Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Новиков, Загадочные шары, *Квант*, 2020, номер 8, 44–47

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20200805>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.23.180.231

26 апреля 2023 г., 14:06:27

они в автобусе номер 12, а первому волшебнику – 48 лет. Задача решена!

Визуализацию решения этой задачи можно посмотреть в [4].

* * *

Попробуйте самостоятельно разобраться со следующими вариантами диалога волшебников.

1 (упрощение задачи Конвея, автор – Т.Хованова [1]).

А: У меня есть несколько детей, возраст каждого из них – целое положительное число, причем их сумма равна номеру этого автобуса.

В: Как интересно! Возможно, если ты скажешь мне число твоих детей, я смогу вычислить их возраста?

А: Нет, не сможешь.

В: Ага! Наконец-то я узнал, сколько у тебя детей.

Каков номер автобуса?

2 (широко известная версия).

А: У меня трое детей, возраст каждого из них – целое положительное число, причем их сумма равна номеру этого автобуса, а произведение – 36.

В: Но я не могу узнать, сколько им лет!

А: Твоя дочь старше всех моих детей.

В: Спасибо, этого хватает.

Сколько лет детям волшебника А и каков в этот раз номер автобуса?

3 (авторская версия [3]).

А: У меня четверо сыновей, произведение их возрастов равно 180, а сумма их возрастов равна номеру этого автобуса.

Б: Все равно информации недостаточно!

А: Мой младший сын очень любит мороженое.

Б: И этого еще недостаточно.

А: А у старшего сегодня день рождения.

Б: Спасибо, теперь я знаю, сколько им лет!

4. Волшебник поймал Алису и Боба и сказал каждому целое число от 0 до 10, причем их числа отличаются на единицу (и они об этом знают). Диалог:

Алиса: Я не знаю твоего числа, а ты не знаешь моего.

Боб: Я не знаю твоего числа, а ты не знаешь моего. Теперь ты знаешь мое число!

Какое число было сообщено Бобу?

Литература

1. *Tanya Khovanova*. Conway's Wizards. – <https://arxiv.org/abs/1210.5460>

2. *С.Артемов, Ю.Гиматов, В.Федоров*. Много битов из ничего. – «Квант», 1977, №3.

3. *К.Кноп*. Задача о детях бармена. – <https://knop.livejournal.com/375403.html>

4. *А.Перепечко*. Визуализация задачи Конвея. – <https://kvantik.com/extra/conway-bus/>

ЛАБОРАТОРИЯ «КВАНТА»

Загадочные шары

С.НОВИКОВ

В ЖИЗНИ КАЖДОМУ ЧЕЛОВЕКУ порой приходится иметь дело с закрытым (зачастую неизвестным) объектом, о внутреннем устройстве которого можно лишь догадываться. Такие объекты становятся своеобразными «черными ящиками», когда внешнему наблюдателю доступны лишь входные и выходные сигналы (или какие-либо их величины), а что происходит внутри – неизвестно. О поведении черного ящика можно

судить, лишь наблюдая реакции выходных величин на изменение входных. Это дает возможность в конечном итоге раскрыть «секрет» такого объекта.

Возможно, вы уже встречались с черными ящиками – например, в задачах по электричеству. В нашем же случае в качестве черных ящиков выступают десять одинаковых с виду пластмассовых шаров диаметром 75 мм, внутреннее содержание которых неизвестно. Сначала мы опишем поведение шаров в разных опытах-ситуациях. Попробуйте высказать свои соображения, объясняющие причины того, почему шар (или шары) ведет себя определенным образом в описанной ситуации. И лишь потом читайте наши объяснения.

Эксперименты с шарами

Опыт 1. Шары под номерами 1 и 2 устанавливаются на одинаковой высоте на наклонной плоскости. Затем шарам дается

возможность одновременно начать движение вниз. При этом обнаруживается, что один из шаров достигает нижнего положения раньше другого шара. Почему?

Опыт 2. Шар под номером 3 сначала удерживается в верхней части наклонной плоскости, а затем освобождается от внешнего воздействия. Шар начинает неспешно скатываться, но делает это очень (и очень) медленно. Что может быть причиной такого неспешного движения?

