Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

О. О. Белова, Редукция расслоений грассманоподобного многообразия центрированных плоскостей при нормализации, *Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз.*, 2020, том 180, 3–8

DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2020-180-3-8>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 17:04:42

ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 180 (2020). С. 3–8
DOI: 10.36535/0233-6723-2020-180-3-8

УДК 514.76

РЕДУКЦИЯ РАССЛОЕНИЙ ГРАССМАНОПОДОБНОГО МНОГООБРАЗИЯ ЦЕНТРИРОВАННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРИ НОРМАЛИЗАЦИИ

© 2020 г. О. О. БЕЛОВА

Аннотация. В проективном пространстве P_n рассмотрено грассманоподобное многообразие $Gr^*(m, n)$ центрированных плоскостей. С ним ассоциировано главное расслоение. Произведены нормализация многообразия $Gr^*(m, n)$ полями нормалей первого и второго порядков и адаптация репера соответствующим нормальям. Исследованы полунормализованные пространства первого и второго рода, а также нормализованное пространство. Установлена динамика изменений соответствующих расслоений при переходе от пространства $Gr^*(m, n)$ к нормализованному пространству.

Ключевые слова: метод Картана—Лаптева, грассманоподобное многообразие центрированных плоскостей, нормализация, редукция.

REDUCTION OF BUNDLES OF A GRASSMANN-LIKE MANIFOLD OF CENTERED PLANES UNDER NORMALIZATION

© 2020 О. О. BELOVA

ABSTRACT. In the projective space P_n , we consider the Grassmann-like manifold $Gr^*(m, n)$ of centered planes and the associated principal bundle. We perform the normalization of the manifold $Gr^*(m, n)$ by the normal fields of the first and second orders and the the adaptation of the bundle corresponding to these normals. Semi-normalized spaces of the first and second kind and the normalized space are examined. The dynamics of changes of the corresponding bundles is established when passing from the space $Gr^*(m, n)$ to the normalized space.

Keywords and phrases: Cartan–Laptev method, Grassmann-like manifold of centered planes, normalization, reduction.

AMS Subject Classification: 53A20, 53A99

1. Введение. В работе используются метод Картана—Лаптева, базирующийся на теории конечных и бесконечных групп Ли, исчислении внешних форм Э. Картана и теории Г. Ф. Лаптева полей геометрических объектов (см. [12]). При использовании метода Картана подвижного репера исследование геометрии самого многообразия с фиксированной на нем геометрической структурой сводится к исследованию геометрии другого многообразия: пространства расслоения реперов над данным многообразием или подрасслоений этого расслоения. Таким образом, автоматически строится аналитический аппарат, который наиболее приспособлен к исследованию исходной структуры (см. [6]). Метод продолжений и охватов Лаптева основан на инвариантном дифференциально-алгебраическом аппарате структурных дифференциальных форм рассматриваемых расслоений (см. [5, 13]).

Поскольку поверхность X_m можно рассматривать как m -мерное многообразие m -мерных центрированных плоскостей T_m (см. [8]), то при исследовании грассманоподобного многообразия центрированных плоскостей используется аналог нормализации А. П. Нордена (см. [4, 11]), который осуществлял нормализацию поверхности полями нормалей первого и второго рода и обозначал их соответственно через P_I и P_{II} . В [10] Ю. Г. Лумисте ввел аналогичную нормализацию многообразия m -мерных плоскостей в проективном пространстве.

В данной статье проводится анализ динамики изменений расслоений при последовательных канонизациях и переходе от многообразия $Gr^*(m, n)$ к нормализованному многообразию.

2. Грассманоподобное многообразие центрированных плоскостей. Отнесем n -мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A, A_I\}$, $I, \dots = 1, \dots, n$, инфинитезимальные перемещения которого определяются формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A, \quad (1)$$

где 1-форма θ играет роль множителя пропорциональности, а формы Пфаффа ω^I , ω_J^I , ω_I удовлетворяют структурным уравнениям Картана

$$\begin{aligned} D\omega^I &= \omega^J \wedge \omega_J^I, \\ D\omega_J^I &= \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K \wedge \omega_J, \\ D\omega_I &= \omega_I^J \wedge \omega_J \end{aligned} \quad (2)$$

проективной группы $GP(n)$, действующей эффективно в пространстве P_n .

