Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ф. Ветро, О накрытиях со специальными слоями и группой монодромии S_d , *Изв. РАН. Сер. матем.*, 2012, том 76, выпуск 6, 39–44

DOI: <https://doi.org/10.4213/im7862>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.197.203

26 апреля 2023 г., 16:27:59

УДК 512.772.5+515.162.8

Ф. Ветро

О накрытиях со специальными слоями и группой монодромии S_d

Рассматриваются разветвленные накрытия степени d над Y с группой монодромии S_d , k простыми точками ветвления, $n - k$ специальными точками и фиксированными данными ветвления в специальных точках, где Y – гладкая связная комплексная проективная кривая рода $g \geq 1$, а n и k – целые числа такие, что $n > k > 0$. Показано, что соответствующие пространства Гурвица неприводимы при $k > 3d - 3$.

Библиография: 15 наименований.

Ключевые слова: пространства Гурвица, специальные слои, разветвленные накрытия, монодромия, действия кос.

Введение

Вычисление неприводимых компонент пространств Гурвица – одна из классических задач алгебраической геометрии. Первый результат в этой области принадлежит самому Гурвицу и состоит в том, что пространство Гурвица общих накрытий над $\mathbb{P}^1$ степени d с n точками ветвления неприводимо (см. [1]). За последние 30 лет было получено много обобщений этого результата (см., например, [2]–[9]). В работе Вик. С. Куликова [5] рассматриваются накрытия над $\mathbb{P}^1$ степени d с группой монодромии S_d , k простейшими точками ветвления (т. е. с ветвлением 2-го порядка) и $n - k$ специальными точками, фиксируются данные ветвления в специальных точках и доказывается неприводимость соответствующих пространств Гурвица при $k > 3d - 3$ [5, теорема 3.3]. В настоящей статье этот результат распространяется на накрытия гладких связных комплексных проективных кривых рода не менее 1. Мы доказываем, что соответствующие пространства Гурвица неприводимы при $k > 3d - 3$, и тем самым обобщаем результат Вик. С. Куликова в случае кривых рода не менее 1.

Разветвленные накрытия $f_1: X_1 \rightarrow Y$ и $f_2: X_2 \rightarrow Y$ степени d над Y называются *эквивалентными*, если существует бигоморфное отображение $\pi: X_1 \rightarrow X_2$ такое, что $f_2 \circ \pi = f_1$. Класс эквивалентности накрытия f_1 обозначается через $[f_1]$. Будем также обозначать перестановку $h^{-1}th$ через t^h , а подгруппу в S_d , порожденную перестановками $t_1, \dots, t_l$, через $\langle t_1, \dots, t_l \rangle$.

§ 1. Пространства Гурвица $H_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}^{S_d}(Y)$

Пусть X, Y – гладкие связные комплексные проективные кривые, причем род Y равен g , и пусть d, n, k – целые числа, $d \geq 3, n > k > 0$. Мы рассматриваем разветвленные накрытия $f: X \rightarrow Y$ степени d над Y с группой монодромии S_d , имеющие k простых точек ветвления и $n - k$ специальных точек.

Пусть $C_1, \dots, C_r$ – классы сопряженности в S_d , не содержащие перестановок $(1, 2)$ и id , а $q_1, \dots, q_r$ – положительные целые числа такие, что

$$q_1 + \dots + q_r = n - k.$$

Обозначим через $H_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}^{S_d}(Y)$ пространство Гурвица классов эквивалентности описанных выше накрытий, локальная монодромия которых при каждом $i = 1, \dots, r$ в ровно q_i из $n - k$ специальных точек принадлежит C_i .

Фиксируем точку b_0 кривой Y и конечное подмножество D в Y такие, что $b_0 \in Y - D$. По теореме Римана о существовании накрытий (см. [10, предложение 1.2]) имеется взаимно однозначное соответствие между:

(i) множеством классов эквивалентности разветвленных накрытий степени d над Y с множеством точек ветвления D ;

(ii) множеством классов эквивалентности гомоморфизмов $m: \pi_1(Y - D, b_0) \rightarrow S_d$ с образом, равным транзитивной подгруппе группы S_d , причем гомоморфизмы m и m' эквивалентны, если существует перестановка $h \in S_d$ такая, что $m'([\gamma]) = h^{-1}m([\gamma])h$ для всех $[\gamma] \in \pi_1(Y - D, b_0)$.

