Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. Кохась, Как дятел Спятел добывал опилки, *Квант*, 2020, номер 6, 31–34

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20200605>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.90.164.192

26 апреля 2023 г., 17:54:31

Это натолкнуло Способного ученика на возможное применение подобного течения – движитель, или правильнее сказать в данном случае – водомет. Обрадовавшись такой «находке», он стал обдумывать, как это сделать. И если с электрическим полем все вроде бы понятно, то как получить магнитное поле в кольцевом зазоре? Круговое магнитное поле – как же его организовать?

На ум постоянно приходил виток с током, порождающий осевое магнитное поле (рис.3). И тут он вспомнил, как учитель физики в школе рассказывал о том, что провод линии

Рис. 3

Рис. 4

электропередач окружает круговое магнитное поле. Таким образом, осевой ток способен создать круговое магнитное поле (рис.4). Наши векторы $\vec{j}$ и $\vec{B}$ «просто» поменялись местами. Осталось поместить это магнитное поле в кольцевой зазор.

И опять на помощь пришли уроки физики: надо использовать соленоид. Внутри длинного соленоида, по обмотке которого течет

Рис. 5

постоянный электрический ток, возникает однородное магнитное поле (рис.5). Если теперь соединить точки A и B вместе, то и получится необходимая конфигурация магнитного поля внутри «бублика» (рис.6), который следует «расположить» внутри кольцевого зазора. Правда, надо учесть еще один существенный момент: катушка должна быть «прозрачна» – витки не должны быть намотаны слишком плотно – для протекающей через нее жидкости.

Рис. 6

После этих инженерно-физических решений Способный ученик начал размышлять над тем, где можно применить данный водомет. Так например, его можно использовать для создания импульса, размывающего грунт, для очистки подводных частей корпуса судна, отпугивания морских чудовищ...

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

Как дятел Спятел добывал опилки

К. КОХАСЬ

– Кто же мог подумать, что всякие новомодные штучки – все эти бесчисленные пружины, мультизоны, пропитки – оказываются, неглавное, наносное, – извиняющимся голосом говорил дятел Спятел. – Нужно отбросить все это, вернуться, так сказать, к истокам.

– Правильно! – согласилась Огрыза. – Поэтому я сама изготовлю себе новый матрас! И набью его не какой-нибудь кокосовой шелухой, а обыкновенными опилками!

– Так ведь жестковат матрас-то получится, – возразил дятел Спятел.

– Классическая модель! Жесткий, тяжелый, неуклюжий, но зато на 100% натуральный! Да что тут рассуждать, я уже сшила чехол для матраса – видишь, какой красивый.

– Красивый. И опилки ты тоже уже купила?

– С опилками загвоздка: их не продают! Продаются изделия, а опилки – это отходы. Если бы поблизости была мебельная фабрика, мы бы еще могли что-нибудь сделать...

Дверь распахнулась, и в Ам-бар вошли Бусенька и таракан Кузька.

– Обожаю кататься на велосипеде, – тут же похвастался Кузька, снимая шлем.

– Ты? На велосипеде? – не понял дятел Спятел. – Он раз в сто тебя выше, как ты можешь на нем кататься?

– Легко! – сказал Кузька. – Я же не педали люблю крутить, а кататься. Запрыгиваю на колесо – и вперед! А педали крутит Бусенька.

– Но как ты удерживаешься на колесе?

– Держусь за спицу! Это настоящий аттракцион. Закручивает получше американских горок!

– И рисунки получаются классные! – добавила Бусенька.

– Мне кажется, кто-то из нас спятил, – удивилась Огрыза. – Какие еще рисунки?

– Я качусь на велосипеде и при этом рисую! Красивые линии получаются.

Огрыза схватила за голову.

– Все очень просто, – объяснила Бусенька, – я аккуратно еду на велосипеде вдоль стены, а Кузька сидит на ободе, держит фломастер и, вращаясь вместе с колесом, вычерчивает на стене линии! Получается

Рис. 1

очень здорово. Вот смотрите, я сфотографировала. Это называется циклоида (рис.1)!

– Ой, какая хорошая линия, – воскликнула Огрыза, – жаль, вы не показали мне ее раньше. Был бы тогда у меня матрас в циклоидальную полосочку.

– Кажется, кто-то еще спятил, – сообщил Кузька.

– Все в порядке, – пояснил дятел Спятел.

– Огрыза только что рассказывала мне, что собирается изготовить матрас и набить его опилками. Она уже сшила чехол, но у нее совсем нет опилок.

