Общероссийский математический портал

В. Н. Паймушин, Р. А. Каюмов, С. А. Холмогоров, О закономерностях поведения упруговязкопластического композита при циклическом нагружении, *Изв. вузов. Матем.*, 2019, номер 5, 83–91

DOI: <https://doi.org/10.26907/0021-3446-2019-5-83-91>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.183.62

26 апреля 2023 г., 13:17:58

Краткое сообщение

В.Н. ПАЙМУШИН, Р.А. КАЮМОВ, С.А. ХОЛМОГОРОВ

**О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ПОВЕДЕНИЯ
УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО КОМПОЗИТА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ
НАГРУЖЕНИИ**

Аннотация. Проведены испытания на циклическое нагружение тест-образцов, изготовленных из углеленты ЭЛУР-П со схемой укладки $[+45^\circ / -45^\circ]_{2s}$ и связующего холодного отверждения ХТ-118. Установлено, что при использовании соотношений вязкоупругости с ядром ползучести Абеля отношение вязких частей деформации в моменты времени, которые сдвинуты на величины, кратные периоду нагрузки, не зависят от амплитуды и периода циклической нагрузки, параметра, определяющего степень вязкости материала, а зависит только от параметра, определяющего степень затухания процесса ползучести. Таким же свойством обладает количество энергии, поглощенной за один цикл нагружения. Показано, что независимость секущих и касательных модулей от абсолютных величин максимальных и минимальных напряжений имеет место для любых видов нагрузки и ядер ползучести при использовании линейной теории наследственной упругости и частного вида нелинейной теории вязкопластического течения с упрочнением. Предложен метод последовательной идентификации параметров ядра ползучести, соотношений для вязкопластических и упругих деформаций по результатам анализа данных экспериментов на циклическое нагружение. Он основан на гипотезе о том, что на больших временах ползучести скорость вязкопластических деформаций намного меньше, чем скорость вязкоупругих деформаций. Это позволило на основе теоретических результатов, полученных для ядра Абеля, получить соотношения, из которых можно независимо от других механических характеристик отыскивать параметр затухания по значениям деформаций, замеренных в эксперименте во временах, сдвинутых на целое число периодов. Метод иллюстрируется на примере обработки данных реальных экспериментов, проведенных авторами.

Ключевые слова: углелента, композит, образец, циклическое нагружение, деформация ползучести, наследственная теория упругости, ядро Абеля, модуль упругости, идентификация.

УДК: 539.3

DOI: 10.26907/0021-3446-2019-5-83-91

Поступила в редакцию 17.12.2018, после доработки 17.12.2018. Принята к публикации 19.12.2018

Благодарности. Результаты исследований получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России № 9.5762.2017/ВУ (проект № 9.1395.2017/ПЧ экспериментальные исследования) и за счет средств Российского научного фонда (проект № 19-19-00059 постановки и решения обратной задачи).

1. ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ЦИКЛИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОМПОЗИТА И ФИЗИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

К настоящему времени в научной литературе существует большое количество публикаций, посвященных исследованиям механических свойств при ползучести волокнистых композитов в условиях циклического нагружения (например, [1]–[5]). Большая часть из них посвящена изучению остаточной прочности и жесткости волокнистых композитов при многоцикловом нагружении путем сравнения модуля упругости и предела прочности после некоторого количества циклов нагружения с их значениями, полученными на первом цикле нагружения. На основе экспериментальных данных, как правило, строится зависимость между текущим модулем упругости композита и количеством циклов. Результаты таких экспериментов для консольно закрепленного образца из волокнистого композита можно найти, например, в работе [2]. Обзор различных моделей, характеризующих остаточную жесткость композитов, содержится, в частности, в [3]. Для волокнистого композита на основе углеволокна и эпоксидного связующего вопросам построения моделей, описывающих падение модуля упругости в процессе многократного нагружения, посвящена работа [4]. В ней предполагается, что жесткость при разрушении пропорциональна действующему напряжению. Предложено дифференциальное соотношение для скорости уменьшения модуля упругости материала в зависимости от количества циклов нагружения, которое путем интегрирования по числу циклов приводится к конечной формуле. На основе проведенных экспериментов на циклическое растяжение образцов из волокнистого композита с углами укладки $+/- 35^\circ$ показано неплохое согласование эксперимента и расчетов согласно построенной модели. В работе [5] исследование проводится для однонаправленного композита на основе стекловолокна в условиях сдвига при многократном циклическом нагружении тест-образцов со схемой укладки $[+45^\circ/-45^\circ]_{2s}$ (s — число монослоев).

