Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. Соколов, Тепловое расширение, *Квант*, 2021, номер 2, 9–17

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20210202>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.227.88.159

26 апреля 2023 г., 14:17:32

Тепловое расширение

Е. СОКОЛОВ

ПРИ НАГРЕВАНИИ ТЕЛА РАСШИ-
ряются, с этим согласны все. (Из
этого правила есть важное исключение.
Вода в диапазоне от 0 °С до 4 °С при
нагревании сжимается. Благодаря этому
наши водоемы не промерзают зимой до
дна.) Многие даже могут привести форму-
лу для изменения длины стержня при
нагревании: $l = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$. Но вот в вопро-
се о том, как изменяется при нагревании
форма тела, единодушия уже нет (рис. 1).

Рис. 1. Тепловое расширение кольца: а) начальная форма кольца; б) и в) «разбухание» и «растяжение»

Некоторые представляют тепловое расширение как «разбухание» нагреваемого предмета во все стороны (см.рис. 1,б), а другие – как его «растяжение» во все стороны (см.рис. 1,в). Наверное, первые, когда делают рисунок, представляют себе расплывающееся чернильное пятно, а вторые – растягивающуюся во все стороны резиновую пленку. Возникает вопрос: а какая из этих картинок правильно передает изменение формы тела при тепловом расширении?

Общеизвестная формула не дает нам ответа на этот вопрос: она говорит нам только о длинах стержней и ничего не говорит о радиусах и толщинах колец. Чтобы научиться отвечать на подобные вопросы, нам надо постараться сформулировать закон теплового расширения в об-

щем виде. А именно, надо сформулировать его для такой геометрической фигуры и таким образом, чтобы результаты для колец, окружностей, треугольников и т. д. получались бы из него автоматически, как частные случаи.

Сделать это несложно. Обратимся к свойству нагретых тел, которое знакомо каждому, кто выпиливал лобзиком. Если мы в пластине, нагретой до 20 °С, вырежем тонкой-тонкой пилочкой круг, то круг легко выпадет из пластины. Это означает, что, став свободным, круг не увеличил свои размеры. И если, наоборот, мы захотим вставить его назад, то он легко вставится и полностью займет свое старое место. Иными словами, став свободным, круг и не уменьшил свои размеры. Получается, что состояние тела при заданной температуре одинаково независимо от того, было ли оно нагрето как отдельная фигура или в составе пластины. И это будет не только при температуре 20 °С, но и при 37 °С, и при 156 °С и при любых других температурах. Следовательно, *все фигуры одинаково расширяются независимо от того, нагреваются они сами по себе или в составе пластины*. Это наблюдение позволяет нам в качестве общего случая нагреваемого тела взять *бесконечную плоскость*: рисуя на ней различные фигуры, мы, зная, как передвигаются точки плоскости, всегда найдем, как передвигаются точки нарисованных фигур и как при этом изменяются их формы.

Осталась сделать последний шаг – из общеизвестного закона об увеличении длин стержней получить закон движения точек бесконечной плоскости. Это также делается несложно: любые две точки плоскости мы можем считать концами нарисованного бесконечно тонкого стержня, поэтому состояние между ними определяется формулой $l = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$.

Это дает нам общий принцип: *при тепловом расширении расстояние между двумя любыми точками тела увеличивается в одно и то же количество раз, равное $k = 1 + \alpha \Delta t$.*

Общий принцип полностью описывает свойства теплового расширения свободных однородных пластин произвольной формы. Но прежде чем обратиться к изучению этих свойств, вернемся к нашему вопросу о характере расширения.

Посмотрите внимательно на «разбухшее» кольцо (рис. 2,а) и представьте его вставленным в бесконечную плоскость.

Рис. 2

Одинаково ли увеличились при «разбухании» отрезки AB , BC и DE этой плоскости? Нет, неодинаково: отрезок AB увеличился в 2,5 раза, отрезок DE увеличился только в 1,5 раза, а отрезок BC вообще сжался в 2 раза. Таким образом, мы *доказали*, что представление о тепловом расширении как о «разбухании» ошибочно! Конечно, правильнее представлять себе тепловое расширение как «растяжение» пленки. Это мы докажем чуть позже, а пока проверьте сами, что в «растянутом» кольце отрезки AB , BC и DE растянуты одинаково.

