Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Парновский, Насос для наливания воды и элементарная физика, *Квант*, 2020, номер 8, 9–14

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20200801>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.127.20

26 апреля 2023 г., 15:00:15

Насос для наливания воды и элементарная физика

С.ПАРНОВСКИЙ

ПОМПА НА КУХНЕ? ЭТО РЕДКОСТЬ, если только это не что-то сантехническое или часть фильтра для очистки воды. Но все-таки можно вспомнить кухонные приборы, использующие помпу. В простейшем виде она предназначена для наливания обычной питьевой воды, доставляемой в больших бутылках (рис.1). Пара нажатий на крышку, которая служит ручкой ручного насоса, и вода уже льется в подставленную емкость. За этим стоит очень простая физика: насос гонит воздух в пластиковую бутылку, создавая в ней избыточное давление воздуха в верхней части, над водой. Это давление передается воде, и после того как оно превысит определенное значение, вода начнет течь из трубки. На том же принципе

Рис. 1. Бутылка с водой и насос для ее наливания

работает и ручная помпа в термопоте – устройстве для нагрева воды и поддержания ее в горячем состоянии (некий гибрид термоса и чайника; рис.2).

Температура воды никак не влияет на работу помпы, поэтому смело можно ограничиться простейшим случаем наливания воды комнатной температуры. Чему равно минимальное необходимое избыточное давление воздуха? Если вы знакомы с формулой Паскаля для давления внутри жидкости, то ответ $p = \rho gh$ приходит мгновенно.

С первыми двумя сомножителями вопросов нет: ρ – это плотность жидкости, в случае воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – это ускорение свободного падения. А что же считать высотой подъема воды h ? Может показаться, что это разность высот между горизонтальным участком трубки для воды, т.е. максимальной высотой, на которую поднимается вода в помпе, и уровнем воды в помпе, но здесь есть определенный нюанс. Чтобы понять это, вспомним, что такое сифон. Воспользуемся для этого цитатой из книги Вильяма Сибрука «Роберт Вуд. Современный чародей физической лаборатории» (М.: Наука, 1980):

«Другим открытием, возвысившим его в глазах мальчишек, было применение принципа сифона, о котором он узнал из старой отцовской книжки. В январе случилась оттепель, и под горкой, с которой катались мальчики, образовался маленький пруд. Это было плохо, потому что, скатываясь по льду, набираешь большую скорость. Потом санки попадают в лужу, и тебя обливает грязной водой. Девочки на своих высоких санках съезжали с горки медленнее, и у них все сходило благополучно. Но ведь ни один мальчик из гордости не сядет на такие санки. Все продолжали скатываться, лежа на животе, промокали и покрывались грязью. Тогда появился Роб с шлангом для полива сада и объявил, что он собирается откачать воду. Его товарищи – в том числе мальчики старше его, ходившие в ту же школу, стали над ним смеяться. Вокруг лужи было возвышение больше чем на фут, и все хорошо знали, что вода не течет в гору. Роб положил шланг на землю, велел одному из мальчиков заткнуть конец пальцем, а сам начал наливать воду в другой, пока весь шланг не наполнился. Уже тогда – по

природе своей – демонстратор, Роб взял этот конец и вместо того, чтобы просто положить его на землю, перекинул шланг через высокий забор, который отделял дорогу от канавы. Вода потекла через сифон. Это, вероятно, была первая публичная научная победа Вуда».

Итак, вода сама течет по трубке или шлангу, если их нижний конец находится ниже уровня воды в верхнем сосуде. При этом должны выполняться два условия: вода полностью, без воздушных участков, заполняет шланг или трубку и высота ее подъема в самом высоком месте не превышает 10 метров. Откуда взялось второе ограничение? Давайте разберемся с ним, а уж потом продолжим обсуждать нашу помпу.

Но вначале отдадим должное человеку, который открыл свойства сифона. Это древнегреческий изобретатель, математик и механик Ктесибий (Κτησιβίος или Ctesibius). Он считается первым заведующим Александрийского музея (или музейона), т.е. храма Муз. Этот финансируемый древнеегипетским эллинистическим государством религиозный исследовательский, учебный и культурный центр был основан в начале 3 века до н. э. В его состав входила и знаменитая Александрийская библиотека. Труды самого Ктесибия до нас не дошли, но они описаны его учеником Героном, а его изобретения известны также по находкам сохранившихся устройств. Кроме сифона, Ктесибий изобрел гидравлический орган, водяные часы, пневматический самострел и насос, который до сих пор используют все велосипедисты, естественно, в более современном исполнении.

