накрытия $\pi': Y' \rightarrow D'$. Значит, множество $F^{-1}(\pi'^{-1}(Q)) \subset Y$ является орбитой компактного множества $K = F^{-1}(\tilde{Q})$ при действии счетной подгруппы $F^{-1}\Gamma'F \subset \text{Aut}(Y)$. Из следствия 2.3 имеем, что проекция этой орбиты на область D , т. е. множество $\{x \in D \mid x = \pi \circ F^{-1}(y), \pi'(y) \in Q\}$, содержится в компактном подмножестве $E \Subset D$. По определению функций ψ и ψ_0 отсюда немедленно следует, что

$$\psi(z) \leq \sup_{\zeta \in Q} \psi_0(\zeta) \leq \max_{x \in E} \varphi(x) < 0.$$

Теперь можно применить лемму Келдыша–Лаврентьева–Хопфа к отрицательной плюрисубгармонической функции ψ в области D' . А именно, для всякой точки $x \in Y$ мы получаем неравенство

$$-c_1 \text{dist}(\pi' \circ F(x), \partial D') \geq \psi(\pi' \circ F(x))$$

с положительной константой c_1 . С другой стороны,

$$\psi(\pi' \circ F(x)) \geq \psi_0(\pi' \circ F(x)) \geq \varphi \circ \pi \circ F^{-1}(F(x)) = \varphi(\pi(x))$$

по определению функции ψ . Поскольку φ является гладкой определяющей функцией для области D , существует положительная константа c_2 , для которой

$$\varphi(\pi(x)) \geq -c_2 \text{dist}(\pi(x), \partial D).$$

Наконец, если точка $x \in Y$ достаточно близка к границе ∂Y , то

$$\text{dist}(\pi(x), \partial D) = \text{dist}(x, \partial Y).$$

Итак, мы доказали неравенство

$$\text{dist}(\pi' \circ F(x), \partial D') \leq c_3 \text{dist}(x, \partial Y) \quad (*)$$

с некоторой положительной константой c_3 , которая не зависит от точки $x \in Y$, если эта точка достаточно близка к границе.

С учетом оценки (*) существование локально биголоморфного продолжения отображения $\pi' \circ F: Y \rightarrow D'$ в любую граничную точку $q \in \partial Y$ получается с помощью рассуждения, приведенного в последнем абзаце доказательства теоремы 1.2. Как было указано выше, этим завершается доказательство теоремы 1.1.

ЗАМЕЧАНИЕ 2.6. Если области D и D' покрываются шаром, то построенная в доказательстве теоремы 1.1 функция ψ может быть тождественно равна нулю.

§ 3. Некоторые обобщения

3.1. Области с гладкой границей. Все доказательства из предыдущего параграфа, за исключением применения принципа симметрии, применимы для штейновых строго псевдовыпуклых областей с гладкими границами. Поэтому справедливы следующие утверждения.

СЛЕДСТВИЕ 3.1. Пусть D и D' – штейновы строго псевдовыпуклые области.

1. Если универсальное накрытие области D не биголоморфно шару в $\mathbb{C}^n$, то всякий биголоморфизм универсальных накрытий этих областей продолжается до диффеоморфизма универсальных накрытий их замыканий.

2. Всякий биголоморфизм универсального накрытия области D на единичный шар $B \subset \mathbb{C}^n$ продолжается до диффеоморфизма универсального накрытия ее замыкания $\bar{D}$ на множество вида $\bar{B} \setminus A$, где A – замкнутое подмножество единичной сферы ∂B .

Обеспечиваемые следствием 3.1 продолжения на границу являются, разумеется, CR-отображениями границ. Если границы областей предполагаются C^k -гладкими ($k \geq 2$), то можно показать, что продолженные отображения будут $C^{k-1/2-0}$ -гладкими вплоть до границы (см. [6]).

Обратно, методы работы [10] несложно видоизменить для доказательства следующего результата.

СЛЕДСТВИЕ 3.2. Пусть D и D' – штейновы строго псевдовыпуклые области.