Далее через D и m обозначаются соответственно множество точек ветвления и гомоморфизм монодромии накрытия f .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Упорядоченный набор $(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g) := (t, \underline{\lambda}, \underline{\mu})$ перестановок из S_d называется *системой Гурвица*, если $t_i \neq \text{id}$ ни для какого $i \in \{1, \dots, n\}$ и $t_1 \cdots t_n = [\lambda_1, \mu_1] \cdots [\lambda_g, \mu_g]$. Подгруппа в S_d , порожденная элементами $t_i, \lambda_s, \mu_s, i = 1, \dots, n, s = 1, \dots, g$, называется *группой монодромии* данной системы Гурвица. Две системы Гурвица $(t, \underline{\lambda}, \underline{\mu})$ и $(t', \underline{\lambda}', \underline{\mu}')$ считаются *эквивалентными*, если существует перестановка $h \in S_d$ такая, что $t'_i = h^{-1}t_i h, \lambda'_s = h^{-1}\lambda_s h$ и $\mu'_s = h^{-1}\mu_s h$ для всех $i = 1, \dots, n$ и $s = 1, \dots, g$.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Упорядоченный набор $(t_1, \dots, t_n)$ перестановок из S_d (при $t_i \neq \text{id}$ ни для какого i) является системой Гурвица, если $t_1 \cdots t_n = \text{id}$.

Пусть $(\gamma_1, \dots, \gamma_n; \alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_g, \beta_g)$ – стандартная система образующих группы $\pi_1(Y - D, b_0)$. Образы элементов $\gamma_1, \dots, \gamma_n, \alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_g, \beta_g$ при гомоморфизме m задают класс эквивалентности систем Гурвица $[t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g]$ с группой монодромии S_d таких, что k перестановок t_i – транспозиции и ровно q_i элементов t_i принадлежат C_i при $i = 1, \dots, r$. Обозначим множество классов эквивалентности всех таких систем Гурвица через $A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}^0$. Заметим, что при фиксированных замкнутых кривых $(\gamma_1, \dots, \beta_g)$ указанного выше вида теорема Римана о существовании позволяет нам отождествить $A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}^0$ с множеством классов эквивалентности $[f] \in H_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}^{S_d}(Y)$ таких, что f имеет множество ветвления D .

§ 2. Действия кос

Далее через $Y^{(n)}$ обозначается n -я симметрическая степень кривой Y , а через Δ – подмножество коразмерности 1 в $Y^{(n)}$, состоящее из всех непростых дивизоров. В этом параграфе мы напоминаем, как образующие группы кос $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ действуют на системах Гурвица. Это действие изучали А. Гурвиц [1], Т. Граббер, Дж. Харрис, Дж. Старр [11] и В. Канев [3].

Образующими группы кос $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ являются элементарные косы $\sigma_i, i = 1, \dots, n - 1$, а также косы ρ_{js}, τ_{js} , где $1 \leq j \leq n$ и $1 \leq s \leq g$ (см. [12]–[14]).

С каждой образующей σ_i связаны два преобразования σ'_i и $\sigma''_i = (\sigma'_i)^{-1}$, называемые *элементарными преобразованиями* и действующие следующим образом. Все элементы λ_s , все μ_s и t_h при $h \neq i, i+1$ остаются на месте, а пара (t_i, t_{i+1}) переходит при σ'_i, σ''_i в пары $(t_i t_{i+1} t_i^{-1}, t_i)$, $(t_{i+1}, t_{i+1}^{-1} t_i t_{i+1})$ соответственно (см. [1]). Обозначим через

$$\rho'_{js}, \rho''_{js} = (\rho'_{js})^{-1}, \quad \tau'_{js}, \tau''_{js} = (\tau'_{js})^{-1}$$

пары преобразований, отвечающих косам ρ_{js} и τ_{js} соответственно. Нам понадобится следующий результат.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1 [3, теорема 1.8]. Пусть $(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g)$ – система Гурвица. Положим $u_0 = \text{id}$, $u_s = [\lambda_1, \mu_1] \cdots [\lambda_s, \mu_s]$ при $s = 1, \dots, g$. Тогда действия кос

$$(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g) \rightarrow (t'_1, \dots, t'_n; \lambda'_1, \mu'_1, \dots, \lambda'_g, \mu'_g)$$

