Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Ашкинази, В космос – на безвоздушном шаре?, *Квант*, 2021, номер 10, 23–25

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20211002>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.174.16.151

26 апреля 2023 г., 14:02:01

В КОСМОС — на безвоздушном шаре?

Л. АШКИНАЗИ

В двадцатом веке дирижабли наполняли горячим водородом, дорогим гелием или малоэффективным горячим воздухом, теперь же мы делаем их буквально пустыми.

Прочные наноструктуры позволяют откачать из оболочки воздух и заместить его вакуумом.

Нил Стивенсон. Алмазный век

Несколько лет назад, в один прекрасный день, многие средства массовой информации стали одно за другим сообщать, что создан твердый материал, который в несколько раз легче воздуха. Причем эти сообщения сопровождалось фотографиями куска этого материала, мирно лежащего на ладони. И не в вакууме, а просто на воздухе.

Читатели, как обычно и бывает при чтении подобных материалов, поделились на две группы. Первые просто удивлялись или восхищались, и недоуменных вопросов у них не возникало. Школьную физику они не изучали — если изучали, то забыли, а если что-то не забыли, то ею не пользовались. В данном случае не повезло закону Архимеда. Вторые, читая про материал легче воздуха, мирно лежащий на ладони, смеялись и удивлялись глупости тех, что это опубликовал. Мы надеемся, что вы принадлежите к третьей группе, т.е. к тем, кто хочет понять.

Подсказкой будет описание этого материала, который называется «аэрогель». Это очень пористый материал, поры в нем могут занимать до 99% объема, а все остальное может состоять из разных веществ, например из оксидов или углерода. Общие сведения об этом материале имеются в Википедии, и на момент написания этой статьи там не было глупостей, но они могут возникнуть в любой момент, так что будьте осторожны.

А пока займемся делом — построим модель подобного материала, выясним, насколько легким он может быть и нельзя ли сделать так, чтобы он действительно взлетел.

Пусть у нас есть материал с плотностью ρ и прочностью σ . Размерность прочности в единицах СИ это Н/м^2 , но в технике принято для прочности и вообще для механических напряжений использовать единицы кг/мм^2 . Почему здесь «кг», а не «Н», вы, конечно понимаете, и единицы переводите без калькулятора. Сейчас нам не важно, эта буковка σ — предел прочности, или предел текучести, или малоцикловая прочность, или какая-то еще; разных прочностей много. Мы будем просто считать, что это то напряжение, при котором можно использовать материал.

Сделаем из этого материала нити диаметром d и соберем из них куб с ребром L . Наш куб будет устроен просто — это будет трехмерная структура из периодически, с периодом L , расположенных вдоль осей координат нитей. Нити, идущие параллельно оси x и параллельно оси y , расположим в одних плоскостях, параллельных оси z , иначе они не будут пересекаться. Через эти же точки пересечения пропустим нити, идущие параллельно оси z , и в каждой точке пересечения все три нити соединим. Попутно вопрос — сколько у нас всего нитей и сколько точек соединения? Понимаете ли вы, что формулы $3(L/l)^2$ и $(L/l)^3$ — приближенные и почему это так? А еще в качестве развлечения попробуйте мысленно собрать L/l -куб не из нитей, а из плоскостей и получить аналогичные формулы.

Пусть наш куб закрыт с поверхности герметичной оболочкой, весом и собственной прочностью которой пока пренебрегаем. Из пространства внутри оболочки будем откачивать воздух, после чего устройство будет иметь шансы действительно стать легче воздуха. До какой высоты оно поднимется в атмосфере, если не сломается при откачке? Ответ очевидно зависит от отношения прочности к плотности, давайте его получим.

Средняя плотность нашего куба это отношение всей массы к объему L^3 , т.е.

