Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. Н. Гумеров, О накрывающих группах, *Изв. вузов. Матем.*, 2020, номер 3, 85–91

DOI: <https://doi.org/10.26907/0021-3446-2020-3-85-91>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.135.184

26 апреля 2023 г., 13:36:45

Краткое сообщение, представленное А.М. Бикчентаевым

Р.Н. ГУМЕРОВ

О НАКРЫВАЮЩИХ ГРУППАХ

Аннотация. В статье рассматриваются конечнолистные накрывающие отображения из связных компактных пространств на топологические группы. Для такого отображения мы приводим метод введения в его накрывающем пространстве групповой структуры. Оборудованное этой структурой накрывающее пространство становится топологической группой, а заданное накрывающее отображение превращается в непрерывный гомоморфизм компактных связных групп.

Ключевые слова: компактное пространство, компактная связная группа, конечнолистное накрывающее отображение, накрывающая группа, накрывающее пространство, непрерывный гомоморфизм.

УДК: 515.1:517.986

DOI: 10.26907/0021-3446-2020-3-85-91

Введение. При рассмотрении накрывающего отображения из топологического пространства на топологическую группу естественно поставить следующий вопрос. *Существует ли на накрывающем пространстве такая структура группы, которая, во-первых, согласована с топологией этого пространства и, во-вторых, накрывающее отображение становится гомоморфизмом топологических групп после введения этой групповой структуры?*

Положительный ответ на такой вопрос для какого-либо класса накрывающих отображений мы называем теоремой о накрывающей группе. Для накрывающих отображений между связными локально линейно связными пространствами и топологическими группами теорема о накрывающей группе была доказана Л.С. Понтрягиным (см., например, [1], теорема 79). Напомним формулировку этого результата в следующей форме.

Теорема (Понтрягина). Пусть G — связная локально линейно связная топологическая группа с единицей e и $f : X \rightarrow G$ — накрывающее отображение из линейно связного топологического пространства X . Пусть $x_0 \in f^{-1}(e)$. Тогда существует умножение на X такое, что (X, x_0) является топологической группой, а отображение f — непрерывным гомоморфизмом топологических групп.

В доказательстве теоремы Понтрягина о накрывающей группе групповое умножение на накрывающем пространстве определяется с помощью поднятия путей. Следует отметить,

Поступила в редакцию 15.12.2019, после доработки 15.12.2019. Принята к публикации 18.12.2019.

Благодарности. Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект № 1.13556.2019/13.1.

что указанная групповая структура единственна для выбранного в качестве единичного элемента x_0 . Более того, если группа G абелева, то и группа (X, x_0) является абелевой. В частности, из теоремы Понтрягина следует существование требуемой групповой структуры на связном накрывающем пространстве группы Ли.

Изучение сформулированного выше вопроса для различных классов накрывающих отображений, а также приложений соответствующих теорем о накрывающих группах и тесно связанных с ними задач, содержится в ряде работ (см. [2]–[16] и ссылки в них). В статье [2] теорема о накрывающей группе доказывается для конечнолистного накрывающего отображения, базой которого является компактная связная, вообще говоря, не локально связная группа, содержащая плотную однопараметрическую подгруппу. Групповая структура в этом случае вводится с помощью действия группы действительных чисел на накрывающем пространстве. Отметим, что доказательство теоремы Вальтера–Бора–Фландерса [17] о почти периодических решениях алгебраического уравнения с отделенным от нуля дискриминантом может быть получено с помощью этого результата. В работах [4], [8], [9] теорема о накрывающей группе доказывается для конечнолистного накрывающего отображения $p : X \rightarrow G$ из связного пространства X на произвольную связную компактную группу G . При этом заданное накрытие аппроксимируется семейством накрывающих отображений групп Ли, к которым применима теорема Понтрягина о накрывающей группе, и групповая операция на накрывающем пространстве вводится с помощью предельного перехода. В статье [10] построено бесконечнолистное накрытие из связного пространства на компактную связную группу, для которого ответ на поставленный выше вопрос отрицателен.

В данной статье используются построения из работ [4], [9]. Мы показываем, что для введения требуемой групповой структуры на накрывающем пространстве конечнолистного накрытия $p : X \rightarrow G$ достаточно взять лишь один элемент аппроксимирующей конструкции из статей [4], [9]. При этом групповое умножение в накрывающей группе определяется аналитически, т. е. с помощью формулы, в записи которой участвуют построенные функции.