Упражнение 1. Найдите коэффициент линейного расширения $k = l/l_0$ этих отрезков.

А всегда ли так бывает, что при деформациях все отрезки в теле изменяются одинаково? Логического закона, запрещающего отрезкам по-разному изменяться при деформациях, конечно, нет. Например, при сжатии тела под действием вертикальных сил (рис. 2,б) вертикальные отрезки сжимаются, а перпендикулярные им горизонтальные отрезки немного расширяются. Но в этом случае для разного поведения отрезков есть веская причина, которая выделяет различные направле-

ния, это — внешняя сила. А вот для теплового расширения, как мы только что показали, все направления одинаковы.

Все точки равны!

Приступаем к выводу свойств теплового расширения, которые вытекают из общего принципа.

Свойство 1. *При тепловом расширении каждый отрезок остается отрезком.*

Если три точки A , B и C (рис. 3,а) лежат на одной прямой, то тогда и только

Рис. 3

тогда для трех расстояний между ними выполняется равенство $l(AB) - l(AC) - l(CB) = 0$ (треугольник ABC является вырожденным). Обозначим эти же точки в нагретом теле через A' , B' и C' . Учитывая, что все расстояния увеличиваются в одно и то же число раз (в k раз), для этой же тройки точек в нагретом теле получим аналогичное равенство: $l(A'B') - l(A'C') - l(C'B') = k(l(AB) - l(AC) - l(CB)) = 0$. Это и доказывает, что три точки, лежащие на одной прямой в холодном теле, будут лежать на одной прямой и в нагретом теле, т. е. при тепловом расширении отрезок переходит в отрезок.

Свойство 2. *При тепловом расширении сохраняются углы между отрезками.*

Пусть два отрезка DE и FE , нарисованные на поверхности холодного тела (рис. 3,а), образуют некоторый угол. Превратим эту фигуру в треугольник DEF , проведя третий отрезок DF . При тепловом расширении все стороны построенного треугольника увеличатся в одно и то же число раз, поэтому треугольник $D'E'F'$ будет подобен исходному треугольнику. А для подобных треугольников соответственные углы равны. В частности, будут равны углы, образованные исходными отрезками DE и FE и «нагретыми» отрезками $D'E'$ и $F'E'$.

Свойство 3. При тепловом расширении фигуры, нарисованные на плоскости, превращаются в подобные им фигуры.

Это свойство вытекает из двух первых свойств. Оно говорит нам, что при изменении температуры отдельные области плоскости могут перемещаться и поворачиваться (относительно внешних тел, например поверхности стола), увеличивать и уменьшать свои размеры, но их форма не изменяется. Их этого свойства также следует, что рисунок 1,в правильно иллюстрирует изменение формы кольца при тепловом расширении.

Их двух первых свойств вытекает также еще одно, самое демократичное свойство теплового расширения.

Свойство 4. Все «внутренние» наблюдатели (наблюдатели, сидящие на нагреваемой плоскости) воспринимают тепловое расширение совершенно одинаково – как изотропное расширение Вселенной. А именно, каждая видимая ими точка плоскости удаляется от них со скоростью, прямо пропорциональной расстоянию до нее.

Действительно, если наблюдатель не видит окружающего внешнего мира, например поверхности стола, на котором лежит пластина, то он не замечает ни своего сдвига относительно стола, ни своего поворота. Он видит только удаляющиеся от него точки нагреваемой пластины, углы между которыми остаются постоянными. А это и есть картина изотропного расширения Вселенной.

Обсудим теперь «внешнюю» геометрию теплового расширения, т. е. выясним, как видит тепловое расширение плоскости наблюдатель, находящийся вне пластины.

Свойство 5 (технологическое). Внешний наблюдатель может восстановить новое положение любой точки нагретого тела, если ему задано новое положение хотя бы одного отрезка. Более обобщенно – по одному отрезку и его образу можно восстановить всю картину теплового расширения.