Авторами предлагаемой работы также был проведен ряд экспериментальных исследований на длительное растяжение и циклическое нагружение волокнистого композита на основе углеродной ЭЛУР-П и связующего ХТ-118 со схемой укладки $[+45^\circ/-45^\circ]_{2s}$ (см. например, [6], где представлены результаты изучения механизмов формирования остаточных деформаций волокнистых композитов слоистой структуры при циклическом нагружении). Исходя из анализа авторских экспериментов и литературных источников можно сделать предположение, что полную осевую деформацию с достаточной точностью можно представить в виде

$$\varepsilon = \varepsilon^{\text{nel}}(\sigma) + \varepsilon^r(\sigma, t) + \varepsilon^v(\sigma, t). \quad (1)$$

Здесь ε^{nel} — нелинейно обратимая часть, ε^r — вязкопластическая часть (необратимая деформация ползучести), ε^v — вязкоупругая часть (наследственно упругая обратимая составляющая) деформации. В этой работе будем считать справедливым обобщение гипотезы Качанова [7], а именно, примем, что деформации ε^v , ε^{nel} и ε^r развиваются независимо друг от друга.

Выбор физических соотношений для ε^v , ε^r должен быть определен в соответствии с результатами экспериментов, анализ которых показал, что в качестве таковых можно использовать представления вида

$$d\varepsilon^r/dt = F(\sigma, \varepsilon^r),$$

$$\varepsilon^v = B \int_0^t \frac{\sigma(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad \alpha < 1, \quad B > 0. \quad (2)$$

2. ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО КОМПОЗИТА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Теорема. Пусть нагрузка является циклической, а ядро ползучести представляет собой ядро Абеля вида (2). Тогда в моменты времени, которые отличаются на величины, кратные периоду цикла T , отношения вязких частей деформаций не будут зависеть ни от периода цикла, ни от амплитуды нагрузки и параметра B ядра ползучести, а будут зависеть только от параметра α .

Доказательство. Исследуем задачу о циклическом нагружении элемента конструкции напряжением, изменяющимся по закону $\sigma = \sigma(\tau) = \sigma(\tau + T)$. Поскольку $\sigma(\tau)$ — периодическая функция, то ее можно разложить в следующий тригонометрический ряд:

$$\sigma(\tau) = \sigma_0 \left(1 + \left[\sum_{m=1}^{\infty} s_m \sin \frac{2\pi m \tau}{T} + c_m \cos \frac{2\pi m \tau}{T} \right] \right). \quad (3)$$

Введя замену переменных $\tau^* = \tau/T$, $t^* = t/T$, соотношения (3) перепишем в виде

$$\sigma(\tau) = \sigma_0 \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} [s_m \sin(2\pi m \tau^*) + c_m \cos(2\pi m \tau^*)] \right) = \sigma_0 f(\tau^*). \quad (4)$$

Следовательно, в соответствии с (2) получим

$$\varepsilon^v(t) = BT^{1-\alpha} \sigma_0 \int_0^{t^*} f(\tau^*) (t^* - \tau^*)^{-\alpha} d\tau^*. \quad (5)$$

Запишем теперь выражение (5) для момента времени $t = t^*T + T = (t^* + 1)T$

$$\varepsilon^v(t + T) = BT^{1-\alpha} \sigma_0 \int_0^{t^*+1} f(\tau^*) (t^* + 1 - \tau^*)^{-\alpha} d\tau^*$$

и отношение деформаций ε^v , вычисленных со сдвигом в один период,

$$\varepsilon^v(t + T)/\varepsilon^v(t) = \int_0^{t^*+1} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + 1 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* \bigg/ \int_0^{t^*} \frac{f(\tau^*)}{(t^* - \tau^*)^\alpha} d\tau^*. \quad (6)$$

Как видно из (6), это отношение не зависит ни от σ_0 (амплитуды напряжения), ни от периода циклической нагрузки T , ни от параметра B ядра ползучести, а зависит только от параметра α и вида нагрузки $f(\tau^*)$. Аналогичным образом для случая, когда рассматриваемое время отличается от какого-то другого времени на каком-либо цикле нагружения на величину, кратную периоду цикла, получим

$$\varepsilon^v(t + Tn)/\varepsilon^v(t + Tk) = \int_0^{t^*+n} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n - \tau^*)^\alpha} d\tau^* \bigg/ \int_0^{t^*+k} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + k - \tau^*)^\alpha} d\tau^*. \quad (7)$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что отношения вязких частей деформации, отличающихся от какого-либо выбранного заранее времени t на величины, кратные периоду цикла T , не будут зависеть от T , σ_0 , B . $\square$