Статья состоит из введения и трех разделов. В первом разделе содержатся определения и сведения, необходимые для дальнейшего изложения. Во втором разделе приведены построения вспомогательных окрестностей и функций из [4], [9]. Третий раздел посвящен введению групповой структуры на связном конечнолистном накрывающем пространстве компактной связной группы.

1. Обозначения и предварительные сведения. На протяжении всей статьи через $p : X \rightarrow G$ обозначается n -листное накрывающее отображение из связного хаусдорфова пространства X на произвольную компактную связную группу G , где $n \geq 2$. Напомним, что это означает наличие у каждой точки $g \in G$ окрестности O в G такой, что полный прообраз $p^{-1}(O)$ представляется в виде объединения непересекающихся окрестностей $U_1, \dots, U_n$ в пространстве X , каждую из которых p отображает гомеоморфно на окрестность O . При этом говорят, что окрестность O правильно накрыта слоями $U_1, \dots, U_n$ или отображением p . Легко видеть, что в этом случае накрывающее пространство X необходимо является компактным.

Как хорошо известно, существует обратная система

$$\{G_\lambda, \pi_\lambda^\mu : G_\mu \rightarrow G_\lambda, \Lambda\}, \quad (1)$$

состоящая из компактных связных групп Ли G_λ и их непрерывных гомоморфизмов π_λ^μ , над индексным множеством Λ , направленным вверх отношением частичного порядка $\prec$, такая, что группа G является ее обратным пределом в категории компактных групп и их непрерывных гомоморфизмов:

$$G = \varprojlim \{G_\lambda, \pi_\lambda^\mu, \Lambda\}. \quad (2)$$

Напомним, что непрерывный гомоморфизм $\pi_\lambda^\mu : G_\mu \longrightarrow G_\lambda$ определен для каждой пары индексов $\lambda, \mu \in \Lambda$, удовлетворяющих условию $\lambda \prec \mu$. Для каждого индекса $\lambda \in \Lambda$ гомоморфизм $\pi_\lambda^\lambda : G_\lambda \longrightarrow G_\lambda$ является тождественным отображением. Гомоморфизмы π_λ^μ называются связующими для обратной системы (1). При этом для любых индексов $\lambda, \mu, \nu \in \Lambda$, удовлетворяющих условиям $\lambda \prec \mu$ и $\mu \prec \nu$, выполняется равенство гомоморфизмов $\pi_\lambda^\nu = \pi_\lambda^\mu \circ \pi_\mu^\nu$. Кроме того, для каждого индекса $\lambda \in \Lambda$ имеется гомоморфизм $\pi_\lambda : G \longrightarrow G_\lambda$, называемый проекцией такой, что для любой пары индексов $\lambda, \mu \in \Lambda$, удовлетворяющих соотношению $\lambda \prec \mu$, выполняется равенство гомоморфизмов $\pi_\lambda = \pi_\lambda^\mu \circ \pi_\mu$. Следует подчеркнуть, что все связующие гомоморфизмы π_λ^μ и все проекции π_λ являются открытыми и сюръективными отображениями. Также напомним, что семейство всех множеств вида $\pi_\lambda^{-1}(U)$, где U — окрестность в группе G_λ , а индекс λ пробегает произвольное конфинальное подмножество в Λ , образует базу топологии обратного предела (2).

Напомним определение диагонали отображений. Пусть даны произвольные топологические пространства $Y_1, \dots, Y_t$ и непрерывные отображения $f_s : X \rightarrow Y_s, s = 1, \dots, t, t \in \mathbb{N}$. Диагональю отображений $f_1, \dots, f_t$ называется непрерывное отображение в декартово произведение пространств $Y_1, \dots, Y_t$, задаваемое формулой

$$f_1 \Delta \dots \Delta f_t : X \longrightarrow \prod_{s=1}^t Y_s : x \longmapsto (f_1(x), \dots, f_t(x)), \quad x \in X.$$