задаются следующим образом:

1) для ρ'_{is} при $1 \leq i \leq n$, $1 \leq s \leq g$ имеем $t'_j = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda'_l = \lambda_l$ для всех l , $\mu'_l = \mu_l$ для всех $l \neq s$,

$$(t_i, \mu_s) \rightarrow (t'_i, \mu'_s) = (a_1^{-1} t_i a_1, b_1^{-1} t_i^{-1} b_1 \mu_s),$$

где

$$a_1 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1} \lambda_s (u_s^{-1} u_g) (t_{i+1} \cdots t_n)^{-1}, \quad b_1 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1} \lambda_s;$$

2) для τ'_{is} при $1 \leq i \leq n$, $1 \leq s \leq g$ имеем $t'_j = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda'_l = \lambda_l$ для всех $l \neq s$, $\mu'_l = \mu_l$ для всех l ,

$$(t_i, \lambda_s) \rightarrow (t'_i, \lambda'_s) = (c_1^{-1} t_i c_1, d_1^{-1} t_i d_1 \lambda_s),$$

где

$$c_1 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1} \mu_s (u_{s-1})^{-1} t_1 \cdots t_{i-1}, \quad d_1 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1} \mu_s;$$

3) для ρ''_{is} при $1 \leq i \leq n$, $1 \leq s \leq g$ имеем $t'_j = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda'_l = \lambda_l$ для всех l , $\mu'_l = \mu_l$ для всех $l \neq s$,

$$(t_i, \mu_s) \rightarrow (t'_i, \mu'_s) = (a_2^{-1} t_i a_2, b_2^{-1} t_i b_2 \mu_s),$$

где

$$a_2 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1} \lambda_s^{-1} (u_{s-1})^{-1} t_1 \cdots t_{i-1}, \quad b_2 = t_{i+1} \cdots t_n (u_s^{-1} u_g)^{-1};$$

4) для τ''_{is} при $1 \leq i \leq n$, $1 \leq s \leq g$ имеем $t'_j = t_j$ для всех $j \neq i$, $\lambda'_l = \lambda_l$ для всех $l \neq s$, $\mu'_l = \mu_l$ для всех l ,

$$(t_i, \lambda_s) \rightarrow (t'_i, \lambda'_s) = (c_2^{-1} t_i c_2, d_2^{-1} t_i^{-1} d_2 \lambda_s),$$

где

$$c_2 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1} \mu_s^{-1} (u_s^{-1} u_g) (t_{i+1} \cdots t_n)^{-1}, \quad d_2 = (t_1 \cdots t_{i-1})^{-1} u_{s-1}.$$

Заметим, что преобразования $\rho'_{js}, \rho''_{js}, \tau'_{js}$ и τ''_{js} переводят t_j в элементы из того же класса сопряженности. Кроме того, если $\lambda_1 = \cdots = \lambda_s = \mu_1 = \cdots = \mu_{s-1} = \text{id}$, то ρ'_{1s} переводит μ_s в $t_1^{-1} \mu_s$.

Аналогично, если $\lambda_1 = \cdots = \lambda_{s-1} = \mu_1 = \cdots = \mu_{s-1} = \text{id}$, то τ''_{1s} переводит λ_s в $t_1^{-1} \lambda_s$.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Действия образующих ρ_{js} и τ_{js} подробно изучались в работе [11], где действия кос, аналогичные используемым нами, применялись, в частности, для доказательства неприводимости пространств Гурвица простых накрытий с полной группой монодромии над кривыми положительного рода. С помощью этих результатов в [15] было доказано существование сечений однопараметрического семейства комплексных рационально связных алгебраических многообразий.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Две системы Гурвица называются *брэйд-эквивалентными*, если одна из них получается из другой конечным числом преобразований $\sigma'_i, \rho'_{js}, \tau'_{js}, \sigma''_i, \rho''_{js}, \tau''_{js}$, где $1 \leq i \leq n-1$, $1 \leq j \leq n$ и $1 \leq s \leq g$. Два упорядоченных набора перестановок $(t_1, \dots, t_l)$ и $(t'_1, \dots, t'_l)$ называются *брэйд-эквивалентными*, если $(t'_1, \dots, t'_l)$ получается из $(t_1, \dots, t_l)$ конечным числом преобразований вида σ'_i, σ''_i . Будем обозначать брэйд-эквивалентность через $\sim$.