Замечание 1. Проективное пространство P_n можно представить как фактор-пространство $L_{n+1}/\sim$ линейного пространства L_{n+1} по отношению эквивалентности (коллинеарности) $\sim$ ненулевых векторов (см. [15]). Таким образом, аналитическая точка $\bar{A} \in L_{n+1} \setminus \{\bar{0}\}$ используется в формулах, но черточка опускается для упрощения записи, а геометрическая точка $A = \{\lambda \bar{A}\} \in P_n$, $\lambda \in R \setminus 0$, — в рассуждениях. Уравнения (1) описывают инфинитезимальный закон перемещения сопутствующего репера из проективного слоя вдоль рассматриваемого многообразия. Во многих геометрических исследованиях (см. [17]) и в работах, где применяются математические методы для решения физических задач (см., например, [1, 7]), используются уравнения аналогичных инфинитезимальных перемещений реперов. Первые слагаемые в (1) не существенны, так как коллинеарным аналитическим точкам соответствует одна геометрическая точка, т.е. θ не влияет на смещение dA . Формы Пфаффа ω^I , ω_J^I , ω_I (1-формы) содержат параметры, от которых зависит семейство реперов, и их дифференциалы: $\omega = \omega(u, du)$ (см. [18]).

Замечание 2. В данной работе применяется неоднородный аналитический аппарат с производными формулами (1) и структурными уравнениями (2) (см. [15]). Данный аппарат наиболее удобен при выделении подгруппы проективной группы.

Определение 1. Грассманоподобным многообразием $Gr^*(m, n)$ центрированных плоскостей называется многообразие m -мерных плоскостей n -мерного проективного пространства P_n , проходящих через фиксированную точку (см. [3]).

Многообразие $Gr^*(m, n)$ задается уравнениями

$$\omega^a = \Lambda_\alpha^a \omega^\alpha + \Lambda_\alpha^{ab} \omega_b^\alpha, \quad (3)$$

где Λ_α^a , Λ_α^{ab} — произвольные функции, являющиеся компонентами фундаментального объекта (см. [8]). Здесь и в дальнейшем индексы принимают следующие значения: $a, \dots = 1, \dots, m$; $\alpha, \dots = m+1, \dots, n$.

Уравнения (3) получаются при специализации подвижного репера (вершины A , A_a — на плоскости P_m , а центр A фиксирован). При этом формы ω^α , ω_a^α , обнуление которых фиксирует центрированную плоскость $P_m^0 \omega^a$, являются главными, формы ω^α , ω_a^α — базисные, а остальные формы — слоевые.

Замечание 3. Если $Gr(m, n)$ — многообразие Грассмана (см. [2]), то

$$\dim Gr^*(m, n) = \dim Gr(m, n) = (n - m)(m + 1).$$

Фундаментальный объект $\Lambda = \{\Lambda_\alpha^a, \Lambda_\alpha^{ab}\}$ является квазитензором, так как его компоненты удовлетворяют дифференциальным сравнениям по модулю базисных форм $\omega^\alpha, \omega_a^\alpha$:

$$\Delta \Lambda_\alpha^a + \Lambda_\alpha^{ab} \omega_b + \omega_\alpha^a \equiv 0, \quad \Delta \Lambda_\alpha^{ab} \equiv 0,$$

причем дифференциальный тензорный оператор Δ действует по закону

$$\Delta \Lambda_\alpha^{ab} = d\Lambda_\alpha^{ab} + \Lambda_\alpha^{cb} \omega_c^a + \Lambda_\alpha^{ac} \omega_c^b - \Lambda_\beta^{ab} \omega_\alpha^\beta.$$

Замечание 4. Фундаментальный объект Λ содержит подтензор Λ_α^{ab} , обращение в нуль которого характеризует такое подмногообразие, когда центр A описывает $(n-m)$ -поверхность с уравнениями $\omega^a = \Lambda_\alpha^a \omega^\alpha$.