2. Вспомогательные построения и утверждения. Сначала построим вложение накрывающего пространства X в декартово произведение $G \times \mathbb{C}^m$, где $\mathbb{C}^m$ — комплексное m -мерное пространство с естественной топологией, $m \in \mathbb{N}$. Для этого нам потребуются ввести дополнительные отображения и окрестности, которые будут вовлечены в дальнейшие рассуждения. Затем для некоторого индекса $\gamma \in \Lambda$ будет построено n -листное накрывающее отображение $p_\gamma : X_\gamma \longrightarrow G_\gamma$ из некоторого линейно связного пространства X_γ на связную компактную группу Ли G_γ . При этом будет построен морфизм между заданным накрывающим отображением $p : X \longrightarrow G$ и накрытием $p_\gamma : X_\gamma \longrightarrow G_\gamma$ в категории стрелок, т. е. коммутативный квадрат. Все эти конструкции и теорема Понтрягина о накрывающей группе позволят нам в следующем разделе статьи ввести групповую структуру на накрывающем пространстве X .

В силу компактности рассматриваемых топологических групп и описания базы топологии в пределе обратной системы (1), можем выбрать и зафиксировать индекс $\alpha \in \Lambda$ и конечное открытое покрытие $\{W_1^\alpha, \dots, W_m^\alpha\}$ компактной группы G_α такие, что, во-первых, семейство полных прообразов $\{\pi_\alpha^{-1}(W_1^\alpha), \dots, \pi_\alpha^{-1}(W_m^\alpha)\}$ образует конечное покрытие компактной группы G , а, во-вторых, каждое из множеств $\pi_\alpha^{-1}(W_k^\alpha)$ правильно накрыто отображением p , где $m \in \mathbb{N}$. Для краткости для каждого $k = 1, \dots, m$ введем обозначение $W_k := \pi_\alpha^{-1}(W_k^\alpha)$ и рассмотрим разложение полного прообраза $p^{-1}(W_k)$ на слои:

$$p^{-1}(W_k) = \bigsqcup_{l=1}^n V_l^k. \quad (3)$$

Таким образом, для каждого числа $l \in \{1, \dots, n\}$ ограничение заданного накрывающего отображения p на окрестность V_l^k является гомеоморфизмом между V_l^k и W_k .

Для дальнейших построений в каждом разбиении (3) полного прообраза $p^{-1}(W_k)$ фиксируем нумерацию слоев $V_1^k, \dots, V_n^k$ нижним индексом.

Используя свойства топологии группы G , построим ее открытое покрытие

$$\{U_1, \dots, U_m\} \quad (4)$$

такое, что выполняются свойства

$$\overline{U}_k \subset W_k, \quad U_k = \pi_\beta^{-1}(U_k^\beta), \quad (5)$$

где $k = 1, \dots, m$, индекс $\beta \in \Lambda$ удовлетворяет условию $\alpha \prec \beta$, а $\{U_1^\beta, \dots, U_m^\beta\}$ открытое покрытие группы G_β .

Далее, рассмотрим семейство $\{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}$ непрерывных функций $\varphi_k : G_\beta \rightarrow [0, 1]$, $k = 1, \dots, m$, которое является разбиением единицы на группе G_β , подчиненным открытому покрытию $\{U_1^\beta, \dots, U_m^\beta\}$. Таким образом, носитель функции φ_k содержится в окрестности U_k , и для каждого элемента $g \in G_\beta$ выполняется равенство $\sum_{k=1}^m \varphi_k(g) = 1$.

Теперь для каждого числа $k = 1, \dots, m$ определим функции

$$\psi_k := \varphi_k \circ \pi_\beta : G \rightarrow [0, 1], \quad \hat{\psi}_k := \varphi_k \circ \pi_\beta \circ p : X \rightarrow [0, 1]. \quad (6)$$

Непосредственно проверяется, что семейства функций $\{\psi_1, \dots, \psi_m\}$ и $\{\hat{\psi}_1, \dots, \hat{\psi}_m\}$, определяемых формулой (6), являются разбиениями единицы соответственно на группе G и на пространстве X , подчиненными покрытиям (4) и $\{p^{-1}(U_1), \dots, p^{-1}(U_m)\}$.

Далее для каждого числа $k = 1, 2, \dots, m$ сначала определим комплекснозначную функцию $f_k : X \rightarrow \mathbb{C}$, положив $f_k(x) = 0$ при x , лежащем вне $p^{-1}(W_k)$, и $f_k(x) = \exp\left(i\frac{2\pi}{n}(l-1)\right)$, если $x \in V_l^k$, $l = 1, \dots, n$. Затем рассмотрим функцию $\hat{f}_k : X \rightarrow \mathbb{C}$, задаваемую формулой $\hat{f}_k(x) = \hat{\psi}_k(x)f_k(x)$, где $x \in X$. Отметим, что из свойства (5) вытекает непрерывность каждой функции $\hat{f}_k$ на всем пространстве X .