Такой насос использовался и для поднятия воды из колодцев, а это всегда было очень важным делом. Кроме снабжения водой для питья и орошения, он применялся и для откачки воды из первых шахт, которые без осушения просто бы затопило. Вдобавок Ктесибий на основе все того же насоса сделал пожарную помпу. В то время придумали немало механических устройств для поднятия воды, вроде водяного колеса и архимедова винта. До этого воду поднимали на веревках, иногда с помощью ворот. Поднимали ведрами или другими емкостями вроде кожаных мешков. А вот

Рис. 2. Современный электрический термопот

устройство, называемое саккиэ, поднимало воду еще во времена фараона Рамзеса. Со временем для подъема воды начали применять паровые машины, потом электромоторы.

Впрочем, нас интересует не

сколько техника, сколько лежащая в ее основе физика. Поэтому приглядимся к насосам, создающим разрежение воздуха для всасывания воды и ее подъема. Уже насос Ктесибия был прообразом вакуумного поршневого насоса, появившегося почти 2000 лет спустя. Обратим внимание на слово «вакуумного». Вакуум или пустота был предметом жарких споров в античности и в средневековье. Естественно, не научных, а философских или натурфилософских. т.е. не основанных на опыте и фактах. В результате Аристотель (384–322 до н.э.) и его последователи, за которыми стоял авторитет церкви, пришли к выводу, что *природа не терпит пустоты* (этот принцип кратко именуется *horror vacui*). Впрочем, в 1277 году богословы Сорбонны, возглавляемые епископом Парижа Э.Тампье, пришли к заключению, что отрицание всякой возможности существования вакуума ограничило бы всемогущество Божие. Специальным постановлением пустота была отнесена к категории *causae divini* – явлений, не существующих в природе, но возможных для Бога. Этой боязнью пустоты и объясняли работу насоса, всасывающего воду (но не нагнетательных насосов, создающих избыточное давление). Если бы вода не поднималась по трубе вверх, то там образовалась бы столь нелюбимая природой пустота. Поэтому воде не остается ничего иного, как подниматься, заполняя собой место, которое в противном случае занял бы этот гадкий вакуум.

Однако жизнь любит потешаться над любителями умозрительных рассуждений.

В своих «Беседах», вышедших в 1638 году, Галилей отмечал, ссылаясь на опыт флорентийских водопроводчиков, что существует максимально возможная высота, на которую можно поднять воду насосами такого типа. И высота эта всегда одна и та же и составляет примерно 18 локтей. На большую высоту воду приходится поднимать в несколько этапов: вначале на доступную промежуточную высоту, затем это повторяется столько раз, сколько необходимо. Вывод, сделанный Галилеем: сила боязни пустоты ограничена.

Дальнейшие исследования после смерти Галилея продолжил его ученик Эванджелиста Торричелли. Он предложил другому ученику и впоследствии биографу Галилея Винченцо Вивиани заменить воду на куда более тяжелую ртуть. Тот в 1643 году заполнил ртутью запаянную с одного конца длинную стеклянную трубку, заткнул отверстие пальцем и погрузил открытый конец трубки в тазик со ртутью. А затем убрал палец, позволив ртути перетекать из вертикальной трубки в тазик. Она и вытекла, но не вся – в трубке остался столбик ртути высотой около 28 дюймов, или 76 сантиметров в современных единицах измерения. А над ней сквозь прозрачные стенки виднелась та самая якобы невозможная пустота. Ну как виднелась? Вакуум оказался прозрачным, и сквозь него и стенки можно было увидеть освещенные предметы. Любопытно, что вскоре физики, дорвавшись до опытов с таким экзотическим тогда объектом, как вакуум, установили, что звук вакуум не пропускает.

К опытам подключился сам Торричелли и через год установил, что высота ртутного столба хотя и незначительно, но меняется в разные дни. И, основываясь на этом наблюдении, ввел понятие атмосферного давления, которое стало стандартным в наши дни. Атмосфера оказывала на ртуть такое давление, которое соответствовала давлению, создаваемому ртутью в приборе, получившим название ртутного барометра. Стандартным атмосферным давлением считается давление ртутного столба высотой 760 миллиметров: $p = 760$ мм рт. ст. По формуле $p = \rho gh$ его можно выразить в метрической системе: $p = 101325$ Па. Однако в зависимости от погоды это давление

меняется, и барометр информирует нас о его текущем значении. Прибор оказался полезен для предсказания погоды и стал незаменим на кораблях.