3. Главное расслоение. Специализация подвижного репера для грассманоподобного многообразия $Gr^*(m, n)$ центрированных плоскостей приводит к главному расслоению $G(Gr^*)$, типовым слоем которого является подгруппа G стационарности центрированной плоскости P_m^0 , а базой — многообразие $Gr^*(m, n)$, причем $\dim G = n^2 - mn + m^2 + n$. Пространством расслоения $G(Gr^*)$ (см. [6]) является проективная группа $GP(n)$, а проекция $\pi : GP(n) \rightarrow Gr^*(m, n)$ относит произвольному элементу группы $GP(n)$ ту плоскость P_m^0 многообразия $Gr^*(m, n)$, которая инвариантна под действием этого элемента.

Базисные формы $\omega^\alpha, \omega_a^\alpha$ удовлетворяют структурным уравнениям Картана (2), поэтому получим

$$\begin{aligned} D\omega^\alpha &= -\omega_\beta^\alpha \wedge \omega^\beta + \Lambda_\beta^a \omega^\beta \wedge \omega_a^\alpha + \Lambda_\beta^{ab} \omega_b^\beta \wedge \omega_a^\alpha, \\ D\omega_a^\alpha &= \left(\delta_\beta^\alpha \omega_a^b - \delta_a^b \omega_\beta^\alpha \right) \wedge \omega_b^\beta + \omega_a \wedge \omega^\alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

Внешние дифференциалы слоевых форм имеют вид

$$D\omega_b^a = \omega_b^c \wedge \omega_c^a + \omega_{b\alpha}^a \wedge \omega^\alpha + \omega_{b\alpha}^{ac} \wedge \omega_c^\alpha; \quad (5)$$

$$D\omega_a = \omega_a^b \wedge \omega_b - \omega_\alpha \wedge \omega_a^\alpha; \quad (6)$$

$$D\omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + \omega_{\beta\gamma}^\alpha \wedge \omega^\gamma + \omega_{\beta\gamma}^{\alpha a} \wedge \omega_a^\gamma; \quad (7)$$

$$D\omega_\alpha^a = \omega_\alpha^b \wedge \omega_b^a + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta^a + \omega_{\alpha\beta}^a \wedge \omega^\beta + \omega_{\alpha\beta}^{ab} \wedge \omega_b^\beta; \quad (8)$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^a \wedge \omega_a + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta,$$

где

$$\omega_{b\alpha}^a = \delta_b^a \Lambda_\alpha^c \omega_c + \delta_b^a \omega_\alpha + \Lambda_\alpha^a \omega_b, \quad \omega_{b\alpha}^{ac} = \delta_b^a \lambda_\alpha^{ec} \omega_e - \delta_b^c \omega_\alpha^a + \Lambda_\alpha^{ac} \omega_b,$$

$$\omega_{\beta\gamma}^\alpha = \delta_\beta^\alpha \Lambda_\gamma^a \omega_a + \delta_\beta^\alpha \omega_\gamma + \delta_\gamma^\alpha \omega_\beta, \quad \omega_{\beta\gamma}^{\alpha a} = \delta_\beta^\alpha \Lambda_\gamma^{ba} \omega_b + \delta_\gamma^a \omega_\beta^\alpha,$$

$$\omega_{\alpha\beta}^a = \Lambda_\beta^a \omega_\alpha, \quad \omega_{\alpha\beta}^{ab} = \Lambda_\beta^{ab} \omega_\alpha.$$

Теорема 1. Главное расслоение $G(Gr^*)$ многообразия $Gr^*(m, n)$ содержит следующие пять фактор-расслоений:

1. фактор-расслоение линейных реперов $L_{m^2}(P_n)$ со структурными уравнениями (4), (5) и слоевыми формами ω_b^a . Данные реперы принадлежат плоскостям P_m^0 . Типовым слоем данного расслоения является линейная фактор-группа $L_{m^2} = GL(m) \subset G$, которая действует в пучке прямых, принадлежащих образующей плоскости P_m^0 ;
2. фактор-расслоение нормальных линейных реперов $\mathfrak{L}_{(n-m)^2}(P_n)$ со структурными уравнениями (4), (7) и слоевыми формами ω_β^α . Данное расслоение является двойственным фактор-расслоению линейных реперов. Типовым слоем здесь является линейная фактор-группа $\mathfrak{L}_{(n-m)^2} = GL(n-m) \subset G$, действующая в проективном фактор-пространстве $P_{n-m-1} = P_n/P_m^0$;
3. фактор-расслоение плоскостных коэффинных реперов $C_{m(m+1)}(P_n)$ со структурными уравнениями (4)–(6) и слоевыми формами ω_b^a, ω_a . Данные реперы принадлежат плоскости P_m^0 . Типовым слоем указанного расслоения является коэффинная (центропроективная) фактор-группа $C_{m(m+1)} = GA^*(m) \subset G$, действующая в плоскости P_m^0 ;

4. *аффинное фактор-расслоение* $H_k(P_n)$, $k = n(n - m) + m^2$, со структурными уравнениями (4), (5), (7), (8) и слоевыми формами ω_b^a , ω_β^α и ω_α^a . Типовым слоем здесь будет аффинная фактор-группа (см. [16]) H_k группы $G \subset GP(n)$, действующая в пучке прямых с центром в точке A ;
5. *максимальное фактор-расслоение*, составленное из фактор-расслоения плоскостных коаффинных реперов и аффинного фактор-расслоения, со структурными уравнениями (4)–(8) и слоевыми формами ω_b^a , ω_a , ω_β^α и ω_α^a .

Замечание 5. Подгруппы группы G связаны отношением

$$C_{m(m+1)} \cap H_k = L_{m^2}.$$

Произведем нормализацию многообразия $Gr^*(m, n)$ полями следующих геометрических образов: нормалью первого рода (см. [9]), т.е. $(n - m)$ -мерной плоскостью N_{n-m} , пересекающейся с плоскостью P_m^0 в точке A , и нормалью второго рода (см. [9]), т.е. $(m - 1)$ -мерной плоскостью N_{m-1} , принадлежащей плоскости P_m^0 и не проходящей через ее центр A .

Проследим динамику изменений расслоения $G(Gr^*)$ при последовательных канонизациях:

- (1) *первая канонизация*: репер адаптирован нормали первого рода N_{n-m} , т.е. вершины A_α помещены на плоскость N_{n-m} . Полученное пространство будем называть полунормализованным пространством первого рода и обозначать Gr^{*1} ;
- (2) *вторая канонизация*: репер адаптирован нормали второго рода N_{m-1} , т.е. вершины A_a помещены на плоскость N_{m-1} . Полученное пространство будем называть полунормализованным пространством второго рода и обозначать Gr^{*2} ;
- (3) *полная канонизация*: репер адаптирован нормальям первого и второго рода, т.е. одновременное размещение данных вершин в соответствующих нормалях. Полученное пространство будем называть нормализованным пространством и обозначать $Gr^{*1,2}$.

3.1. *Расслоение* $G^1(Gr^*)$. Поместим вершины A_α в нормаль первого рода N_{n-m} ; тогда

$$\omega_\alpha^a = g_{\alpha\beta}^a \omega_b^\beta + g_{\alpha\beta}^{ab} \omega_b^\beta, \quad (9)$$

т.е. слоевые формы ω_α^a становятся главными, причем имеют место дифференциальные сравнения

$$\Delta g_{\alpha\beta}^a + g_{\alpha\beta}^{ab} \omega_b - \Lambda_\beta^a \omega_\alpha \equiv 0, \quad \Delta g_{\alpha\beta}^{ab} - \Lambda_\beta^{ab} \omega_\alpha \equiv 0.$$