Опыт 3. Шар под номером 4 начинает двигаться из верхнего положения на наклонной плоскости вниз скачками, имитирующими движение тела «шажками». Если шар в верхнем положении повернуть в направлении, перпендикулярном наклонной плоскости, на некоторый угол и вновь отпустить, то поведение шара при скатывании не меняется. Чем может быть вызвано такое скачкообразное движение шара?

Опыт 4. В опыте участвуют шары под номерами 5 и 6. Шары помещают на горизонтальную поверхность, и каждый шар самостоятельно устанавливается на этой поверхности в состоянии покоя только в одном-единственном положении. Подействовав рукой на вершину каждого шара, отклоняют его на некоторый достаточно большой угол от вертикали. После этого шар под номером 5 очень быстро (!) возвращается в первоначальное состояние. Если этот же шар отклонить от вертикали в какую-нибудь другую сторону и отпустить, то он вновь немедленно возвращается в первоначальное положение. Шар же под номером 6 после устранения внешнего воздействия совершает достаточно длительные по времени колебания и лишь затем возвращается в первоначальное состояние покоя. Кроме того, если оба шара подержать в руках, то первое ощущение говорит о том, что массы шаров достаточно значительные, а внутри шаров не чувствуется каких-либо перемещений тел. Почему же шары так по-разному ведут себя, прежде чем возвратиться в первоначальное состояние покоя?

Опыт 5. На фото на рисунке 1 представлен неподвижно лежащий на горизонтальной поверхности шар под номером 7. Рядом с шаром находится отвес, направление нити которого совпадает с белой (назовем ее осевой) линией на корпусе шара. А на фото на рисунке 2 показан этот же шар, который находится в покое на наклонной плоскости,

Рис. 1

Рис. 2

не проявляя никаких попыток нарушить состояние неподвижности. Теперь белая линия на корпусе шара не параллельна нити отвеса, а направлена перпендикулярно наклонной плоскости. При этом шар может находиться в неподвижности на наклонной

плоскости, имеющей и другие (большие) углы наклона. И снова осевая линия шара перпендикулярна наклонной плоскости. Почему возможно такое поведение шара на наклонной плоскости?

Опыт 6. Шар под номером 8 размещается на наклонной плоскости, и он остается там в неподвижности в том положении, в котором его поместили на плоскость. Если шар, не отрывая от наклонной плоскости, повернуть на некоторый угол в любую сторону, то он останется неподвижным и не предпримет никаких попыток к скатыванию. Такие действия можно повторить неоднократно, однако поведение шара (его неподвижность на плоскости) останется неизменным. Почему?

Опыт 7. Шар под номером 9 (фото на рисунке 3) подвешен с помощью нити к лапке штатива. К корпусу шара с помощью скотча прикреплена пальчиковая батарейка, а на корпусе шара имеются два отверстия-гнезда для подключения этой батарейки к шару. Если с помощью подводящих проводов соединить шар с батарейкой, то шар начинает вращаться либо по часовой стрелке, либо против (при наблюдении сверху). Если же поменять полярность батарейки, то

Рис. 3

шар будет вращаться в другую сторону. Что может быть причиной такого двойственного поведения шара?

Опыт 8. Шар под номером 10 с помощью скотча прикреплен к небольшой щетке для чистки одежды (фото на рисунке 4). Щетка с шаром находятся на горизонтальной поверхности, а на корпусе шара опять имеются

Рис. 4

гнезда для подключения его к пальчиковой батарейке. Если такое подключение осуществить, то шар начинает вибрировать, а щетка начинает двигаться в определенном направлении. При смене полярности батарейки направление движения щетки с шаром меняется на противоположное. Почему?

Объяснения экспериментов

Опыт 1. Ответ «лежит на поверхности»: масса одного шара больше массы другого. Быстрее скатится с наклонной плоскости более легкий шар, в нашем случае он пустой. У массивного шара момент инерции больше, чем у пустого, и ему для придания вращения нужна значительно большая энергия. Для демонстрации этого опыта у нас внутри второго шара был помещен кусок поролона с большим числом вкрапленных в него массивных свинцовых шариков-дробинки.

Опыт 2. Внутри шара может находиться «сыпучее» вещество. При скатывании шара вещество медленно перемещается из более верхнего положения в нижнее. Это и замедляет движение шара вниз по наклонной плоскости. В нашем варианте для этого использовали мелкие (не более 1 мм в диаметре) свинцовые дробинки.