Но кто мешает заменить ртуть водой и взять трубку подлиннее? Рассчитаем высоту водяного столба при нормальном атмосферном давлении по формуле Паскаля и получим 10,33 м. Так что для водяного барометра потребуется достаточно высокое здание. Гаспаро Берти оборудовал на фасаде своего дома в Риме подобное устройство, а Эмануэль Маньяно проводил эксперименты с полученным этим конкретным прибором вакуумом над водяным столбом. Впрочем это был тот еще вакуум, давление в этой части было далеко не нулевым и составляло нескольких десятков миллиметров ртутного столба.

Существенно большее разрежение удалось достичь другому физику-любителю, бургомистру Магдебурга Отто фон Герике. Во время пребывания в Регенсбурге в 1654 году он узнал об опытах Торричелли. Около 1657 года Герике установил в Магдебурге грандиозный водяной барометр. Он состоял из длинной медной трубки, прикрепленной к наружной стене трехэтажного дома Герике. Нижний ее конец был погружен в сосуд с водой, а верхний был снабжен краном и мог быть соединен с воздушным насосом. После откачивания воздуха вода в трубке поднялась до высоты 19 локтей.

Вскоре при помощи этого прибора Герике нашел, что атмосферное давление постоянно изменяется, почему он и назвал свой барометр *Semper vivum* – *всегда живой*. Потом, заметив соотношение между высотой воды в трубке и состоянием погоды, он назвал его *Wettermännchen* – *погодный человечек*. Для большего эффекта на поверхности воды в стеклянной трубке, вставленной в верхней части барометра (чтобы уровень воды был виден), плавал поплавок в виде человеческой фигурки с рукой, указывающей на табличку с надписями, соответствующими различным состояниям погоды. В 1660 году прибор удивил жителей Магдебурга, предсказав сильную бурю за два часа до ее начала.

Теперь можно вернуться к нашему сифону. Ограничение на высоту подъема труб-

ки связано с атмосферным давлением. Именно оно не позволяет образоваться внутри трубки участку, ничем не заполненному или заполненному даже не вакуумом, а водяным паром с очень низким давлением. Но атмосферное давление эквивалентно давлению 10,33 м водяного столба. При попытке подъема шланга на большую высоту в нем образуется участок с пустотой, и жидкость перестанет течь по сифону.

Разобравшись с принципом работы сифона, поговорим о водяной помпе. Как бы то ни было, ее высота заведомо меньше 10 метров и сифон в верхней части прекрасно работает. Поэтому нам надо поднять воду до высоты отверстия, из которого она вытекает. Дальше через более высокий участок изогнутой трубки воду переправит сифон, и для этого не понадобится дополнительного избыточного давления. Точнее понадобится, но только на заполнение водой сифона при прохождении самой первой порции воды. Когда же вода перестанет вытекать, она выльется из сифона. Уровень воды в трубке будет близок к уровню отверстия, из которого наливается вода в подставленную емкость.

В результате, для того чтобы вода начала течь из помпы, в ней надо создать избыточное давление, которое в миллиметрах водяного столба равно или превышает высоту самого высокого, горизонтального участка трубки в помпе относительно уровня жидкости. А когда она прекращает вытекать, остаточное давление оказывается равным высоте отверстия, из которого вытекает вода, относительно нового уровня воды, который понизился при наливании.

Что же поднимает воду вверх по трубке? Избыточное давление воздуха в сосуде – результат его нагнетания внутрь с помощью помпы. Высоту поднятия воды можно узнать по той же формуле Паскаля. А можно просто измерить избыточное давление в миллиметрах водяного столба, тогда каждые избыточные 10 мм вод. ст. обеспечат подъем воды на 1 см.

Если мы вскрыли новую бутылку с водой и вставили в нее помпу, то воду надо поднять на сравнительно небольшую высоту, скажем 10 см. Допустим, еще 5 см

понадобится на заполнение сифона. Для всего этого достаточно обеспечить избыточное давление порядка 150 мм вод. ст. в небольшом объеме воздуха над уровнем воды в бутылке. Этого можно добиться одним энергичным нажатием на помпу.

По мере расходования воды ее уровень понижается. Когда воды в бутылке мало и ее уровень чуть выше дна, поднимать воду приходится на большую высоту – около 50 см. Соответственно, потребуется избыточное давление в 550 мм вод. ст. Оно приблизительно вчетверо больше давления в начале эксплуатации бутылки, но все еще мало по сравнению с атмосферным давлением, равным 10330 мм вод. ст. Понятно, что избыточное давление в 5% атмосферного легко выдержит обычная стеклянная бутылка. Приблизительно такое же давление создается просто налитой в бутылку водой.