Действительно, пусть на поверхности стола нам задан отрезок AB и его образ $A'B'$ (рис. 4,а). Построим образ произвольной точки C . Для этого соединим ее с

Рис. 4

концами исходного отрезка, чтобы получилась единая фигура – треугольник. Коэффициент линейного расширения нам известен (это отношение длины образа отрезка к длине самого отрезка), поэтому мы можем построить «нагретый» треугольник. А так как нам известно положение одной из его сторон (это образ исходного отрезка), то мы можем правильно разместить «нагретый» треугольник на поверхности стола. При этом полностью определяется и новое положение точки C .

Упражнение 2. На рисунке 4,б показано, как относительно поверхности стола расположен отрезок AB и его образ $A'B'$. Постройте образ отрезка CD .

Свойство 6 (параметры свершившегося теплового расширения). Свершившееся тепловое расширение имеет два универсальных параметра (они одинаковы для всех геометрических фигур): коэффициент линейного расширения k и угол поворота φ . Эти параметры однозначно определяются, если для некоторого отрезка задан его образ.

Действительно, если картина теплового расширения полностью восстанавливается по известному образу единственного отрезка, то параметры, задающие образ отрезка, являются и параметрами, полностью задающими свершившееся движение. Образ отрезка задается тремя параметрами: вектором смещения одного из концов начального отрезка, растяжением отрезка в k раз и его поворотом на некоторый угол φ . Первый параметр, вектор смещения одного из концов, не является универсальным – для каждой точки он свой (см.рис. 4), а вот два последних параметра являются одинаковыми для всех отрезков, поэтому мы можем взять их в качестве параметров свершившегося движения.

Упражнение 3. То, что коэффициент линейного расширения одинаков для всех отрезков, по-

нятно – это свойство теплового расширения закреплено в основном принципе. А вот, что угол поворота для всех отрезков одинаковый, надо доказать. Сделайте это.

Упражнение 4. Определите параметры k и φ для теплового расширения, показанного на рисунке 4,б.

Кстати, когда на некоторый угол поворачивается геометрическая фигура, на такой же угол поворачивается и каждый отрезок в ней – это очевидно. Прочитаем это свойство наоборот: если каждый отрезок бесконечной плоскости поворачивается на угол φ , то можно просто сказать, что вся плоскость поворачивается на угол φ .

Подводим итог: результирующее тепловое расширение можно представить себе как смещение одной из точек и последующие гомотетия (изотропное растяжение) и поворот относительно нее.

Все точки равны, но... одна из них самая равная!

Итак, для наблюдателей, сидящих на пластине, все точки пластины равноправны. Однако среди них есть самая-самая равная точка. Это – точка пластины, которая неподвижна относительно поверхности, на которой лежит пластина. Мы будем называть ее *неподвижной* точкой.

Упражнение 5. Докажите, что неподвижная точка всегда одна. А сколько неподвижных точек существует у «разбухшего» кольца?

Доказать, что неподвижная точка существует, можно разными способами. Например, так. Рассмотрим произвольную точку P нагреваемой плоскости. Пусть она смещается на вектор $\vec{\Delta}$. Так как все остальные точки смещаются относительно нее во все стороны, а величины их смещений изменяются от нуля до бесконечности, то всегда найдется точка, которая смещается относительно нее на вектор $(-\vec{\Delta})$. Относительно стола смещение этой точки равно нулю. Эта точка и будет неподвижной точкой. А так как неподвижная точка только одна, мы будем получать один и тот же результат, какую бы начальную точку P мы ни выбрали.

Неподвижная точка – это самая главная точка при решении задач на тепловое рас-

ширение, она позволяет от общего принципа, сформулированного для пар точек, перейти к правилу движения одной точки: *каждая точка плоскости удаляется от неподвижной точки на расстояние $\vec{\Delta r} = (k-1)\vec{r}$, после чего плоскость еще может дополнительно повернуться*. Поэтому, по сути, решение любой задачи на тепловое расширение сводится к нахождению неподвижной точки.

Упражнение 6 (для знающих геометрическую прогрессию). Найдите, на каком расстоянии от точки A (см. рис. 4,б) находится неподвижная точка. Размер клетки примите за единицу.