– А много нужно опилок? – спросила Бусенька.

– Думаю, килограммов 10 хватит, – сказала Огрыза.

– Если опилок нет в продаже – мы их сами напилем! – вдруг оживился дятел Спятел. – У тебя случайно нет лишнего шкафа?

– Не дам, – сказала Огрыза.

– У коллеги Спрудля есть отличная фанера! – вспомнила Бусенька. – Свежайшая, запах изумительный. Он делает ремонт в своем казино и собирается перегородить зал фанерной стенкой. Кажется, это то, что нам надо.

– С коллегой Спрудлем невозможно иметь дело, – решительно возразила Огрыза. – Он тебя обчистит, обвесит, а потом вместо репки подсунет гнилую брюкву!

– И в итоге ты еще окажешься ему должна! – поддакнул Кузька.

– Верно, – согласился дятел Спятел. – Но... мы не будем поступать так прямолинейно. Если по-настоящему заинтересовать коллегу Спрудля, то получится все, как вы сказали, только с балансом в нашу пользу!

– Он же не наглухо перегородит свое казино, – предположила Бусенька, – останется дверной проем... Или арка...

– Арка! – воскликнул дятел Спятел. – Мы предложим ему вырезать в новой стене проем в форме арки циклоиды! Он не устоит!

– Нужно рассчитать площадь, чтобы из вырезанной части можно было напилить требуемое количество опилок, – подхватила Бусенька.

– Сейчас рассчитаю, – деловая хватка у Огрызы была потрясающая. – Лист стеновой фанеры $1,5 \times 1,5$ м имеет массу 32 килограмма, значит, нам нужно, сейчас, сейчас... $0,7 \text{ м}^2$ фанеры. Остался пустячок – подобрать циклоиду, у которой площадь арки равна $0,7 \text{ м}^2$. А подходящее велосипедное колесо для вычерчивания циклоиды я вам подберу из своих запасов.

– Чем больше колесо, тем интереснее кататься, – прокомментировал Кузька.

– Не надо больше. Мы же не фабрика по производству отходов! Мы всё точно вычислим. Ты не помнишь, – беззаботно спросил дятел Спятел Бусеньку, – по какой формуле считается площадь арки циклоиды, вычерчиваемой с помощью колеса радиуса r ?

– Сколько-то эр квадрат, – откликнулась Бусенька. – Ее еще в XVII веке нашли. Но я уже забыла. Придется заново вывести.

Бусенька подошла к стенке.

– Представим себе, что здесь стоит колесо радиуса r . Центр колеса находится в точке C , а в точке K обода этого колеса стоит Кузька (рис.2). Он крепко держится за спицу CK . Сейчас мы покатаем колесо, и Кузька вычер-

Рис. 2

тит на стене циклоиду. Ширина арки циклоиды (расстояние KL) равна длине окружности, т.е. $2\pi r$. А самая высокая точка циклоиды получается в тот момент, когда колесо отъехало на расстояние πr .

Рассмотрим момент, когда колесо немного проехало, доехав до точки X , а спица, за которую держится Кузька, повернулась на угол φ (рис.3). В этом случае длина дуги KX равна $r\varphi$ — и она же равна расстоянию, которое проехало колесо, т.е. $OX = r\varphi$. Проведем через точку K горизонтальную прямую, пусть она пересекает во второй раз окружность в точке K' . Поместим в точку K' ... кого бы? Нужен еще один доброволец. Кто хочет прокатиться?

Рис. 3

— Предлагаю поместить в эту точку Кузькиного приятеля Акзюка, — сказал дядя Спятел.

— Какого еще Акзюка?! — не понял Кузька.

— Я не знаю никакого Акзюка!

— Конечно, — воскликнула Бусенька, — я могла бы и сама догадаться. Акзюк накарат! Итак, в точке K на ободе сидит Кузька, а в точке K' на другой половине обода сидит Акзюк.

— Почему это он сидит? — вмешалась Огрыза. — Это Кузька сидит. А Акзюку, чтобы все время находиться в точке, симметричной Кузьке, придется бежать по вращающемуся колесу!

— Ну и пусть бежит, — согласилась Бусенька, — он ведь у нас воображаемый. Как бы то ни было, Кузька вместе с точкой K описывает циклоиду, вместе с точкой K движется и точка K' , так что Акзюк тоже описывает некоторую линию.

— Кажется, я где-то видел эту линию, — неуверенно сказал Кузька.