§ 3. Неприводимость $H_{d,k,q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(Y)$

Далее Y – гладкая связная комплексная проективная кривая рода $g \geq 1$. Пусть $\underline{e} = (e_1, \dots, e_s)$ – разбиение числа d , задающее цикловый тип перестановки из C_1 . Через $|\underline{e}|$ обозначим число $\sum_{i=1}^s (e_i - 1)$.

Нам потребуются следующие результаты.

ЛЕММА 1 [8, предложение 3]. Пусть $(t_1, t_2, \dots, t_l)$ – такой набор перестановок из S_d , что t_1 имеет цикловый тип $\underline{e}$, а $t_2, \dots, t_l$ – транспозиции. Если $l-1 + |\underline{e}| \geq 2d$, то набор $(t_1, t_2, \dots, t_l)$ брэйд-эквивалентен набору $(t'_1, t'_2, \dots, t'_{l-2}, t'_{l-1}, t'_l)$ такому, что t'_1 имеет цикловый тип $\underline{e}$, $t'_2, \dots, t'_l$ – транспозиции, $t'_{l-1} = t'_l$ и $\langle t'_1, t'_2, \dots, t'_{l-2} \rangle = \langle t'_1, \dots, t'_{l-2}, t'_{l-1}, t'_l \rangle$.

ЛЕММА 2 [3, лемма 2.1]. Пусть $(t_1, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g)$ – система Гурвица перестановок из S_d . Допустим, что $t_i t_{i+1} = \text{id}$, и обозначим через H подгруппу S_d , порожденную элементами

$$\{t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+2}, \dots, t_n, \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g\}.$$

Тогда для любого $h \in H$ исходная система Гурвица брэйд-эквивалентна системе $(t_1, \dots, t_{i-1}, t_i^h, t_{i+1}^h, t_{i+2}, \dots, t_n; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g)$.

ТЕОРЕМА 1 [5, теорема 3.3]. Пространство Гурвица $H_{d,k,q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(\mathbb{P}^1)$ неприводимо при $k > 3d - 3$.

С помощью лемм 1, 2 мы обобщим результат теоремы 1 в случае кривых рода не менее 1.

ТЕОРЕМА 2. Пространство Гурвица $H_{d,k,q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(Y)$ неприводимо при $k > 3d - 3$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть отображение $\delta: H_{d,k,q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(Y) \rightarrow Y^{(n)} - \Delta$ сопоставляет каждому классу эквивалентности накрытий $[f]$ множество точек ветвления накрытия f . Как отмечено в [10], топология пространства $H_{d,k,q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(Y)$ такова, что δ – топологическое накрытие. Поэтому группа кос $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ действует на $A_{k,q_1 C_1, \dots, q_r C_r, g}^0$ (см. § 1). Орбиты этого

действия находятся во взаимно однозначном соответствии со связными компонентами пространства $H_{d,k,q_1C_1,\dots,q_rC_r}^{S_d}(Y)$. Поскольку это пространство гладко, для доказательства его неприводимости достаточно установить, что оно связно, т.е. что группа $\pi_1(Y^{(n)} - \Delta, D)$ действует на $A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}^0$ транзитивно. Для доказательства этой транзитивности, в свою очередь, достаточно установить, что каждый класс эквивалентности систем Гурвица из $A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}^0$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\bar{t}; \text{id}, \dots, \text{id}]$. Действительно, поскольку класс эквивалентности $[\bar{t}]$ принадлежит $A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,0}^0$, требуемое утверждение будет вытекать из теоремы 1.

Шаг 1. Пусть $[\bar{t}; \bar{\lambda}, \bar{\mu}] \in A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}^0$ и η – любая транспозиция из S_d . Покажем, что класс $[\bar{t}; \bar{\lambda}, \bar{\mu}]$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\dots, \eta, \eta, \dots; \bar{\lambda}, \bar{\mu}]$.