Есть еще один фактор, связанный с опустошением бутылки. Нам не только приходится создавать большее избыточное давление, но и обеспечивать его в существенно большем объеме почти пустой бутылки объемом около 20 литров. В результате при наливании из почти пустой бутылки нам не обойтись парой нажатий на помпу. Их потребуется гораздо больше только для того, чтобы вода начала течь из трубки. Это нетрудно проверить на опыте. Если вода налита в бутылку почти доверху, то одного нажатия достаточно для того, чтобы в подставленный сосуд налилось немного воды. Если уровень немного ниже середины, то для этого потребуется уже три нажатия. Если воды совсем мало, то качать надо больше. Естественно, не стоит делать паузы между качками – ведь сосуд далеко не герметичный и избыточное давление понемногу уменьшается за счет воздуха, просачивающегося наружу.

И вот вода потекла, но почему-то не спешит прекращать это делать. Стоп, нам ведь надо было налить всего 100 граммов воды, а стакан продолжает наполняться. Увы, это плата за конечный объем воздуха, загоняемый внутрь сосуда при одном нажатии.

Давайте посмотрим, как объем наливаемой жидкости зависит от ее уровня в бутылке. Для этого сделаем несложные

оценки. Начнем с того, что введем некоторые обозначения. Обозначим давление воздуха в сосуде буквой p , атмосферное давление — этой же буквой с нижним индексом 0, т.е. p_0 . Объем воздуха в сосуде обозначим буквой V , а объем воздуха, накачиваемый при одном качке, — V_0 . Обозначим буквой h высоту, на которую pompa поднимает воду, т.е. разность высот отверстия для воды и уровня жидкости, а S — площадь поверхности воды. Ясно, что величины S , p_0 и V_0 постоянны, а p и V меняются в зависимости от уровня жидкости (как естественно меняется и h).

Нажмем на помпу столько раз, сколько понадобится, чтобы вода начала вытекать. В сосуде создается минимальное избыточное давление, необходимое для наливания и равное ρgh . Очевидно, оно не превышает давления полуметра водяного столба и существенно меньше атмосферного давления, которое больше давления 10 метров водяного столба. Иными словами, давление в сосуде будет очень слабо превышать атмосферное. Сделаем еще один качок помпой. При этом мы загоним воздух объемом V_0 в сосуд объемом V , а их давления и плотности были почти равны. В результате мы увеличим избыточное давление на некоторую величину, которую мы обозначим Δp . Произведение давления газа на занимаемый объем постоянно при неизменной температуре газа — это закон Бойля–Мариотта. И хотя температура воздуха при качании может незначительно меняться, мы можем применить этот закон для оценки величины Δp . Действительно, в сосуде объемом V был воздух с давлением p , качок помпы добавил воздух объемом V_0 с давлением p_0 . Сжавшись, воздух занял объем V и его давление равно $p + \Delta p$. Из закона Бойля–Мариотта получаем $pV + p_0V_0 = (p + \Delta p)V$. Отсюда и получаем оценку:

$$\Delta p = \frac{p_0V_0}{V}.$$

Возросшее давление и заставляет воду выливаться, ее уровень в бутылки уменьшается. Выливание прекращается после того, как уровень опустится на Δh . Объем вылившейся воды равен $S\Delta h$ — это и есть объем воды, наливаемый за один качок.

Но почему выливание прекращается в какой-то момент? Это результат совместного действия двух причин. Первая заключается в том, что по мере опускания уровня воды объем, занимаемый воздухом в сосуде, возрастает и давление воздуха из-за этого падает. Вторая состоит в том, что избыточное давление, необходимое для того, чтобы вода выливалась, увеличивается по мере опускания уровня. Когда давление в сосуде сравняется с минимальным избыточным давлением, необходимым для выливания воды, этот процесс прекратится. Мы пока не знаем, одинаково ли важны обе причины или одна из них вносит львиную долю в их совместное действие, а вторая дает всего лишь маленькую добавку. Попробуем разобраться.

