Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Варламов, Погода в пустыне Сахара, *Квант*, 2021, номер 2, 28–30

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20210204>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 14:40:52

число, для которого вопрос содержателен, т.е. ни при каком n найти неисправные весы за два взвешивания нельзя! Действительно, пусть при первом взвешивании на чашах стоит по x весов и левая чаша перевесила. Тогда неисправными могут быть x левых весов (более тяжелые), x правых (более легкие) и весы, на которых делалось взвешивание (любые). Найти среди них неисправные одним взвешиванием можно только при $x = 1$, причем для этого надо иметь не меньше трех правильных весов (почему?). Однако, в этом случае $n \geq 6$ и при равновесии в первом взве-

шивании остается не менее четырех подозрительных весов, из которых невозможно найти неисправные одним взвешиванием.

В заключение предлагаем читателю подумать над следующими вопросами.

1. Верно ли что неисправные весы можно найти за три взвешивания при всех $4 \leq n \leq 13$?

2. При каких n можно найти среди n весов неисправные за k взвешиваний?

3. Как изменится ответ на предыдущий вопрос, если надо не только найти неисправные весы, но и выяснить, легче они настоящих или тяжелее?

Погода в пустыне Сахара

С.ВАРЛАМОВ

В «Кванте» № 11–12 за 2020 год приведено решение задачи Ф2624, основанное на предположении, что поглощение тепла воздухом и остывание воздуха происходят по очереди. Здесь же будет рассмотрена несколько иная картина теплообмена, возможно – более реалистичная.

Напомним условие задачи: *Суточный «ход» температуры воздуха летом на высоте 2 м (стандартная высота для метеорологических измерений) составляет в Сахаре 30°. Максимальная температура +40°C. Погода устойчивая, небо безоблачное. Оцените толщину слоя воздуха над поверхностью пустыни, вовлекаемого в конвекцию в течение суток. Солнечная постоянная равна 1370 Вт/м².*

Теперь – решение.

Тепловые явления, происходящие в атмосфере Земли, весьма сложны. Большое количество факторов определяют направления и мощности тепловых потоков. В атмосферных процессах задействованы все известные процессы теплопередачи: излучение, фазовые переходы (испарение-конденсация), теплопроводность и конвекция. Картина взаимного обмена теплотой

между атмосферой и поверхностью (твердой или жидкой) зависит от места на поверхности Земли, она меняется даже в течение суток и уж тем более за длительные промежутки времени (между зимой и летом). Если в воздухе имеются облака, то излучение, идущее и от Солнца и от поверхности Земли, рассеивается и перехватывается облаками.

Конкретно в Сахаре существуют и субтропические области, и области, в которых годами не выпадают осадки. Будем считать, что нас интересует ситуация в пустынных районах Сахары, где влажность воздуха весьма мала и никакой конденсированной воды на поверхности нет. Поэтому испарение воды, которое играет важную роль в других случаях, здесь не участвует по причине отсутствия вещества для испарения.

Итак, время – лето, когда Солнце бывает в зените, ветра нет. Днем при солнечном освещении теплота передается от поверхности атмосферному воздуху, который, прогреваясь снизу, участвует в конвекции. Ночью подогрев снизу прекращается, и конвекция замедляется. Согласно условию задачи нужно оценить толщину приземного слоя воздуха, который за дневное время суток прогревается на величину порядка 30 градусов.

На рисунке 1 показаны основные направления, в которых «путешествует» энергия, попавшая с излучением Солнца на Землю. В подписи к рисунку указано, что величи-

Рис. 1. Тепловой баланс Земли (март 2000 – май 2004). Все тепловые потоки (в $\text{Вт}/\text{м}^2$) усреднены по времени и по поверхности Земли. (Источник: K.T.Trenberth, J.Fasullo, J.T.Kiehl. *Earth's global energy budget*. – *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 90 (2009), 311–323.)

ны тепловых потоков усреднены не только по поверхности Земли, но и по времени, т.е. приведенная картина не относится напрямую к ситуации, которую мы намерены рассмотреть. Но «локально» и по времени и по участку поверхности при устойчивой погоде тоже выполняется условие «баланса». Это означает, что сколько в среднем за сутки Земля получает от Солнца, ровно столько же и отдает в Космос.

Над Сахарой облаков нет, поэтому доля солнечной энергии, добирающейся через прозрачную (в видимом диапазоне длин волн) атмосферу, составляет в полдень примерно $1000 \text{ Вт}/\text{м}^2$. Значительная часть падающего на Землю излучения сразу отражается поверхностью пустыни. Средняя величина альбедо песка или скалистых плоскогорий Сахары (которые занимают большую часть ее поверхности) равна примерно 30%. Если Солнце в зените (солнечный свет перпендикулярно падает на поверхность), то каждому квадратному