Элементарными преобразованиями вида σ_i'' можно передвинуть одну из перестановок класса сопряженности C_1 на первое место, а транспозиции – на места с номерами $2, \dots, k+1$. Таким образом, набор $\bar{t}$ брэйд-эквивалентен набору вида $(t'_1, t'_2, \dots, t'_{k+1}, \dots, t'_n)$, где t'_1 принадлежит C_1 , а $t'_2, \dots, t'_{k+1}$ – транспозиции.

Из предположения $k > 3d - 3$ вытекает, что $k + |\underline{e}| > 3d - 3 \geq 2d$. Поэтому набор перестановок $(t'_1, t'_2, \dots, t'_{k+1})$ удовлетворяет всем условиям леммы 1 и, следовательно, брэйд-эквивалентен набору вида $(t''_1, t''_2, \dots, t''_{k+1})$, где t''_1 имеет цикловый тип $\underline{e}$, $t''_2, \dots, t''_{k+1}$ – транспозиции, $t''_k = t''_{k+1}$ и

$$\langle t''_1, t''_2, \dots, t''_{k-1} \rangle = \langle t''_1, \dots, t''_{k-1}, t''_k, t''_{k+1} \rangle.$$

Поскольку группа монодромии системы Гурвица $(\bar{t}''; \bar{\lambda}, \bar{\mu})$ равна S_d , по лемме 2 класс $[\bar{t}''; \bar{\lambda}, \bar{\mu}]$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\dots, \eta, \eta, \dots; \bar{\lambda}, \bar{\mu}]$, где η – произвольная транспозиция из S_d , что и требовалось доказать.

Шаг 2. Покажем, что любой класс $[\bar{t}; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g] \in A_{k,q_1C_1,\dots,q_rC_r,g}^0$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\bar{t}; \text{id}, \dots, \text{id}]$.

Воспользуемся индукцией по $\sum_{h=1}^g (|\lambda_h| + |\mu_h|)$. Если $\sum_{h=1}^g (|\lambda_h| + |\mu_h|) = 0$, то $\lambda_h = \text{id}$ и $\mu_h = \text{id}$ для всех $h = 1, \dots, g$. Поэтому будем считать, что $\sum_{h=1}^g (|\lambda_h| + |\mu_h|) > 0$. Тогда по крайней мере одна из перестановок λ_h или μ_h отлична от id .

Если $\lambda_1 \neq \text{id}$, то пусть η – такая транспозиция, что $|\eta\lambda_1| = |\lambda_1| - 1$. Согласно шагу 1, действуя лишь элементарными преобразованиями и не пользуясь сопряжением, можно заменить класс $[\bar{t}; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g]$ на класс вида $[\dots, \eta, \eta, \dots; \bar{\lambda}, \bar{\mu}]$. После этого мы переносим одну из транспозиций η на первое место и применяем τ_{11}' . Тогда λ_1 преобразуется в $\lambda_1' = \eta\lambda_1$, причем $|\lambda_1'| < |\lambda_1|$. Теперь требуемое утверждение вытекает из предположения индукции.

Если $\lambda_1 = \text{id}$ и $\mu_1 \neq \text{id}$, то выберем транспозицию η такую, что $|\eta\mu_1| < |\mu_1|$. Согласно шагу 1, действуя лишь элементарными преобразованиями, заменим $[\bar{t}; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g]$ на класс вида $[\dots, \eta, \eta, \dots; \bar{\lambda}, \bar{\mu}]$. Опять перенесем одну из транспозиций η на первое место, но подействуем теперь преобразованием ρ_{11}' . Тогда μ_1 преобразуется в $\mu_1' = \eta\mu_1$ и требуемое утверждение вытекает из предположения индукции.

Если $\lambda_s \neq \text{id}$ и $\lambda_1 = \dots = \lambda_{s-1} = \mu_1 = \dots = \mu_{s-1} = \text{id}$, то действуем аналогично, но применяем на этот раз преобразование τ_{1s}'' , чтобы перевести λ_s в $\eta\lambda_s$, $|\eta\lambda_s| < |\lambda_s|$. Точно так же, если $\mu_s \neq \text{id}$ и $\lambda_1 = \dots = \lambda_s = \mu_1 = \dots = \mu_{s-1} = \text{id}$, применяем ρ_{1s}' , чтобы перевести μ_s в $\eta\mu_s$, $|\eta\mu_s| < |\mu_s|$. В этих двух случаях требуемое утверждение следует из предположения индукции.