Следствие. Если подсчитать энергии, поглощенные, например, за один период на соседних циклах по напряжениям, то их отношения также не будут зависеть от периода циклической нагрузки, от амплитуды нагрузки и от параметра, определяющего степень вязкости материала, т. е. от параметров T , σ_0 , B . Действительно, эти работы будут подсчитываться по следующим соотношениям:

$$W_n = \int_{T_n}^{T(n+1)} \sigma(t) \varepsilon^v(t) dt = (\sigma_0)^2 B T^{1-\alpha} \int_{t^*+n}^{t^*+n+1} \left[f(\theta^*) \int_n^{\theta^*+n} \frac{f(\tau^*)}{(t^*+n-\tau^*)^\alpha} d\tau^* \right] d\theta^*,$$

$$W_{n+1} = \int_{T(n+1)}^{T(n+2)} \sigma(t) \varepsilon^v(t) dt = (\sigma_0)^2 B T^{1-\alpha} \int_{t^*+n+1}^{t^*+n+2} \left[f(\theta^*) \int_{n+1}^{\theta^*+n+1} \frac{f(\tau^*)}{(t^*+n+1-\tau^*)^\alpha} d\tau^* \right] d\theta^*.$$

Отсюда следует сформулированное выше утверждение о том, что отношение W_n к W_{n+1} зависит только от одной механической характеристики α :

$$\psi = W_n/W_{n+1} = \psi(n, \alpha). \quad (8)$$

Нетрудно видеть, что полученное утверждение может быть обобщено на случай не только соседних циклов. Отметим, что в теории демпфирования колебаний (например, [8]) имеет место экспериментально подтвержденный факт, согласно которому ψ не зависит от периода колебаний, подобно (8). Однако в общем случае он зависит от напряжений.

Как известно, секущий и касательный модули упругости $E(t)$ и $E_k(t)$ вводятся в рассмотрение в соответствии с соотношениями

$$\varepsilon = \sigma/E(t), \quad \Delta\varepsilon = \Delta\sigma/E_k(t). \quad (9)$$

Рассмотрим случай, когда упругая часть деформаций связана с напряжениями законом

$$\varepsilon^{\text{nel}} = \sigma/E^{\text{nel}}(\sigma_{\text{sup}}).$$

Такой вариант определяющих соотношений применяется при описании поведения композитов, получающих повреждения на предварительной стадии нагружения (например, [9]) с целью исключения последующей зависимости E^{nel} от напряжений. При этом предполагается, что после предварительного нагружения до σ_{sup} была проведена разгрузка, а в дальнейшем максимальное напряжение σ_{max} не будет превышать значения σ_{sup} . В общем случае можно предполагать зависимость модуля E^{nel} от времени ввиду старения материала. Тогда на последующих циклах нагружения можно использовать закон упругости в виде

$$\varepsilon^{\text{nel}} = \sigma/E^{\text{nel}}(t, \sigma_{\text{sup}}).$$

Вязкопластическую часть деформации ε^r считаем зависящей от напряжений в варианте нелинейной теории вязкопластического течения с упрочнением следующего частного вида:

$$d\varepsilon^r/dt = (\sigma(t)/\chi(t))^{m+1} / (\varepsilon^r)^m. \quad (10)$$

Здесь $\chi(t)$ — коэффициент вязкости, который может изменяться с течением времени ввиду старения материала. В этом случае для ε^r получим выражение

$$\varepsilon^r = \left((m+1) \int_0^t (\sigma(\tau)/\chi(\tau))^{m+1} d\tau \right)^{\frac{1}{m+1}}. \quad (11)$$

Для напряжений примем представление

$$\sigma(t) = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})f(t) + \sigma_{\min}, \quad 0 \leq f(t) \leq 1, \quad (12)$$

где $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$ — максимальное и минимальное значения напряжений. Предполагается, что $\sigma_{\max} \neq 0$. В противном случае можно считать, что напряжения пропорциональны не $\sigma_{\max}$, а $\sigma_{\min}$. Введя обозначение $c = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$, выражение (12) перепишем в виде

$$\sigma(t) = \sigma_{\max}((1-c)f(t) + c),$$

что позволяет полную деформацию (11) определить выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{\sigma_{\max}((1-c)f(t) + c)}{E^{\text{nel}}(t, \sigma_{\sup})} + B\sigma_{\max} \int_0^t ((1-c)f(\tau) + c) H(t-\tau) d\tau + \\ & + \sigma_{\max} \left((m+1) \int_0^t [((1-c)f(\tau) + c)/\chi(\tau)]^{m+1} d\tau \right)^{\frac{1}{m+1}}. \end{aligned} \quad (13)$$