Следующим шагом построим диагональ непрерывных отображений p и $\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_m$:

$$p \triangle \hat{f}_1 \triangle \dots \triangle \hat{f}_m : X \rightarrow G \times \mathbb{C}^m : x \mapsto (p(x), f_1(x), \dots, f_m(x)), \quad (7)$$

где $x \in X$. Для краткости обозначим это отображение через Ψ .

Лемма 1. *Непрерывное отображение Ψ является вложением компактного пространства X в декартово произведение $G \times \mathbb{C}^m$.*

Замечание. В проведенных выше построениях для доказательства того факта, что конечнолистное накрывающее пространство X вкладывается в декартово произведение $G \times \mathbb{C}^m$, достаточно было ограничиться покрытием $\{W_1, \dots, W_m\}$ без рассмотрения его «сжатия» (4) (см. [2], лемма 1). Дело в том, что вписанное покрытие (4) используется для доказательства леммы 2.

Для каждого индекса $\gamma \in \Lambda$, удовлетворяющего условию $\beta \prec \gamma$, рассмотрим диагональ отображений

$$(\pi_\gamma \circ p) \triangle \hat{f}_1 \triangle \hat{f}_2 \triangle \dots \triangle \hat{f}_m : X \rightarrow G_\gamma \times \mathbb{C}^m.$$

Введем обозначение для образа этой диагонали

$$X_\gamma = \left\{ \left(\pi_\gamma(p(x)), \hat{f}_1(x), \hat{f}_2(x), \dots, \hat{f}_m(x) \right) : x \in X \right\} \subset G_\gamma \times \mathbb{C}^m.$$

Ясно, что X_γ является компактным связным пространством.

Далее определим отображения

$$h_\gamma : X \rightarrow X_\gamma : x \mapsto (\pi_\gamma \circ p) \triangle \hat{f}_1 \triangle \hat{f}_2 \triangle \dots \triangle \hat{f}_m(x),$$

$$p_\gamma : X_\gamma \rightarrow G_\gamma : \left(\pi_\gamma(p(x)), \hat{f}_1(x), \hat{f}_2(x), \dots, \hat{f}_m(x) \right) \mapsto \pi_\gamma(p(x)),$$

где $x \in X$. Легко видеть, что h_γ и проекция p_γ являются сюръективными непрерывными отображениями, и диаграмма

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{p} & G \\ h_\gamma \downarrow & & \downarrow \pi_\gamma \\ X_\gamma & \xrightarrow{p_\gamma} & G_\gamma \end{array} \quad (8)$$

коммутативна, т. е. справедливо равенство $\pi_\gamma \circ p = p_\gamma \circ h_\gamma$.

Лемма 2 ([9], лемма). *Существует индекс $\gamma \in \Lambda$ такой, что выполняется условие $\beta \prec \gamma$ и отображение $p_\gamma : X_\gamma \rightarrow G_\gamma$ является n -листным накрытием.*

3. Групповая структура на накрывающем пространстве. Фиксируем индекс $\gamma \in \Lambda$, удовлетворяющий свойствам леммы 2 и рассмотрим соответствующую ему коммутативную диаграмму (8).

Утверждается, что топологические пространства X_γ и X можно снабдить такими групповыми структурами, что (8) становится коммутативной диаграммой компактных групп и их непрерывных гомоморфизмов.

Наши рассуждения начнем с нижнего ряда диаграммы (8). Ясно, что накрывающее отображение $p_\gamma : X_\gamma \rightarrow G_\gamma$ удовлетворяет теореме Понтрягина о накрывающей группе, сформулированной во введении. Применяя эту теорему, на пространстве X_γ имеем структуру группы, относительно которой отображение $p_\gamma : X_\gamma \rightarrow G_\gamma$ становится непрерывным гомоморфизмом компактных групп. Напомним, что такая структура единственна на линейно связном пространстве X_γ с точностью до выбора ее единичного элемента из полного прообраза единицы группы G_γ под действием накрывающего отображения p_γ . Зафиксируем такую групповую структуру на пространстве X_γ . Ниже введенное умножение в компактной группе X_γ будет обозначаться символом $*$.