— Конечно, видел. Присмотримся, как мы нарисовали картинку. Мы фактически отложили отрезок OX длиной $r\varphi$ вправо от точки O , поставили на точку X окружность, провели вертикальный диаметр XX' и от радиуса CX отложили угол XCK , равный φ . Полученная точка K лежит на циклоиде. На нашей картинке $\angle K'CX' = \angle KCSX' = \pi - \varphi$. Обозначим через O' самую высокую точку на нашей циклоиде. Тогда расстояние $O'X'$ равно $\pi r - r\varphi$. Получается, что мы можем построить точку K' так: отложим от точки O' горизонтальный отрезок $O'X'$ длиной $r(\pi - \varphi)$, подвесим к точке X' колесо, а потом отложим в нашем колесе угол $X'CK'$, равный $\pi - \varphi$.

— Значит, точка K' движется по циклоиде, которая получается, если катить влево по пунктирной прямой колесо, находящееся снизу от нее! — догадался дядя Спятел.

— Я понял! — воскликнул Кузька, — «Акзюк» — это «Кузька» наоборот!

— Да! Теперь считаем площадь. Нарисуем циклоиды, по которым двигались Кузька и Акзюк, получится фигура в виде лепестка. Ясно, что площадь полной арки циклоиды равна площади прямоугольника, в котором помещается половина арки, плюс площадь лепестка (рис.4).

Рис. 4

— С прямоугольником все понятно, — сказала Огрыза, — его площадь равна $2\pi r^2$. А как найти площадь лепестка?

— Для этого применим настоящую средневековую магию! Напомню, в точке K на ободе колеса находится Кузька, а в точке K' на другой части обода — Акзюк. Когда колесо вращается, точка K поднимается выше, и отрезок KK' тоже перемещается вверх. Лепесток между циклоидами состоит из всевозможных отрезков KK' , построенных для всех положений точки K на восходящей ветви циклоиды. Ну так нарисует где-нибудь в сторонке неподвижное колесо и аккуратно перенесем все отрезки KK' по горизонтали так, чтобы их концы оказались

Рис. 5

на окружности (рис.5). Теперь все отрезки занимают круг, ограниченный нашим колесом. Значит, площадь лепестка равна площади круга.

– Какое-то странное объяснение, – усомнился Кузька. – Это доказательство? Разве так можно рассуждать?

– Тебя же предупредили: средневековая магия! – сказал дятел Спятел. – Без специальной подготовки даже не пытайся!

– Если тебе кажется необидительной идея разбивать лепесток на отрезки, давай разобьем его на горизонтальные планочки, – предложила Бусенька. – Сдвинутые планки уже не будут в точности совпадать с кругом, но чем мельче нарежем, тем меньше будет различие между кругом и фигурой, составленной из планочек (рис.6). Так что площадь лепестка все-таки равна площади круга.

– Здорово, – сказал Кузька. – Кажется, я понял. Неужели уже в XVII веке люди были такими умными?

Рис. 6

– Нет, – сказал дятел Спятел.

– Да, – сказала Бусенька. – Площадь арки циклоиды они находили еще ухищреннее.

– Прекрасно, прекрасно, не расслабляемся! – вдруг оживилась Огрыза. – Итак, мы нашли площадь арки циклоиды, она равна $3\pi r^2$. Для нашей арки получается уравнение $3\pi r^2 = 0,7$. Отсюда r равно, эээ, ммм..., r равно 27 сантиметров! В бой!

Через три дня друзья с большими усилиями уложили на кровать новый матрас.

НАМ ПИШУТ

Еще раз о муравье на цилиндре

А.ЗАСЛАВСКИЙ

В статье И.Акулича «Муравей на цилиндре» («Квант» №2 за 2020 г.) обсуждается такая задача: *Дан цилиндр с радиусом основания 1 и высотой h . В точке A , лежащей на окружности нижнего основания цилиндра сидит муравей. Найдите кратчайший путь*

муравья в противоположную точку B , лежащую на окружности верхнего основания цилиндра.

В статье справедливо отмечается, что возможными кратчайшими путями являются путь, состоящий из образующей цилиндра AA' и диаметра основания $A'B$, а также путь, идущий по боковой поверхности цилиндра и изображающийся на ее развертке прямой линией. Длина первого пути равна $h + 2$, второго – $\sqrt{h^2 + \pi^2}$. Эти значения совпадают при $h = \frac{\pi^2}{4} - 1$. Для меньших значений h

(такие цилиндры будем называть *низкими*) короче будет первый путь, для больших (*высокие* цилиндры) – второй.