Первое знакомство с неподвижными точками

Задача 1. При нагревании размер внутренней полости квадрата с вырезом увеличился на $\Delta l = 4$ мм (рис. 5,а). На сколько уменьшится при нагревании до той же

Рис. 5 а)

б)

температуры расстояние между двумя прямоугольниками, сделанными из того же самого материала?

Эту и все следующие задачи будем решать в предположении, что поверхность стола не нагревается и не испытывает теплового расширения.

Решение. Если размер полости квадрата увеличился на Δl , то сторона одного квадрата увеличилась на $\Delta a = \Delta l/2 = 2$ мм. При нагревании прямоугольников неподвижными являются их геометрические центры – точки O_1 и O_2 (рис. 5,б)). При этом отрезок O_1A_1 увеличится на Δa , а отрезок O_2A_2 – на $\Delta a/2$. Итого, расстояние между прямоугольниками *уменьшится* на величину $\Delta L = \Delta a_1 + \Delta a_2 = 3\Delta l/4 = 3$ мм.

А вот задачи посложнее. Решите их самостоятельно.

Задача 2. Известно, что тепловое расширение тел может приводить к их мед-

Рис. 6

ленному перемещению. Если, например, положить на ровный стол вплотную друг к другу квадратную и прямоугольную пластины (рис. 6, а) и нагреть их, то после охлаждения пластин до прежней температуры они оказываются смещенными относительно исходного положения. Определите величину результирующего смещения точки А и величину зазора, образовавшегося между пластинами, в описанном опыте. Для расчетов примите, что сторона квадрата увеличивается при нагреве на $\Delta a = 1$ мм.

Задача 3. Три диска расположены в одну линию так, что расстояния между соседними дисками равны $d = 0,5$ мм (рис. 6, б). При нагревании радиус каждого диска увеличивается на $\Delta a = 1$ мм. На сколько смещается при нагревании крайняя точка А самого правого диска?

Вы поняли, в чем состоит «хитрость» этих задач? При тепловых движениях сами тела, а с ними и их неподвижные точки могут изменяться по ходу действия. Так, в задаче 2 квадрат и прямоугольник при нагреве ведут себя как один большой прямоугольник, а неподвижной точкой при нагреве является центр этого большого прямоугольника — точка О (рис. 7, а). При охлаждении квадрат и прямоугольник сжимаются уже как отдельные фигуры, и неподвижными точками являются их индивидуальные центры (рис. 7, б). А в задаче 3, наоборот, диски сначала нагревались «индивидуально», а затем — как одно большое тело.

Рис. 7

Но мы возвращаемся к нашему главному вопросу. В рассмотренных трех задачах соображения симметрии сразу указывали нам на неподвижные точки. Это были геометрические центры тел правильной формы. А какое условие определяет неподвижную точку в общем случае?

Общее условие, определяющее неподвижную точку

Кажется, все очень просто — в общем случае слова «геометрический центр системы тел» следует заменить словами «центр масс системы тел». Ведь тепловое расширение тел — это результат взаимодействия его атомов. А из механики известно, что внутренние взаимодействия между частями тела не могут привести к перемещению его центра масс.

Таким образом, мы сформулировали условие нахождения неподвижной точки для абсолютно свободных тел, которые при нагревании не взаимодействуют с окружающими телами. Расширение таких тел мы могли бы наблюдать на борту межпланетной космической станции. Но хотелось бы получить аналогичное условие и для более реальных случаев, например для случаев, когда нагреваемое тело лежит на некоторой поверхности, как это было в рассмотренных задачах.

Такое тело уже нельзя назвать абсолютно свободным телом — при сдвиге его частей на эти части действуют силы трения. Но у него есть одно свойство, которое делает его очень похожим на абсолютно свободное тело, — оно все-таки может выполнить свободное тепловое *расширение* (деформацию, подчиняющуюся основному принципу), если выберет подходящую неподвижную точку. Будем называть такие тела *квазисвободными*¹.

¹ Квази (от лат. quasi) — почти, якобы, словно. Квазiterмины — рабочие понятия профессиональных физиков (квазинейтральность, квазиравновесие, квазичастицы и т.д.). У этих понятий есть одна особенность — «они не очень-то по душе уму, воспитанному на математической логике» (М. Планк). Так что работе с такими понятиями надо специально учиться.