Для введения требуемого группового умножения на пространстве X сначала рассмотрим вложение Ψ пространства X в декартово произведение (см. (7)). Непрерывное отображение, обратное к коограничению Ψ на образ $\Psi(X)$, обозначим через Φ . Таким образом, гомеоморфизм Φ задается формулой

$$\Phi : \Psi(X) \rightarrow X : \Psi(x) \mapsto x, \quad x \in X. \quad (9)$$

Затем, для каждого числа $k \in \{1, \dots, m\}$ определим отображение

$$F_k : X_\gamma \rightarrow \mathbb{C} : h_\gamma(x) \mapsto \hat{f}_k(x), \quad x \in X. \quad (10)$$

Легко видеть, что формула (10) корректно задает непрерывное отображение F_k .

Используя групповое умножение $*$ на линейно связном пространстве X_γ , гомеоморфизм (9), накрытие p и построенные отображения h_γ и F_k вводим операцию умножения на компактном пространстве X :

$$\mu : X \times X \rightarrow X : (x, y) \mapsto \mu(x, y), \quad x, y \in X, \quad (11)$$

где

$$\mu(x, y) := \Phi(p(x)p(y), F_1(h_\gamma(x) * h_\gamma(y)), \dots, F_m(h_\gamma(x) * h_\gamma(y))). \quad (12)$$

Продemonстрируем, что правая часть формулы (12) корректна: покажем, что аргумент гомеоморфизма Φ в (12) принадлежит множеству $\Psi(X)$. С этой целью положим

$$p^{-1}(\{p(x)p(y)\}) = \{x_1, \dots, x_n\}, \quad x_l \in X, \quad l = 1, \dots, n. \quad (13)$$

Воспользовавшись коммутативностью диаграммы (8) и тем, что отображения π_γ и p_γ в ней являются гомоморфизмами, имеем

$$p_\gamma(h_\gamma(x_l)) = p_\gamma(h_\gamma(x) * h_\gamma(y)), \quad l = 1, \dots, n. \quad (14)$$

Поскольку, очевидно, отображение h_γ разделяет точки множества $p^{-1}(\{p(x)p(y)\})$, а отображение p_γ в силу леммы 2 является n -листным накрытием, то равенство (14) позволяет сделать вывод о существовании единственной точки, скажем x_l , лежащей в множестве (13), такой, что выполняется равенство $h_\gamma(x_l) = h_\gamma(x) * h_\gamma(y)$. Следовательно, в правой части формулы (12) аргумент гомеоморфизма Φ является значением диагонали отображений $p\Delta\hat{f}_1\Delta\hat{f}_2\Delta\ldots\Delta\hat{f}_m$ в точке x_l , т.е. выполняется равенство

$$(p(x)p(y), F_1(h_\gamma(x) * h_\gamma(y)), \dots, F_m(h_\gamma(x) * h_\gamma(y))) = p\Delta\hat{f}_1\Delta\hat{f}_2\Delta\ldots\Delta\hat{f}_m(x_l).$$

Таким образом, отображение (11) определено формулой (12) корректно. Отметим, что при этом $xy = x_l$, $h_\gamma(xy) = h_\gamma(x) * h_\gamma(y)$ и $p(xy) = p(x)p(y)$. Легко видеть, что отображение (11) является ассоциативным умножением.

Обозначим через e и e_γ единичные элементы соответственно в группах G и X_γ . Пусть x — произвольная точка пространства X . Аргументы, аналогичные проведенным выше, позволяют нам заключить, что каждое из пересечений полных прообразов $p^{-1}(\{p(x)^{-1}\}) \cap h_\gamma^{-1}(\{h_\gamma(x)^{-1}\})$ и $p^{-1}(\{e\}) \cap h_\gamma^{-1}(\{e_\gamma\})$ состоит лишь из одной точки. Положим

$$\{\tilde{e}\} := p^{-1}(\{e\}) \cap h_\gamma^{-1}(\{e_\gamma\}), \quad \{x^{-1}\} := p^{-1}(\{p(x)^{-1}\}) \cap h_\gamma^{-1}(\{h_\gamma(x)^{-1}\})$$

и рассмотрим отображение $\text{inv} : X \longrightarrow X : x \longmapsto x^{-1}$. Очевидно, что при этом $\tilde{e}$ служит единичным элементом относительно умножения (11), а отображение inv является инверсией. Стандартные аргументы показывают, что введенные групповые операции согласованы с топологией пространства X . Таким образом, на пространстве X введена структура группы такая, что накрытие $p : X \longrightarrow G$ является гомоморфизмом компактных групп.