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{3\rho d^2 L}{4l^2}$$
 . Получите эту формулу самостоятельно. При этом учтите, что нити идут вдоль трех осей и их общее количество равно

$3L^2/l^2$, а объем каждой нити равен $\pi d^2 L/4$. С другой стороны, при запуске с уровня Земли нити должны выдержать силу, созданную давлением атмосферы pL^2 , где p – атмосферное давление, распределенную оболочкой на площадь сечения всех нитей, входящих на грань куба, т.е. на $\pi d^2 L^2/(4l^2)$. Это означает, что должно выполняться условие $pL^2 = \pi \sigma d^2 L^2/(4l^2)$, отсюда – очевидное соотношение $p = \frac{\pi \sigma d^2}{4l^2}$. Если принять

$p = 10^5$ Па, $\sigma = 5 \cdot 10^9$ Па, то мы получим отношение $d/l = 0,005$. Можем использовать, например, $d = 5$ мкм, а $l = 1$ мм. Представьте себе мысленно эту конструкцию, положите на нее мысленно нагрузку и ... прислушайтесь к своим внутренним чувствам. Беспокойство не возникает?

Вернемся в арифметике. Какова будет средняя плотность такого материала, если использовать его предельную прочность, т.е. выбрать параметры так, чтобы материал еле-еле выдерживал атмосферное давление? Из полученного выражения для давления:

$$p = \frac{\pi \sigma d^2}{4l^2} \text{ и формулы для средней плотности: } \rho_{\text{ср}} = \frac{3\pi p d^2}{4l^2} \text{ получаем } \rho_{\text{ср}} = 3pp/\sigma.$$

Заметим, что величину σ/ρ в технике называют удельной прочностью. Она говорит о том, сколько будет весить та или иная конструкция при заданной прочности. Ну, а мы полезем в справочники, найдем величины ρ и σ и получим, например, для кварца величину около $0,1 \text{ кг/м}^3$. Это действительно меньше плотности воздуха, равной $1,3 \text{ кг/м}^3$ (а эту величину вы можете получить, поделив 29 г на $22,4 \text{ л}$ – величины узнаваемы?). Это только расчет, но в эксперименте величина $0,16 \text{ кг/м}^3$ для аэрогеля (но другой конструкции) уже получена.

Однако означает ли это, что такой аэрогель радостно взвоньется в воздух? Увы, нет. Потому, что мы учитывали вес только нитей, но не учитывали вес воздуха в пространстве между ними. Но если бы удалось откачать из аэрогеля воздух, он взлетел бы до высоты около 15 км , где плотность атмосферы уменьшается до указанной величины. Кстати, сам по себе каркас аэрогеля (например, кварцевый) теоретически можно

сделать еще легче. Проблема в методе изготовления и в прочности – чем он будет легче, тем менее прочен. Мы ведь рассматривали конкретное ограничение – прочность (не нитей, а материала!) должна быть не менее атмосферного давления 10^5 Па.

Займемся оболочкой, которая не пропускает воздух и распределяет силу давления по нитям. Оболочка, лежащая на квадратных ячейках из нитей, будет продавливаясь разностью давлений (внутри мы ведь предполагаем иметь очень разреженный воздух) и может не выдерживать. Силу, приходящуюся на ячейку $l \times l$ и равную pl^2 , должна выдерживать нить сечением d^2 и пленка сечением hl , где h – толщина пленки. Поскольку $l \gg d$, то, беря $h \gg d$, мы можем не опасаться, что пленка порвется, а весить она будет все равно пренебрежимо мало из-за того, что она тонкая в масштабе конструкции ($L \gg h$). Когда я первый раз окунулся в эту милую задачу, в этом месте я возликовал – все, летим в космос! Но вы помните, что немного раньше я призвал вас прислушаться к внутренним чувствам?