Из структурных уравнений (2) находим

$$D\omega_b^a = \omega_b^c \wedge \omega_c^a + \omega_{b\alpha}^a \wedge \omega_\alpha^a + \left(\Lambda_{\alpha c}^{ac} \omega_b + g_{\beta\alpha}^{ac} \omega_b^\beta + \delta_b^a \Lambda_\beta^{ec} \omega_e \right) \wedge \omega_c^\alpha + g_{\alpha\beta}^a \omega_b^\alpha \wedge \omega^\beta; \quad (10)$$

$$D\omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + \omega_{\beta\gamma}^\alpha \wedge \omega_\gamma^\alpha + \delta_\beta^\alpha \Lambda_\gamma^{ab} \omega_a \wedge \omega_b^\gamma + g_{\beta\gamma}^a \omega_\gamma^\alpha \wedge \omega_a^\alpha + g_{\beta\gamma}^{ab} \omega_b^\gamma \wedge \omega_a^\alpha; \quad (11)$$

$$D\omega_a = \omega_a^b \wedge \omega_b - \omega_\alpha \wedge \omega_a^\alpha; \quad (12)$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta - g_{\alpha\beta}^a \omega_a \wedge \omega^\beta - g_{\alpha\beta}^{ab} \omega_a \wedge \omega_b^\beta. \quad (13)$$

Отсюда вытекает следующая теорема.

Теорема 2. *Главное расслоение* $G(Gr^*)$ *при первой канонизации сужается до главного расслоения* $G^1(Gr^*)$ *с типовым слоем — подгруппой стационарности* $G^1 \subset G$ *пары аффинно-дополнительных плоскостей* $\{P_m, N_{n-m}\}$. *В подрасслоении* $G^1(Gr^*)$ *выделяются следующие четыре фактор-расслоения:*

- (1) *расслоение плоскостных линейных реперов со структурными уравнениями* (4), (10);
- (2) *расслоение нормальных линейных реперов* (4), (11);
- (3) *расслоение плоскостных коаффинных реперов* (4), (10), (12);
- (4) *расслоение нормальных коаффинных реперов* (4), (11), (13).

Замечание 6. Указанные реперы рассматриваются на полунормализованном многообразии Gr^{*1} .

3.2. *Расслоение $G^2(Gr^*)$.* Если отказаться от предыдущей канонизации и поместить вершины A_a в нормаль второго рода N_{m-1} , то

$$\omega_a = g_{a\alpha}\omega^\alpha + g_{a\alpha}^b\omega_b^\alpha, \quad (14)$$

т.е. слоевые формы ω_a становятся главными, причем

$$\Delta g_{a\alpha} \equiv 0, \quad \Delta g_{a\alpha}^b + \delta_a^b \omega_\alpha \equiv 0.$$

Из структурных уравнений (2) находим

$$\begin{aligned} D\omega_b^a = & \omega_b^c \wedge \omega_c^a + \delta_b^a \omega_\alpha \wedge \omega^\alpha - \delta_b^c \omega_\alpha^c \wedge \omega_c^\alpha + (\delta_b^a g_{c\alpha} \Lambda_\beta^c + g_{b\alpha} \Lambda_\beta^a) \omega^\alpha \wedge \omega^\beta + \\ & + (\delta_b^a g_{e\alpha} \Lambda_\beta^{ec} - \delta_b^c g_{e\beta} \Lambda_\alpha^e + g_{b\alpha} \Lambda_\beta^{ac} - g_{b\beta} \Lambda_\alpha^a) \omega^\alpha \wedge \omega_c^\beta + (g_{b\alpha} \Lambda_\beta^{ae} + \delta_b^a g_{d\alpha} \Lambda_\beta^{de}) \omega_c^\alpha \wedge \omega_e^\beta; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D\omega_\beta^\alpha = & \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + (\delta_\beta^\alpha \omega_\gamma + \delta_\gamma^\alpha \omega_\beta) \wedge \omega^\gamma + \omega_\beta^a \wedge \omega_a^\alpha + \delta_\beta^\alpha g_{a\gamma} \Lambda_\mu^a \omega^\gamma \wedge \omega^\mu + \\ & + (\delta_\beta^\alpha g_{a\gamma} \Lambda_\mu^{ab} - \delta_\beta^b g_{a\mu} \Lambda_\gamma^a) \omega^\gamma \wedge \omega_b^\mu + \delta_\beta^\alpha g_{a\gamma} \Lambda_\mu^{ac} \omega_b^\gamma \wedge \omega_c^\mu; \end{aligned} \quad (16)$$