Для того чтобы найти критерий, определяющий неподвижную точку для квазисвободных тел, рассмотрим для примера Y-образную конструкцию, состоящую из трех равных невесомых стержней, составляющих между собой углы 120° , на концах которых закреплены материальные точки одинаковой массы m (рис. 8, а). А чтобы

Рис. 8

частично убрать симметрию, поставим эту конструкцию на плоскость, нижняя часть которой обладает коэффициентом трения $\mu_1 = 0,1$, а верхняя — $\mu_2 = 0,2$.

Начнем нагревать стержни, и пусть сначала тепловое расширение идет так, что центр масс этой конструкции, точка C , остается на месте (рис. 8, б). Тогда скорости грузов на концах стержней будут направлены от этой точки, а силы трения, действующие на них со стороны поверхности, — на точку C . Если бы все коэффициенты трения были одинаковые, то сумма всех сил трения была бы равной нулю. Но в нашем случае это не так, и результирующая сил трения будет равна $F_{тр} = (\mu_2 - \mu_1)mg$. Поэтому центр масс нашей конструкции начнет двигаться с ускорением $a = F_{тр}/(3m) = 1/3 \text{ м/с}^2$. Немного, но через две минуты наша конструкция будет двигаться быстрее гоночного автомобиля, а через семь часов нагрева — быстрее спутника. Фантастика!

Конечно, этого не происходит. А происходит вот что: как только центр масс системы начал двигаться, скорости всех

материальных точек начали изменяться, а с ними стали изменяться и направления сил трения. И они будут изменяться до тех пор, пока сумма всех сил трения, действующих на части тела, не станет равной нулю.

Это и есть критерий нахождения неподвижной точки для квазисвободных тел: *неподвижной точкой квазисвободного тела является такая точка, для которой сумма всех сил трения, действующих на части тела, удаляющиеся от нее, равна нулю.*

Испробуем этот критерий на конкретных задачах.

Задача 4. Найдите положение неподвижной точки Y-образной конструкции (см. рис. 8, а). Чему будут равны смещения каждой материальной точки этой конструкции, если удлинение стержней составляет $\Delta a = 1 \text{ мм}$?

Решение. Пусть неподвижной точкой этой конструкции является точка O , которая видна из точки B под углом γ (рис. 8, в). Тогда равнодействующая всех сил трения, действующих на конструкцию, будет равна $F_{тр} = \mu_1 mg - 2\mu_2 mg \sin \gamma$. Приравнявая ее нулю, получаем $\sin \gamma = \mu_1/(2\mu_2) = 1/4$. Теперь мы можем найти длину отрезка DO : она равна $OD = BD \tan \gamma = \sqrt{5}a/10$, где a — длина стержней конструкции.

Определим теперь смещения каждой материальной точки. Вложим нашу конструкцию в бесконечную плоскость и воспользуемся тем, что все отрезки этой плоскости удлиняются одинаково ($k = 1 + \Delta a/a$). Для отрезка $OB = 2\sqrt{5}a/5$ (его удлинение есть смещение точки B) получаем $\Delta l_B = (k - 1) \cdot OB = 2\sqrt{5}\Delta a/5 = 0,89 \text{ мм}$. А для отрезка $OA = (15 - \sqrt{5})a/10$ (его удлинение равно смещению нижней точки) получаем $\Delta l_A = (15 - \sqrt{5})\Delta a/10 = 1,28 \text{ мм}$.

Задача 5. А чему были бы равны смещения всех точек в предыдущей конструкции (см. рис. 8), если бы масса нижнего груза была в пять раз больше массы каждого из верхних грузов?

Задача 6. Прямоугольную пластину кладут на границу раздела двух горизон-

Рис. 9

тальных плоскостей так, что линия раздела плоскостей проходит ровно посередине пластины (рис. 9, а). Левая полуплоскость гладкая ($\mu_1 = 0$), правая плоскость шершавая ($\mu_2 > 0$). Пластины нагревают так, что ее боковой размер (расстояние между точками A и B) увеличивается на $\Delta a = 1$ мм. Найдите смещения точек A и B при условии, что увеличение размеров пластины гораздо меньше ее размеров. А каковы были бы смещения этих точек при фантастическом расширении пластины, например при увеличении ее размеров в 16 раз?