Интуиция была права. Есть еще одно ограничение, но оно выходит за рамки школьной модели, и мы приведем его без доказательства. Стержень, сжимаемый вдоль оси, может деформироваться не из-за недостатка прочности (это мы учитывали), а из-за потери устойчивости, т.е. изгиба вбок. Эту задачу когда-то впервые решил не кто-нибудь, а сам Эйлер 277 лет назад. Так вот, изгиб круглого стержня происходит при напряжениях порядка $\pi^2 E d^2/l^2$ и при малых d/l , т.е. для тонких длинных нитей, даже при большом значении модуля Юнга E (для кварца примем $70 \cdot 10^9$ Па) можно опасаться изгиба. Выше мы получили как предельную по соображениям прочности на сжатие величину $d/l = 0,005$, однако при этом предельные напряжения для возникновения изгиба, т.е. смятия конструкции, получаются $1,7 \cdot 10^7$ Па. А мы-то ориентировались на $5 \cdot 10^9$ Па, что в 300 раз больше! Значит, относительное сечение нитей придется, похоже, увеличить в 300 раз, а отношение d/l – в 17 раз. А такой материал, даже если из него выкачать воздух, увы, не взлетит.

Можно придумать два варианта действий. Первый – использовать не обычный аэрогель, а сфантазировать конструкцию из

углеродных нанотрубок. Второй – откачивать воздух не сразу весь, а так, чтобы устройство еле-еле оторвалось и начало подъем. И далее, по мере подъема, продолжать откачивать воздух, обеспечивая малость сил, действующих на нити. Теоретически, так можно забраться и в космос – если, конечно, отсасывающий насос ничего не весит.

И в заключение скажем, какие существуют самые легкие вещества, причем не многофазные композиты – губки, сотовые конструкции и аэрогели с воздухом внутри, а честные твердые вещества. По-видимому,

это так называемые металлоорганические каркасы, плотность которых бывает порядка $(0,12-0,13) \text{ г/см}^3$.¹

Наверное, рекордсмен здесь твердый водород с плотностью $0,087 \text{ г/см}^3$. Но он рекордсмен, только если не очень жарко, а точнее – при $-259,14 \text{ }^\circ\text{C}$, или $14,01 \text{ K}$.

¹Прочитать о них можно, например, здесь:

<https://biomolecula.ru/articles/mofs-nashe-budushchee>

www.ihim.uran.ru/files/info/hij2_2018

nplus1.ru/news/2017/04/24/uranium-mof

КОНКУРС ИМЕНИ А.П. САВИНА

Мы продолжаем конкурс по решению математических задач. Задания рассчитаны в основном на учащихся начиная с 8-9 классов, а более младшим школьникам советуем попробовать свои силы в конкурсе журнала «Квантик» (см. сайт. kvantik.com).

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, электронной почтой по адресу: savin.contest@gmail.com. Кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

Мы приветствуем участие в конкурсе не только отдельных школьников, но и команд (в таком случае присылается одна работа со списком участников). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квант» и призы.

Задания, решения и результаты публикуются на сайте sites.google.com/view/savin-contest Желаем успеха!

5. Несколько интровертов и экстравертов хотят разбиться на четыре команды. Сначала в каждой команде по ноль человек. Затем каждый по очереди выбирает команду, причем интроверты выбирают какую-то команду с минимальным (на момент выбора) количеством участников, а экстраверты – максимальным. Могли ли команды получиться попарно различного размера?

А.Перепечко

6. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Любые три его вершины образуют треугольник, всего таких треугольников 20. Квантик хочет отметить внутри шестиугольника как можно меньше точек, чтобы внутри каждого из этих 20 треугольников попала хотя бы одна отмеченная точка. При-

ведите пример, как отметить точки, чтобы выполнялось это условие, и докажете, что меньше точек отметить нельзя.

А.Толтыго

7. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_0 и CC_0 и биссектрисы BB_1 и CC_1 . Оказалось, что $B_0C_0 \parallel B_1C_1$. Можно ли утверждать, что треугольник ABC равнобедренный?

С.Дворянинов

8. Натуральное число называется *палиндромом*, если оно читается слева направо и справа налево одинаково (например, 2, 33 или 12321). Для каких натуральных n существует палиндром, делящийся на n ?

Ю.Маркелов