метру поверхности достается мощность, равная примерно $1 \text{ кВт}/\text{м}^2$. С учетом альбедо поглощается соответственно $700 \text{ Вт}/\text{м}^2$. В течение светлого времени суток поглощение солнечного света сначала растет и достигает максимальной величины $700 \text{ Вт}/\text{м}^2$ в середине дня, а затем уменьшается до нуля. При этом температура поверхности в дневное время достигает $+70^\circ\text{C}$. Мощность, приходящаяся на единицу площади, зависит от угла падения солнечных лучей. Средняя за светлое время суток, за 12 часов, мощность равна

$$0,7 \cdot 10^3 \cdot \frac{\int_0^\pi \sin \varphi \cdot d\varphi}{\pi} \text{ Вт}/\text{м}^2 = \frac{1,4}{\pi} \cdot 10^3 \text{ Вт}/\text{м}^2 \approx 446 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Термометр, работающий на поглощении теплового излучения тел и направленный днем или ночью вверх (в чистое небо), показывает среднюю температуру -30°C . Эта температура определяет средний по времени за сутки (примерно одинаковый днем и ночью) тепловой поток от атмосферы к поверхности Земли. Величина этого потока, приходящаяся на единицу площади поверхности, равна примерно

$$\sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4) \times$$

$$\times (273 - 30)^4 \text{ К}^4 \approx 200 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Полученная оценка несколько меньше величины соответствующего усредненного потока энергии, указанного на рисунке 1 (т.е. $333 \text{ Вт}/\text{м}^2$).

Вместе эти два потока теплоты «к поверхности» дают за дневное время величину мощности примерно

$$446 \text{ Вт}/\text{м}^2 + 200 \text{ Вт}/\text{м}^2 = 646 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Средняя мощность, уходящая «от поверхности» посредством излучения, в дневное время соответствует излучению поверх-

Рис. 2. График зависимости доли пропускаемого разными атмосферными газами излучения от длины волны

ности с некоторой средней температурой между максимальной $+70^\circ\text{C}$ и минимальной $+10^\circ\text{C}$. Если считать, что коэффициент теплового излучения поверхности равен 0,7, то эта мощность равна примерно $0,7 \cdot \sigma \cdot (273 + 40)^4 \text{ Вт/м}^2 \approx 380 \text{ Вт/м}^2$.

Здесь в качестве температуры выбрано среднее арифметическое значение $(10^\circ + 70^\circ)/2 = 40^\circ$.

Величины потоков 646 Вт/м^2 «к поверхности» и 380 Вт/м^2 «от поверхности» не равны друг другу, следовательно, за счет конвекции воздуха от поверхности над Сахарой в дневное время отбирается мощность, равная их разности, т.е. примерно 266 Вт/м^2 . В ночное время конвекция воздуха над поверхностью прекращается, поскольку поверхность, быстро охлаждаемая за счет излучения, приобретает температуру ниже, чем температура воздуха, расположенного непосредственно над ней. Если считать, что воздух в среднем прогревается на 30 градусов, то можно оценить толщину слоя воздуха x , который участвует в дневной (за 12 часов) конвекции:

$$266 \cdot 12 \cdot 3600 \text{ Дж/м}^2 = \frac{7}{2} R \frac{\rho}{M} \Delta T \cdot x =$$

$$= \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{1,2}{0,029} \cdot 30 \text{ Дж/м}^3 \cdot x,$$

откуда следует $x \approx 320 \text{ м}$.

Почему атмосфера «перехватывает» частично и излучение Солнца и излучение, идущее от Земли? Это обусловлено наличием в воздухе (даже в прозрачном) частиц, которые хорошо поглощают излучение в некоторых диапазонах длин волн. Картинка зависимости доли пропускаемого атмосферным воздухом излучения от длины волны, приведенная на рисунке 2,

наглядно иллюстрирует причину неполного прохождения мощности излучения через атмосферный воздух. Температура поверхности Солнца равна примерно 6000 К . Этой температуре соответствует максимум излучения, приходящийся на длину волны $0,5 \text{ мкм}$ (примерно середина видимого диапазона света). Температуре поверхности Земли, равной в среднем 300 К , соответствует (согласно закону Вина) длина волны, на которую приходится максимум теплового излучения, равная $0,5 \text{ мкм} \cdot (6000/300) = 10 \text{ мкм}$.

Из потока солнечного излучения 1370 Вт/м^2 сквозь прозрачную (без облаков) атмосферу при перпендикулярном к поверхности Земли падении проходит только 1000 Вт/м^2 , что составляет примерно 73% от всего излучения. Это обусловлено поглощением и частичным рассеиванием атмосферой излучения, идущего от Солнца. Ультрафиолетовое излучение при длинах волн меньше $0,3 \text{ мкм}$ в основном поглощается и рассеивается кислородом, а в диапазоне ближнего и среднего инфракрасного излучения от $0,8$ до $3,0 \text{ мкм}$ поглощение и рассеивание обеспечивается парами воды и углекислым газом.

А в диапазоне теплового излучения Земли, соответствующего температурам $250\text{--}340 \text{ К}$ и диапазону длин волн от $3,0$ до 15 мкм , воздух частично не пропускает излучение за счет поглощения и рассеяния озоном, углекислым газом и водой, находящейся в воздухе в конденсированном состоянии.

Для более подробного ознакомления с тепловыми процессами в атмосфере Земли очень рекомендуем прочитать одну из замечательных книг «Библиотечки «Квант» — книгу А.В.Бялко «Наша планета Земля» (выпуск 29).