$$D\omega_\alpha^a = \omega_\alpha^b \wedge \omega_b^a + \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta^a + \Lambda_\beta^a \omega_\alpha \wedge \omega^\beta + \Lambda_\beta^{ab} \omega_\alpha \wedge \omega_b^\beta; \quad (17)$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta + g_{a\beta} \omega_\alpha^a \wedge \omega^\beta + g_{a\beta}^b \omega_\alpha^a \wedge \omega_b^\beta. \quad (18)$$

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 3. *При второй канонизации главное расслоение $G(Gr^*)$ сужается до главного расслоения $G^2(Gr^*)$ с типовым слоем — подгруппой стационарности $G^2 \subset G$ пары $\{A, N_{m-1}\}$. В подрасслоении $G^2(Gr^*)$ выделяются четыре фактор-расслоения:*

- (1) *расслоение плоскостных линейных реперов (4), (15);*
- (2) *расслоение нормальных линейных реперов (4), (16);*
- (3) *расслоение $H(Gr^*)$ (4), (15)–(17) с типовым слоем H — аффинной фактор-группой (см. [15]);*
- (4) *расслоение нормальных коаффинных реперов (4), (16), (18).*

Замечание 7. Указанные реперы рассматриваются на полунормализованном многообразии Gr^{*2} .

3.3. *Расслоение $G^{1,2}(Gr^*)$.* Произведем одновременно канонизации, рассмотренные в предыдущих пунктах, т.е. $A_\alpha \in N_{n-m}$, $A_a \in N_{m-1}$. При этом будут выполняться одновременно условия (9) и (14). В этом случае структурные уравнения (2) примут вид

$$\begin{aligned} D\omega_b^a = & \omega_b^c \wedge \omega_c^a + \delta_b^a \omega_\alpha \wedge \omega^\alpha + (\delta_b^a g_{c\alpha} \Lambda_\beta^c + g_{b\alpha} \Lambda_\beta^a) \omega^\alpha \wedge \omega^\beta + \\ & + (\delta_b^a g_{e\alpha} \Lambda_\beta^{ec} - \delta_b^c g_{e\beta} \Lambda_\alpha^e + g_{b\alpha} \Lambda_\beta^{ac} - \delta_b^c g_{\beta\alpha}^a - g_{b\beta}^c \Lambda_\alpha^a) \omega^\alpha \wedge \omega_c^\beta + \\ & + (g_{b\alpha} \Lambda_\beta^{ae} + \delta_b^a g_{d\alpha} \Lambda_\beta^{de}) \omega_c^\alpha \wedge \omega_e^\beta; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} D\omega_\beta^\alpha = & \omega_\beta^\gamma \wedge \omega_\gamma^\alpha + (\delta_\beta^\alpha \omega_\gamma + \delta_\gamma^\alpha \omega_\beta) \wedge \omega^\gamma + \delta_\beta^\alpha g_{a\gamma} \Lambda_\mu^a \omega^\gamma \wedge \omega^\mu + \\ & + (\delta_\mu^\alpha g_{\beta\gamma}^a + \delta_\beta^\alpha g_{b\gamma} \Lambda_\mu^{ba} - \delta_\beta^b g_{a\mu}^a \Lambda_\gamma^a) \omega^\gamma \wedge \omega_a^\mu + (\delta_\mu^\alpha g_{\beta\gamma}^{ba} + \delta_\beta^\alpha g_{c\gamma}^a \Lambda_\mu^{cb}) \omega_a^\gamma \wedge \omega_b^\mu; \end{aligned} \quad (20)$$

$$D\omega_\alpha = \omega_\alpha^\beta \wedge \omega_\beta + g_{a\beta}^a g_{a\gamma} \omega^\beta \wedge \omega^\gamma + (g_{a\beta}^b g_{b\gamma}^a - g_{a\gamma}^{ba} g_{b\beta}) \omega^\beta \wedge \omega_a^\gamma + g_{a\beta}^{ab} g_{a\gamma}^c \omega_b^\beta \wedge \omega_c^\gamma. \quad (21)$$

Итак, верна следующая теорема.