После подстановки (13) в (9) можно видеть, что и секущий, и касательный модули упругости не зависят от величин напряжений $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$, а зависят только от их отношений c , причем это утверждение справедливо для любых ядер ползучести, а не только для ядра Абеля, а также для любых траекторий нагружения (а не только циклических) при условии, что после предварительного нагружения до $\sigma_{\sup}$ была проведена разгрузка.

3. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

Доказанная выше теорема, записанная в виде (7), позволяет предложить метод решения следующей обратной задачи, а именно, задачи идентификации параметра α ядра ползучести Абеля по результатам экспериментов на циклическое нагружение. Запишем соотношение (7) для $n = n_1$ и $n = n_2$. Вычитая одно из полученных соотношений из другого после умножения на знаменатель выражений, стоящих в (7) слева, придем к соотношению

$$\begin{aligned} & (\varepsilon^v(t + Tn_1) - \varepsilon^v(t + Tn_2)) / \varepsilon^v(t + Tk) = \\ & = \left(\int_0^{t^*+n_1} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_1 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* - \int_0^{t^*+n_2} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_2 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* \right) / \int_0^{t^*+k} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + k - \tau^*)^\alpha} d\tau^*. \end{aligned} \quad (14)$$

Аналогичную зависимость можно записать для случаев $n = n_3$ и $n = n_4$:

$$\begin{aligned} & (\varepsilon^v(t + Tn_3) - \varepsilon^v(t + Tn_4)) / \varepsilon^v(t + Tk) = \\ & = \left(\int_0^{t^*+n_3} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_3 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* - \int_0^{t^*+n_4} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_4 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* \right) / \int_0^{t^*+k} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + k - \tau^*)^\alpha} d\tau^*. \end{aligned} \quad (15)$$

Разделив (14) на (15), получим

$$(\varepsilon^v(t + Tn_1) - \varepsilon^v(t + Tn_2)) / (\varepsilon^v(t + Tn_3) - \varepsilon^v(t + Tn_4)) = c^v, \quad (16)$$

где

$$c^v = \left(\int_0^{t^*+n_1} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_1 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* - \int_0^{t^*+n_2} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_2 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* \right) / \left(\int_0^{t^*+n_3} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_3 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* - \int_0^{t^*+n_4} \frac{f(\tau^*)}{(t^* + n_4 - \tau^*)^\alpha} d\tau^* \right). \quad (17)$$

Видно, что в правую часть соотношения (16) из механических характеристик входит только параметр α . Таким образом, при его идентификации можно решать задачу вязкоупругости с произвольными характеристиками E и B , а вместо правой части в (16) подставлять найденное из эксперимента выражение

$$c_{\text{exp}}^v = (\varepsilon_{\text{exp}}^v(t + Tn_1) - \varepsilon_{\text{exp}}^v(t + Tn_2)) / (\varepsilon_{\text{exp}}^v(t + Tn_3) - \varepsilon_{\text{exp}}^v(t + Tn_4)).$$

Основной трудностью при этом является задача вычленения $\varepsilon_{\text{exp}}^v$ из (1), поскольку в экспериментах можно измерить только полную деформацию ε_{exp} . Для решения этой задачи примем подтвержденную экспериментами гипотезу о том, что скорости наследственно упругих и вязкопластических деформаций при больших временах сильно различаются. Это говорит о том, что по прошествии достаточно большого количества циклов приращение деформаций при одних и тех же значениях напряжений представляет собой лишь приращение вязкоупругих деформаций ε^v . При этом необходимо также использовать несимметричные циклические нагрузки. Тогда вместо (17) можно записать соотношение

$$c_{\text{exp}}^v = (\varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_1) - \varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_2)) / (\varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_3) - \varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_4)).$$

Здесь считается, что при всех $n_i \gg 1$

$$(\varepsilon^v(t + Tn_1) - \varepsilon^v(t + Tn_2)) / (\varepsilon^v(t + Tn_3) - \varepsilon^v(t + Tn_4)) \approx c_{\text{exp}}^v. \quad (18)$$

Записывая (18) для ряда значений n_i , получим систему уравнений относительно параметра α , решение которой можно найти, например, методом минимизации ее квадратичной невязки.