1. Всякий CR-диффеоморфизм универсальных накрытий границ этих областей продолжается (в смысле [10, § 2]) до биголоморфизма их универсальных накрытий.

2. Если граница области D всюду локально CR-диффеоморфна единичной сфере, то всякий такой локальный CR-диффеоморфизм продолжается до биголоморфизма универсального накрытия области D на единичный шар.

Отметим, что в утверждении 1 следствия 3.2 не нужно делать исключения для областей со сферической границей, поскольку CR-эквивалентность границ сразу предполагается глобальной.

3.2. Нештейновы области. Рассматривая доказательства теорем 1.1 и 1.2, мы видим, что предположение о том, что строго псевдовыпуклые области D и D' штейновы, используется только при доказательстве предложения 2.2 и следствия 2.3 и только для того, чтобы заключить, что область и ее накрытия являются полными гиперболическими многообразиями в смысле Кобаяси. Здесь мы покажем, как можно обойти это место в рассуждении.

Пусть X – произвольное комплексное многообразие. Обозначим через $k_X(\cdot, \cdot)$ псевдометрику Кобаяси на X и рассмотрим множество

$$N_X = \{x \in X \mid k_X(x, y) = 0 \text{ для некоторой точки } y \neq x\}.$$

Очевидно, что $N_X = \emptyset$ тогда и только тогда, когда многообразие X гиперболично в смысле Кобаяси.

ЛЕММА 3.3. Если отображение $f: X \rightarrow Z$ локально биголоморфно, то $f(N_X) \subset N_Z$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $W \ni x$ — относительно компактная открытая окрестность точки $x \in X$. Из определения k_X следует, что

$$\min_{y \in \partial W} k_X(x, y) \leq \inf_{y \in X \setminus W} k_X(x, y).$$

Минимум в левой части этого неравенства определен корректно, поскольку псевдометрика k_X непрерывна, а граница ∂W компактна. Следовательно, если $x \in N_X$, то точку $y \neq x$ с $k_X(x, y) = 0$ можно найти в любой наперед заданной окрестности точки x .

Пусть теперь V — такая окрестность точки $x \in N_X$, что отображение f инъективно в V . Выберем точку $y \in V$ так, что $y \neq x$ и $k_X(x, y) = 0$. Тогда $f(y) \neq f(x)$ и $k_Z(f(x), f(y)) \leq k_X(x, y) = 0$, откуда следует, что $f(x) \in N_Z$.

Не обязательно штейнова строго псевдовыпуклая область D действительно может не быть гиперболической в смысле Кобаяси. (Простейший пример доставляет шар с раздутой точкой.) Тем не менее, оценки для псевдометрики Кобаяси вблизи границы остаются верными, и потому область D является полной гиперболической по модулю компактного подмножества. Другими словами, имеем:

- 1) множество N_D компактно;
- 2) замкнутые шары относительно k_D компактны.

Условие 2) показывает, что следствие 2.3 вытекает из предложения 2.2 и в нештейновом случае. Доказательство же самого предложения 2.2 необходимо дополнить следующей леммой.

ЛЕММА 3.4. Предположим, что накрытие $\pi: U \rightarrow D$ (не обязательно штейновой) строго псевдовыпуклой области удовлетворяет условиям предложения 2.2. Тогда многообразие U является полным гиперболическим в смысле Кобаяси.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $g_\nu \in \text{Aut}(U)$ — последовательность биголоморфных отображений, для которой $\pi(g_\nu(z_0)) \rightarrow \zeta_0 \in \partial D$. На первом (легком) шаге в применении метода растяжений из работы [12] устанавливается, что существует подпоследовательность, по-прежнему обозначаемая через g_ν , для которой отображения $\pi \circ g_\nu$ сходятся к постоянному отображению в точку ζ_0 равномерно на компактных подмножествах в U . Однако если $x \in N_U$, то по предыдущей лемме $\pi(g_\nu(x)) \in N_D \subset D$ при всех ν , так как отображения $\pi \circ g_\nu$ локально биголоморфны. Значит, точки $\pi(g_\nu(x))$ не могут сходить к границе области D . Это противоречие доказывает, что множество N_U пусто, т. е. многообразие U гиперболично в смысле Кобаяси. Значит, область D покрывается гиперболическим многообразием и потому сама гиперболична. Поскольку уже известно, что область D полна, отсюда следует, что многообразие U будет полным по теореме Иствуда [2].