Теорема 4. *При одновременной канонизации из сужения $G^{1,2}(Gr^*)$ главного расслоения $G(Gr^*)$, где $G^{1,2}$ — подгруппа стационарности центрированной $(n-m)$ -пары $\{N_{n-m}^*, N_{m-1}\}$ (см. [14]), выделяются следующие три фактор-расслоения:*

- (1) *расслоение плоскостных линейных реперов (4), (19);*
- (2) *расслоение нормальных линейных реперов (4), (20);*
- (3) *расслоение нормальных коаффинных реперов (4), (20), (21).*

Замечание 8. Все реперы, обозначенные в теореме 4, рассматриваются на нормализованном многообразии $Gr^{*1,2}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аль-Хассани М. А., Молдованова Е. А. Отображение аффинного пространства в многообразии нуль-пар проективного пространства// Изв. Томск. пед. ун-та. — 2013. — 322, № 2. — С. 24–28.
2. Белова О. О. Связности в расслоениях, ассоциированных с многообразием Грассмана и пространством центрированных плоскостей// Фундам. прикл. мат. — 2008. — 14, № 2. — С. 29–67.
3. Белова О. О. Грассманоподобное многообразие центрированных плоскостей// Мат. заметки. — 2018. — 104, № 6. — С. 812–822.
4. Евтушик Л. Е. Структуры высших порядков. — М.: Интеллект-центр, 2014.
5. Евтушик Л. Е., Лумисте Ю. Г., Остиану Н. М., Широков А. П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях// Итоги науки и техн. Сер. Пробл. геом. — 1979. — 9. — С. 5–246.
6. Кириченко В. Ф. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях. — М.: МПГУ, 2003.
7. Кривоносов Л. Н., Лукьянов В. А. Уравнения Эйнштейна на четырехмерном многообразии конформной связности без кручения// Ж. Сиб. фед. ун-та. Сер. мат. физ. — 2012. — 5, № 3. — С. 393–408.
8. Лаптев Г. Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико-групповой метод дифференциально-геометрических исследований// Тр. Моск. мат. о-ва. — 1953. — 2. — С. 275–382.
9. Лаптев Г. Ф., Остиану Н. М. Распределения m -мерных линейных элементов в пространстве проективной связности// Тр. геом. сем. ВИНТИ. — 1971. — 3. — С. 49–94.
10. Лумисте Ю. Г. Индуцированные связности в погруженных проективных и аффинных расслоениях// Уч. зап. Тартуск. ун-та. — 1965. — 177. — С. 6–41.
11. Норден А. П. Пространства аффинной связности. — М.: Наука, 1976.
12. Остиану Н. М. Метод Картана—Лаптева в исследовании G -структур на многообразиях// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обз. — 2002. — 30. — С. 5–124.
13. Полякова К. В. Тангенциальнозначные формы 2-го порядка// Мат. заметки. — 2019. — 105, № 1. — С. 84–94.
14. Розенфельд Б. А. Многомерные пространства. — М.: Наука, 1966.
15. Шевченко Ю. И. Оснащения центропроективных многообразий. — Калининград: КГУ, 2000.
16. Шевченко Ю. И. Аффинная, коаффинная и линейная факторгруппы в подгруппе проективной группы// в кн.: Проблемы мат. и физ. наук. — Калининград, 2002. — С. 38–39.
17. Шелехов А. М. О три-тканях, образованных семействами окружностей// Тр. Междунар. геом. центра. — 2012. — 5, № 2. — С. 6–16.
18. Akiwis M. A., Goldberg V. V. A conformal differential invariant and the conformal rigidity of hypersurfaces// Proc. Am. Math. Soc. — 1997. — 125, № 8. — P. 2415–2424.

Белова Ольга Олеговна

Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

E-mail: olgaobelova@mail.ru