После этого для ряда значений $n_1, n_2 \gg 1$ можно записать следующую систему уравнений для отыскания параметра B :

$$\varepsilon^v(t + Tn_1) - \varepsilon^v(t + Tn_2) = \varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_1) - \varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_2).$$

Ее решение можно искать тем же способом.

Далее можно перейти к аппроксимации соотношений для вязкопластических деформаций в варианте теории упрочнения (например, в виде (10)). В дальнейшем при обработке экспериментальных результатов применялось соотношение

$$d\varepsilon^r/dt = \chi_0 \sigma / (1 + (\chi_1 \varepsilon^r)^m). \quad (19)$$

Для записи системы уравнений относительно искомых параметров χ_0 , χ_1 , m теперь надо записать зависимости для разностей деформаций при малых временах (т. е. при $n_1, n_2 \sim 1$) в виде

$$\varepsilon^r(t + Tn_1) - \varepsilon^r(t + Tn_2) + \varepsilon^v(t + Tn_1) - \varepsilon^v(t + Tn_2) = \varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_1) - \varepsilon_{\text{exp}}(t + Tn_2). \quad (20)$$

Решение уравнения (19) в общем случае приходится проводить численно. Если же принять, что при $n_1, n_2 \geq 1$ вязкопластические деформации ε^r уже достаточно развиты, то можно пренебречь единицей в знаменателе в соотношении (19). Тогда, во-первых, уменьшается число искомых параметров, так как можно ввести одну искомую константу $\chi = \chi_0/\chi_1^m$, а во-вторых, уравнение легко решается (сводится к квадратурам), поскольку это является частным случаем соотношения (10). Решение системы (20) в числовых примерах также проводилось методом минимизации ее квадратичной невязки.

На последнем этапе можно найти функции, аппроксимирующие секущий $E^{\text{nel}}(\sigma)$ и касательный $E_k^{\text{nel}}(\sigma)$ модули упругости, которые вводятся соотношениями

$$\varepsilon^{\text{nel}} = \sigma/E^{\text{nel}}(\sigma), \quad \Delta\varepsilon^{\text{nel}} = \Delta\sigma/E_k^{\text{nel}}(\sigma).$$

Для этого необходимо рассматривать диаграмму деформирования на начальном участке первого цикла нагружения, но с учетом уже найденных законов вязкоупругого и вязкопластического законов деформирования. Тогда для их определения можно использовать выражения вида

$$\varepsilon^{\text{exp}} - \varepsilon^r - \varepsilon^v = \sigma^{\text{exp}}/E^{\text{nel}}(\sigma), \quad \Delta(\varepsilon^{\text{exp}} - \varepsilon^r - \varepsilon^v) = \Delta\sigma^{\text{exp}}/E_k^{\text{nel}}(\sigma).$$

Изложенный подход был использован для получения упругих и реологических характеристик упомянутого выше материала. В результате обработки данных экспериментов, проведенных авторами, были получены следующие значения искомых величин:

$$B = 4.01 \cdot 10^{-6} \text{сек}^{\alpha-1}/\text{МПа}, \quad \alpha = 0.7101, \quad E^{\text{nel}}(0) = 12400 \text{МПа}, \\ \chi_0 = 4.015 \cdot 10^{-8} (\text{сек} \cdot \text{МПа})^{-1}, \quad \chi_1 = 1.913 \cdot 10^3, \quad m = 22.1.$$

На рис. 1 для наглядности приведены только значения деформаций за вычетом упругих частей при максимальных напряжениях. Строго говоря, максимальные деформации достигаются с некоторыми запаздываниями по сравнению с напряжениями. Однако это запаздывание для рассмотренного эксперимента практически мало уловимо графически.