Задача 7. На прямой угол, образованный гладкой ($\mu_1 = 0$) и шершавой ($\mu_2 > 0$) плоскостями, кладут квадратную пластину (рис. 9, б). При нагревании размер пластины увеличивается на $\Delta a = 1$ мм. На сколько смещаются при этом вершины квадрата – точки A и B? Задачу решите в предположении, что увеличение размеров пластины гораздо меньше ее размеров.

Упоры

Движения тел при тепловом расширении становятся более разнообразными, если на их пути встречаются упоры. Упорами мы будем называть такие преграды, которые некоторым образом ограничивают движение тела, однако оставляют ему возможность выполнить свободное тепловое расширение.

Задача 8. Квадратную пластину, лежащую на ровной поверхности стола (рис. 10, а), ограничивают с боков упоры Γ_1 и Γ_2 (гвоздики). После этого пластину нагревают. Когда пластина остынет до прежней температуры, она оказывается смещенной относительно исходного положения. Определите величину результирующего смещения крайней

Рис. 10

точки пластины – точки A. Для расчетов примите, что сторона квадрата увеличивается при нагреве на $\Delta a = 1$ мм и что трение в точках контактов пластины и гвоздиков отсутствует.

Задача 9. Решите аналогичную задачу для диска, движение которого ограничено двумя упорами, составляющими угол 60° (рис. 10, б). Считайте, что радиус диска при нагревании увеличился на $\Delta a = 1$ мм.

Бывает, что наличие упоров приводит не только к смещению, но и к повороту тела!

Задача 10. Квадратную пластину закрепляют на оси Γ_1 , проходящей рядом с серединой нижней стороны, а рядом с серединой боковой стороны вбивают упор Γ_2 (рис. 11, а). На какой угол повернется пластина при нагреве, если известно, что ее размеры увеличиваются при нагревании на 0,2%? Трение между пластиной, осью и упором отсутствует.

Решение. Упор Γ_2 делает невозможным простое расширение пластины – боковая сторона «наезжает» на него (рис. 11, б). Однако если пластина немного повернется (рис. 11, в), то расширение станет возможным.

Рис. 11

Таким образом, чтобы выполнить расширение, пластина должна одновременно с расширением поворачиваться. В результате одновременного выполнения пластиной двух этих движений боковая сторона ползет вдоль упора G_2 , касаясь его, но не «наезжая» на него. При таком движении скорость $\vec{v}$ точки A боковой поверхности, которая касается упора, направлена вдоль боковой стороны (рис. 11,з). Эта скорость складывается из двух составляющих: скорости $\vec{v}_1$, возникающей за счет расширения пластины, и скорости $\vec{v}_2$, возникающей за счет поворота пластины. Отметим интересный факт: так как обе составляющие скорости точки A прямо пропорциональны расстоянию от нее до неподвижной точки G_1 , их отношение $\Omega = v_1/v_2 = \text{ctg } \theta$ есть константа и эта константа, в силу равноправности всех точек при тепловом расширении, одинакова для всех точек тела. Величину Ω можно было бы назвать «закрученностью» нашей маленькой Вселенной под названием «Нагреваемый квадрат». В нашем случае $\theta = 45^\circ$ и $\Omega = 1$.

Ну а теперь ответ. При небольших смещениях отношение скоростей можно считать постоянным. Переносим его со скоростей на смещения $\Delta l = \Omega \Delta a$, здесь Δl — длина дуги, пройденная точкой, для угла поворота получим $\Delta \varphi = \Delta l/a = \Omega \Delta a/a = 0,002 \text{ рад} = 7'$.

Силы при тепловом расширении

Итак, мы видели, что если есть упоры, то тело вынуждено выполнять те ограничения, которые они накладывают на его движение. Но без ответа вмешательство в тепловое движение тела не остается — тело давит на упоры, стремясь избавиться от навязываемых ему ограничений. Нам, знающим «микроскопическую» картину взаимодействия участков пластины с поверхностью, на которой она лежит, уже вполне по силам установить, как изменяются суммарные силы и моменты, действующие на пластину со стороны подложки, при переходе от одного движения к другому. Попробуйте свои силы при решении следующих задач.