Наконец, как отмечено во введении, если группа G абелева, то и операция умножения $*$ в группе X_γ является коммутативной. В этом случае умножение (11) в группе X тоже является коммутативным.

Таким образом, имеет место

Теорема. *Отображения μ и inv задают на пространстве X структуру топологической группы с единицей $\tilde{e}$ такую, что конечнолистное накрывающее отображение $p : X \longrightarrow G$ является гомоморфизмом компактных групп. При этом если группа G абелева, то и группа X является абелевой.*

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Понтрягин Л.С. *Непрерывные группы* (Наука, М., 1984).
- [2] Grigorian S.A., Gumerov R.N., Kazantsev A.V. *Group structure in finite coverings of compact solenoidal groups*, Lobachevskii J. Math. **6**, 39–46 (2000).
- [3] Clark A. *A generalization of Nagopian's theorem and exponents*, Topol. Appl. **117** (3), 273–283 (2002).
- [4] Grigorian S.A., Gumerov R.N. *On a covering group theorem and its applications*, Lobachevskii J. Math. **10**, 9–16 (2002).
- [5] Богатый С.А., Фролкина О.Д. *Классификация обобщенных соленидов*, Тр. сем. по векторному и тензорному анализу с их прилож. к геом., механ. и физ. Изд-во МГУ, М., **XXVI**, 31–59 (2005).
- [6] Gumerov R.N. *On finite-sheeted covering mappings onto solenoids*, Proc. Amer. Math. Soc. **133** (9), 2771–2778 (2005).
- [7] Gumerov R.N. *On the existence of means on solenoids*, Lobachevskii J. Math. **17**, 43–46 (2005).
- [8] Eda K., Matijević V. *Finite-sheeted covering maps over 2-dimensional connected, compact Abelian groups*, Topology Appl. **153** (7), 1033–1045 (2006).

- [9] Grigorian S.A., Gumerov R.N. *On the structure of finite coverings of compact connected groups*, Topology Appl. **153** (18), 3598–3614 (2006).
- [10] Eda K., Matijević V. *Covering maps over solenoids which are not covering homomorphisms*, Fund. Math. **221** (1), 69–82 (2013).
- [11] Гумеров Р.Н. *Многочлены Вейерштрасса и накрытия компактных групп*, Сиб. матем. журн. **54** (2), 320–324 (2013).
- [12] Гумеров Р.Н. *Характеры и накрытия компактных групп*, Изв. вузов. Матем., № 4, 11–17 (2014).
- [13] Dydak J. *Overlays and group actions*, Topology Appl. **207**, 22–32 (2016).
- [14] Eda K., Matijević V. *Existence and uniqueness of group structures on covering spaces over groups*, Fund. Math. **238** (3), 241–267 (2017).
- [15] Gumerov R.N. *Coverings of solenoids and automorphisms of semigroup C^* -algebras*, Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки **160** (2), 275–286 (2018).
- [16] Гумеров Р.Н. *Предельные автоморфизмы C^* -алгебр, порожденных изометрическими представлениями полугрупп рациональных чисел*, Сиб. матем. журн. **59** (1), 95–109 (2018).
- [17] Bohr H., Flanders D.A. *Algebraic equations with almost-periodic coefficients*, Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Matematisk-fysiske Meddelelser. **15**, 1–49 (1937).

Ренат Нельсонович Гумеров

Казанский федеральный университет,

ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия,

e-mail: Renat.Gumerov@kpfu.ru

R.N. Gumerov

On covering groups

Abstract. We study finite-sheeted covering mappings from compact connected spaces onto compact connected groups. For such a covering mapping we consider a method of supplying its covering space by a group structure. The covering space endowed with that group structure is a topological group, and a given covering mapping turns into a homomorphism of compact connected groups.

Keywords: compact connected group, covering group, covering space, continuous homomorphism, finite-sheeted covering mapping, topological space.

Renat Nelsonovich Gumerov

Kazan Federal University,

18 Kremlyovskaya str., Kazan, 420008 Russia,

e-mail: Renat.Gumerov@kpfu.ru