Рис. 1. Зависимость неупругой части деформаций (суммы $\varepsilon^r + \varepsilon^v$) от номера цикла (маркерами обозначены экспериментальные результаты)

Таким образом, можно прийти к заключению о том, что предложенные гипотезы и полученные на их основе выводы подтверждаются экспериментальными данными, а метод идентификации, использующий результаты изложенного выше анализа вязкоупругих деформаций, позволяет легче и надежнее определять параметры ядра ползучести Абеля.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Работнов Ю.Н. *Ползучесть элементов конструкций* (Наука, М., 1966).
- [2] Van Paeregem W., Degrieck J. *A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites*, Internat. J. Fatigue **24** (7), 747–762 (2002).
- [3] Van Paeregem W. *Fatigue damage modelling of composite materials with the phenomenological residual stiffness approach*, Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures. **1**, 102–138 (2010).
- [4] Whitworth H.A. *A stiffness degradation model for composite laminates under fatigue loading*, Fatigue Life Prediction of Composite Structures **40** (2), 95–101 (1998).
- [5] Van Paeregem W., De Baere I., Degrieck J. *Modelling the nonlinear shear stress-strain response of glass fiber-reinforced composites. Part I: Experimental results*, Composite Sci. and Technology **66** (10), 1455–1464 (2006).
- [6] Паймушин В.Н., Каюмов Р.А., Холмогоров С.А. *Экспериментальные исследования механизмов формирования остаточных деформаций волокнистых композитов слоистой структуры при циклическом нагружении*, Учен. зап. Казанск. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки **159** (4), 473–492 (2017).
- [7] Качанов Л.М. *О времени разрушения в условиях ползучести*, Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. **8**, 26–31 (1958).
- [8] Вибрации в технике. Справочник в 6-ти томах. — Машиностроение, 1981. — Т. 6. Защита от вибраций и ударов/ Под ред. К.В. Фролова. 1981.
- [9] Giannadakis K., Varna J. *Analysis of nonlinear shear stress-strain response of unidirectional GF/EP composite*, Composites Part A: Appl. Sci. and Manufacturing **62**, 67–76 (2014).

Виталий Николаевич Паймушин

Казанский национальный исследовательский технический университет,
ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия;

Казанский федеральный университет,
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия,

e-mail: vpaismushin@mail.ru

Рашид Абдулхакович Каюмов

Казанский государственный архитектурно-строительный университет,
ул. Зеленая, д. 1, г. Казань, 420043, Россия;

Казанский национальный исследовательский технический университет,
ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия,

e-mail: kayumov@rambler.ru

Сергей Андреевич Холмогоров

Казанский национальный исследовательский технический университет,
ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия,

e-mail: hkazan@yandex.ru

V.N. Paimushin, R.A. Kayumov and S.A. Kholmogorov

On the regularities of behavior of an elastic-viscoplastic composite under cyclic loading

Abstract. Tests were performed on cyclic loading of the specimens made of ELUR-P carbon tape with the lay-up sequence $[+45^\circ / -45^\circ]_{2s}$ and cold-curing binder XT-118. It has been established that when using viscoelasticity relations with Abel's creep kernel, the ratio of viscous parts of strain at times that are shifted by values, that are multiple to the load period does not depend on the amplitude and period of the cyclic load, the parameter that determines the degree of viscosity of the material, but depends only on the parameter determining the degree of attenuation of the creep process. The same property has the amount of energy absorbed in one loading cycle. It is shown that the independence of secant and tangent moduli from the absolute values of maximum and minimum stresses occurs for any kind of load and creep kernels using the linear theory of hereditary elasticity and a particular type of non-linear theory of viscoplastic flow with hardening. A method of sequential identification of creep kernel parameters, relations for viscoplastic and elastic strain based on the results of analysis of experimental data on cyclic loading is proposed. It is based on the hypothesis that at large creep times the rate of viscoplastic strain is much less than the rate of viscoelastic strain. This made it possible, on the basis of theoretical results obtained for the Abel's kernel, to obtain ratios from which it is possible, independently of other mechanical characteristics, to find the attenuation parameter from the strain values, measured experimentally in times shifted by an integer number of periods. The method is illustrated by the example of data processing of real experiments conducted by the authors.

Keywords: unidirectional carbon fiber reinforced plastic, composite, specimen, cyclic loading, creep strain, hereditary theory of elasticity, Abel's core, modulus of elasticity, identification.

Vitaliy Nikolaevich Paimushin

Kazan National Research Technical University,

10 K. Marks str., Kazan, 420111 Russia;

Kazan Federal University,

18 Kremlyovskaya str., Kazan, 420008 Russia,

e-mail: vpajmushin@mail.ru

Rashit Abdulkhakovich Kayumov

Kazan State University of Architecture and Building Construction,

1 Zelenaya str., Kazan, 420043 Russia;

Kazan National Research Technical University,

10 K. Marks str., Kazan, 420111 Russia,

e-mail: kayumov@mail.ru

Sergey Andreevich Kholmogorov

Kazan National Research Technical University,

10 K. Marks str., Kazan, 420111 Russia,

e-mail: hkazan@yandex.ru