Задача 11. С какими силами пластина из предыдущей задачи давит на упоры G_1 и G_2 при нагревании? Известно, что в отсутствие второго упора (гвоздика G_2) при обычном тепловом расширении пластина давит на первый упор (гвоздик G_1) с силой $F_1 = 2H$, а если бы мы захотели просто повернуть пластину относительно оси G_1 , прикладывая силу к середине боковой стороны, то нам пришлось бы давить на пластину с силой $F_2 = 3H$. Напоминаем, что по условию предыдущей задачи трение об упор G_2 отсутствует.

Задача 12. Из одного листа меди вырезают две пластины разной формы (рис. 12). Их по очереди кладут на ров-

Рис. 12 а) б)

ную горизонтальную поверхность вплотную к упорам AB и BC и нагревают. Известно, что «простой уголок» при тепловом расширении давит на каждый из упоров с одной и той же силой $F_1 = 6H$. С какой силой давит на каждый упор «сложный уголок»? Трение между боками пластин и упорами отсутствует.

Задача 13. Из одного листа меди вырезают четыре пластины разной формы. Их по очереди кладут на ровную горизонтальную поверхность вплотную к упорам A и B и нагревают. Известно, что при этом «уголок» (рис. 13,а) давит на

Рис. 13 а) б) в) г)

каждый из упоров с одной и той же силой $F_1 = 61\text{Н}$, «прямоугольник» (рис. 13,б) давит на упор AB с силой $F_2 = 51\text{Н}$, а на упор BC с силой $F_3 = 31\text{Н}$. С какой силой давит на каждый упор «маленький квадрат» (рис. 13,в)? С какой силой давит на каждый упор «двойной квадрат» (рис. 13,г)? Трение между боками пластин и упорами отсутствует.

Неизотропное тепловое расширение

Если вы решили две предыдущие задачи, то, несомненно, вы научились мысленно разрезать геометрические фигуры и складывать из них новые. Это умение вам очень пригодится при решении нашей последней задачи.

Задача 14. Квадратная пластинка, сделанная из анизотропного материала, при нагревании до некоторой температуры расширяется в вертикальном направлении на 15,4%, а в горизонтальном направлении на 2,2%. На рисунке 14,а направле-

Рис. 14

ние наилучшего расширения материала показано прямыми линиями. Из этой пластинки вырезают прямоугольную пластину таким образом, что направление наилучшего расширения составляет угол 45° с основанием пластины, и нагревают ее до той же температуры (рис. 14,б). На сколько процентов увеличатся при нагреве длины боковых сторон прямоугольной пластины? На сколько процентов увеличится площадь пластины?

Указание. Анизотропными называются материалы, у которых физические свойства разные в разных направлениях.

Заключение

Мы вполне допускаем, что после прочтения статьи у вдумчивого читателя могут возникнуть законные вопросы.

—Вы знаете, я не сомневаюсь в правильности полученных выше ответов. Но вот та логика, которую вы использовали при решении задач, кажется очень необычной. В ваших задачах неодушевленные пластины сами выбирают неподвижные точки, неподвижный упор приводит во вращение расширяющийся квадрат, скорости порождают силы и эти силы направлены против скоростей. Все это очень непохоже на наш обычный Мир. Это не Мир Ньютона, в котором силы порождают изменения скоростей. Это и не Мир Аристотеля, в котором силы порождают скорости, направленные по силам. Это совсем иной Мир.

— Вы правы, в наших рассуждениях многое было непривычным. Но в них нет ошибок. Представьте себе механический кукольный театр, сделанный искусным механиком. Куклы в этом театре движутся, танцуют, встречаются и расстаются. Движение кукол управляется десятком пружин и стержней, спрятанных мастером за декорациями. И, конечно, если мы взглянем в работу механизма, то найдем здесь и законы Ньютона, и закон Гука, и наши обычные рассуждения. Но мы, люди, обладаем и иной способностью. Мы можем забыть о механизмах и видеть перед собой только героев увлекательной пьесы, прекрасных дам и галантных кавалеров, которые живут по своим собственным законам. По законам, которые мы не найдем в механике, но которые мы очень часто находим в жизни.