Некогда я увидел этот опыт на внеклассном мероприятии учителей физики в гимназии п. Удельная Московской области. В их варианте внутрь шара был помещен жидкий мед. Эффект опыта был впечатляющий.

Опыт 3. Внутри нашего шара был помещен массивный кусок свинца кубической формы. При скатывании шара с наклонной плоскости куб переворачивался. Это и придавало шару скачкообразный характер движения.

Опыт 4. Оба шара демонстрируют устойчивое положение равновесия. Устойчивость тела, имеющего точку опоры, имеет место тогда, когда его центр тяжести занимает наиболее низкое положение из всех возможных.

Пятый шар иллюстрирует поведение детской игрушки «неваляшки». Внутри шара к его корпусу прикреплен с помощью клея массивный свинцовый груз. В состоянии покоя (устойчивого равновесия) центр масс шара расположен очень низко, недалеко от точки опоры. Кроме того, точка центра масс и точка опоры лежат на одной вертикальной (отвесной и осевой) линии. Когда шар наклоняют, его центр тяжести поднимается и смещается в сторону по отношению к точке опоры и вертикальной линии. Момент силы тяжести относительно точки опоры стремится вернуть шар в первоначальное состояние.

Внутри шестого шара чуть ниже его экваториальной плоскости размещен массивный свинцовый диск («бублик» с прямоугольным сечением), который жестко прикреплен к корпусу. Отличие от пятого шара заключается в том, что его центр масс находится высоко от точки опоры. При наклоне шара плечо силы тяжести относительно точки опоры оказывается значительно большим, чем в случае с «неваляшкой». Поэтому и момент силы тяжести относительно точки опоры будет больше, чем в предыдущем случае. В результате амплитуда колебаний шара увеличивается, а значит, увеличивается и время затухания колебаний.

Опыт 5. Внимательно посмотрев на фотографию на рисунке 3, можно увидеть на поверхности наклонной плоскости материю. Оказывается, под материей спрятана пластина из железа. Шар удерживается на такой наклонной плоскости малогабаритным неодимовым (в форме таблетки) магнитом, который с помощью клея прикреплен к его внутренней поверхности.

Опыт 6. Внутри шара находится неодимовый магнит в «свободном» состоянии. При

повороте шара на некоторый угол магнит скользит по его внутренней поверхности, занимая новое положение, а шар продолжает оставаться неподвижным.

Опыт 7. Внутри шара имеется миниатюрный электродвигатель, который жестко прикреплен к корпусу. Ось вращения (вал) электродвигателя совпадает с направлением диаметральной вертикальной линии шара. На валу двигателя укреплен небольшой массивный диск. При подключении электродвигателя к источнику тока вал и массивный диск начинают вращаться в определенную сторону. Корпус же шара при этом поворачивается в другую сторону. Все это является следствием проявления закона сохранения момента импульса. Если суммарный момент всех внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то момент импульса этого тела остается постоянным. Если же у неподвижного тела какая-то его часть приобретает некоторый момент импульса, имеющий определенный знак (момент импульса – векторная величина), то некоторая другая его часть непременно приобретет момент импульса противоположного знака.

Закон сохранения момента импульса учитывается при конструировании вертолетов. Так, вертолеты конструкции М.Л.Миля имеют два винта. Первый винт-ротор вращается в определенном направлении в горизонтальной плоскости над кабиной вертолета. А чтобы корпус вертолета не вращался в другую сторону, позади него размещен хвостовой винт, который, работая, препятствует вращению корпуса. В вертолетах, изготовленных по разработкам Н.И.Камова, имеются два винта-ротора, размещенных на одной оси над кабиной, но вращающихся в противоположных направлениях.

Опыт 8. Внутри шара находится миниатюрный электродвигатель, который жестко прикреплен к корпусу шара. На вал электродвигателя насажен диск, причем так, что его ось смещена относительно оси вала (говорят – диск насажен с эксцентриситетом). В результате при работе электродвигателя возникают механические колебания, которые называются вибрациями. Эти вибрации и заставляют двигаться щетку вместе с шаром.

Колебательное движение эксцентриков используется в работе вибрационных конвейеров, предназначенных для транспортировки тонкодисперсных (до десятков микрон), зернистых и кусковых (до 1000 мм и более) материалов. Они часто применяются для перемещения руды в горно-рудной промышленности.