Еще раз призовем на помощь закон Бойля–Мариотта. Воздух в сосуде имел объем V и давление $p + \Delta p = p + p_0V_0/V$. Вода перестала вытекать, когда он занимал объем $V + S\Delta h$ и имел давление $p + \rho g\Delta h$. Напомним, что избыточное давление, требуемое для поднятия выливаемой воды, немного увеличилось из-за того, что ее надо было поднимать на чуть большую высоту. В соответствии с законом Бойля–Мариотта,

$$pV + p_0V_0 = (V + S\Delta h)(p + \rho g\Delta h).$$

Разделим обе части уравнения на pV и получим

$$1 + \frac{p_0V_0}{pV} = \left(1 + \frac{\Delta h}{H_1}\right) \left(1 + \frac{\Delta h}{H_2}\right).$$

Здесь мы ввели два новых обозначения. Первое $H_1 = V/S$ — это высота слоя воздуха в сосуде над водой. Она не может превышать полуметра просто из-за ограничения высоты сосуда. Второе $H_2 = p_0/(\rho g)$ — это высота водяного столба, обеспечивающего атмосферное давление, т.е. приблизительно 10,3 м. Поскольку H_2 существенно превышает H_1 , то при любом Δh второй множитель в правой части нашего уравнения существенно ближе к единице, чем первый. Вот мы и разобрались в том, какой эффект самый главный: изменение

объема воздуха куда важнее изменения величины избыточного давления. Точнее, важнее более чем в 20 раз. Поэтому мы забываем о более слабом эффекте и получаем окончательную оценку

$$\Delta h = \frac{H_1 p_0 V_0}{pV},$$

которая упрощается до

$$\Delta h = \frac{V_0}{S},$$

если вспомнить, что $p \approx p_0$ и $H_1 = V/S$. Объем наливаемой за один качок воды получается близким к объему помпы V_0 .

Такой же результат можно получить и из рассуждений об энергии. Каждый качок помпы требует совершения работы, равной произведению объема помпы на избыточное давление. Когда вода начинает течь, последнее равно ρgh . Эта работа идет на поднятие воды, причем для того чтобы поднять единичный объем воды, надо затратить энергию ρgh . Отсюда получаем, что объем поднятой, а потом вылитой воды равен V_0 . И действительно, опыт подтверждает полученный результат. Один качок нашей помпы наливает около 120 мл воды независимо от ее уровня. Так что при накачивании воздуха лишняя внимательность явно не помешает – ведь остановить процесс выливания воды невозможно. Впрочем, мы можем нагнать в сосуд и меньшее количество воздуха, просто не доведя качок до самого конца. Однако налить совсем мало воды не получится и в этом случае. Легко понять, что у нашей помпы есть минимальный объем воды, который можно налить с ее помощью. Это объем сифона, т.е. части трубки, расположенной выше наливного отверстия. И хотя это не особо важно при пользовании помпой, стоит иметь в виду эту деталь.

В заключение нашей оценки стоит сделать одно замечание, которое нетерпеливый читатель может пропустить. Мы сделали простую и понятную оценку объема воды, наливаемой одним качком, исходя из закона сохранения энергии. Каждый хороший физик должен уметь делать подобные оценки даже в уме. А зачем мы

привели еще и более сложный вывод, основанный на применении закона Бойля–Мариотта? Ведь чем проще получен ответ, тем лучше. Дело в том, что мы хотим продемонстрировать возможные потенциальные проблемы при таком оценивании «на пальцах». Оно неявно включает в себя отбор эффектов, которые надо учитывать. Отбор этот основан на опыте и интуиции, а они могут обмануть или не сработать в качественно других обстоятельствах.

Например, если бы кто-то изготовил подобную помпу высотой с многоэтажный дом и качал с ее помощью воду, уровень которой находился бы не очень высоко, то каждый качок выдавал бы меньшее количество воды, чем дает оценка по энергии. Применив более нудный, но корректный расчет на основе закона Бойля–Мариотта, мы узнали бы, что для этой супер-пупер-помпы величина H_1 существенно превышает H_2 . Теперь первый сомножитель в правой части нашего уравнения существенно ближе к единице, чем второй. Важность эффектов поменялась мастами – изменение величины избыточного давления стало важнее изменения объема воздуха. Поэтому объем воды за один качок надо оценить теперь как $V_0 H_2 / H_1$, что меньше оценки для обычной помпы.

Почему же простая оценка, основанная на сохранении энергии, нас подвела? Да потому, что энергия в помпе запасается еще и в виде энергии сжатого воздуха. Ее обеспечивают те самые начальные качки, при которых вода не течет. А сжатый воздух обладает дополнительной энергией. Это подтвердит каждый, кто накачивал шину автомобиля или велосипеда ручным насосом, и тот, кто надувал надувной матрас. Просто в обычной помпе при наливании воды эта энергия меняется слабо, а в придуманной для примера супер-пупер-помпе с ее огромным резервуаром основная часть работы, совершаемой при качке, будет запасена именно в виде энергии сжатого газа и только небольшая часть (равная $H_2 / (H_1 + H_2)$) пойдет на подъем воды. Так что простые и красивые оценки впечатляют, но могут иногда и подвести, особенно в нестандартных условиях.