СЛЕДСТВИЕ 3.5. Теоремы 1.1 и 1.2 справедливы и для не обязательно штейновых строго псевдовыпуклых областей.

В то же время результаты работы [10] не допускают непосредственного обобщения на нештейновы области. Например, шар с раздутой точкой является строго псевдовыпуклой областью со сферической границей, которая, очевидно, не покрывается шаром. Более интересные примеры дают разветвленные накрытия

рассмотренных в работе [4] нештейновых строго псевдовыпуклых факторов единичного шара в $\mathbb{C}^2$.

Список литературы

1. *Burns D., Shnider S.* Spherical hypersurfaces in complex manifolds // *Invent. Math.* 1976. V. 33. P. 223–246.
2. *Eastwood A.* A propos des variétés hyperboliques complètes // *C.R. Acad. Sci. Paris. Sér. A-B.* 1975. V. 280. P. A1071–A1074.
3. *Fornæss J. E., Løw E.* Proper holomorphic mappings // *Math. Scand.* 1986. V. 58. P. 311–322.
4. *Goldman W., Kapovich M., Leeb B.* Complex hyperbolic manifolds homotopy equivalent to a Riemann surface // *Comm. Anal. Geom.* 2001. V. 9. P. 61–95.
5. *Graham I.* Boundary behavior of the Carathéodory and Kobayashi metrics on strongly pseudoconvex domains in $\mathbb{C}^n$ with smooth boundary // *Trans. Amer. Math. Soc.* 1975. V. 207. P. 219–240.
6. *Хурумов Ю. В.* Граничная регулярность собственных голоморфных отображений строго псевдовыпуклых областей // *Матем. заметки.* 1990. Т. 48. №6. С. 149–150.
7. *Kiernan P.* Extensions of holomorphic maps // *Trans. Amer. Math. Soc.* 1972. V. 172. P. 347–355.
8. *Klembeck P. F.* Kähler metrics of negative curvature, the Bergmann metric near the boundary, and the Kobayashi metric on smooth bounded strictly pseudoconvex sets // *Indiana Univ. Math. J.* 1978. V. 27. P. 275–282.
9. *Klimek M.* Pluripotential theory. Oxford: Clarendon Press, 1991.
10. *Немировский С. Ю., Шафиков Р. Г.* Униформизация строго псевдовыпуклых областей. I // *Изв. РАН. Сер. матем.* 2005. Т. 69. №6. С. 115–130.
11. *Пинчук С. И.* О собственных голоморфных отображениях строго псевдовыпуклых областей // *Сиб. матем. журн.* 1974. Т. 15. С. 909–917.
12. *Пинчук С. И.* Голоморфные отображения в $\mathbb{C}^n$ и проблема голоморфной эквивалентности // *Современные проблемы математики. Фундаментальные направления.* Т. 9. М.: ВИНТИ, 1986. С. 127–196.
13. *Пинчук С. И., Цыганов Ш. И.* Гладкость CR-отображений между строго псевдовыпуклыми гиперповерхностями // *Изв. АН СССР. Сер. матем.* 1989. Т. 53. №5. С. 1120–1129.
14. *Rosay J.-P.* Sur une caractérisation de la boule parmi les domaines de $\mathbb{C}^n$ par son groupe d'automorphismes // *Ann. Inst. Fourier (Grenoble).* 1979. V. 29. P. 91–97.
15. *Сухов А. Б.* О граничной регулярности голоморфных отображений // *Матем. сб.* 1994. Т. 185. №12. С. 131–142.
16. *Wong B.* Characterization of the unit ball in $\mathbb{C}^n$ by its automorphism group // *Invent. Math.* 1977. V. 41. P. 253–257.

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
 Department of Mathematics,
 the University of Western Ontario
E-mail: stefan@mi.ras.ru
 shafikov@uwo.ca

Поступило в редакцию
 10.03.2005