Шаг 3. На шаге 2 мы показали, что любой класс $[\tilde{t}; \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_g, \mu_g] \in A_{k, q_1 C_1, \dots, q_r C_r, g}^0$ брэйд-эквивалентен классу вида $[\tilde{t}; \text{id}, \dots, \text{id}]$. Заметим теперь, что класс эквивалентности $[\tilde{t}]$ принадлежит $A_{k, q_1 C_1, \dots, q_r C_r, 0}^0$. По теореме Римана о существовании этот класс отвечает некоторому классу эквивалентности накрытий из $H_{d, k, q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(\mathbb{P}^1)$. Поскольку $k > 3d - 3$, пространство Гурвица $H_{d, k, q_1 C_1, \dots, q_r C_r}^{S_d}(\mathbb{P}^1)$ неприводимо по теореме 1.

Теорема доказана.

Список литературы

1. A. Hurwitz, "Ueber Riemann'sche Flächen mit gegebenen Verzweigungspunkten", *Math. Ann.*, **39**:1 (1891), 1–60.
2. I. Berstein, A. L. Edmonds, "On the classification of generic branched coverings of surfaces", *Illinois J. Math.*, **28**:1 (1984), 64–82.
3. V. Kanev, *Irreducibility of Hurwitz spaces*, Preprint № 241, Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Università di Palermo, 2004; arXiv: [math/0509154](https://arxiv.org/abs/math/0509154).
4. P. Kluitmann, "Hurwitz action and finite quotients of braid groups", *Braids* (Santa Cruz, CA, 1986), *Contemp. Math.*, **78**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1988, 299–325.
5. Вик. С. Куликов, "Подгруппы разложений на множители и неприводимые компоненты пространства Гурвица", *Изв. РАН. Сер. матем.*, **75**:4 (2011), 49–90; англ. пер.: V. S. Kulikov, "Factorization semigroups and irreducible components of the Hurwitz space", *Izv. Math.*, **75**:4 (2011), 711–748.
6. S. Mochizuki, "The geometry of the compactification of the Hurwitz scheme", *Publ. Res. Inst. Math. Sci.*, **31**:3 (1995), 355–441.
7. С. М. Натанзон, "Топология двумерных накрытий и мероморфные функции на вещественных и комплексных алгебраических кривых", *Труды семинара по векторному и тензорному анализу*, 1988, № 23, 79–103; англ. пер.: S. M. Natanzon, "Topology of 2-dimensional coverings and meromorphic functions on real and complex algebraic curves", *Selecta Math. Soviet.*, **12**:3 (1993), 251–291.
8. F. Vetro, "Irreducibility of Hurwitz spaces of coverings with one special fiber", *Indag. Math. (N.S.)*, **17**:1 (2006), 115–127.
9. B. Wajnryb, "Orbits of Hurwitz action for coverings of a sphere with two special fibers", *Indag. Math. (N.S.)*, **7**:4 (1996), 549–558.
10. W. Fulton, "Hurwitz schemes and irreducibility of moduli of algebraic curves", *Ann. of Math. (2)*, **10** (1969), 542–575.
11. T. Graber, J. Harris, J. Starr, *A note on Hurwitz schemes of covers of a positive genus curve*, arXiv: [math/0205056](https://arxiv.org/abs/math/0205056).
12. J. S. Birman, "On braid groups", *Comm. Pure Appl. Math.*, **22**:1 (1969), 41–72.
13. E. Fadell, L. Neuwirth, "Configuration spaces", *Math. Scand.*, **10** (1962), 111–118.
14. G. P. Scott, "Braid groups and the group of homeomorphisms of a surface", *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, **68**:3 (1970), 605–617.
15. T. Graber, J. Harris, J. Starr, "Families of rationally connected varieties", *J. Amer. Math. Soc.*, **16**:1 (2003), 57–67.

Ф. ВЕТРО (F. VETRO)
E-mail: vediba@libero.it

Поступило в редакцию
08.08.2011

Перевод с английского А. В. Домрина