Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Стасенко, Гидроудар и пробой электрокабеля, *Квант*, 2021, номер 11, 22–24

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20211103>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.207.199.55

26 апреля 2023 г., 14:00:28

Гидроудар и пробой электрокабеля

А. СТАСЕНКО

*...как в наши дни
вошел водопровод,
сработанный
еще рабами Рима.*
В. Маяковский

Увы, не умели в древности делать трубы – в результате приходилось использовать компоненту ускорения тяготения $g \sin \alpha$, т.е. удельную скатывающую силу вдоль наклонной плоскости (рис. 1). Как тут не восхититься умением мастеров создать каменное русло без щелей, да еще поднять его выше домов! Впрочем, наверняка были утечки.

Дело пошло на лад, когда начали катать трубы и использовать водонапорные башни и компрессоры для обеспечения высокого давления воды. Но тут обнаружилась другая беда – при слишком большом давлении трубы лопались. Все явления гидравлического удара объяснялись возникновением и распространением ударной волны, возникающей в результате слишком быстрого перекрытия потока.

Рис. 1. Древний акведук. Перекрывая заслонку (слева), можно передать модулированный сигнал получателю (справа). При резком перекрытии заслонки может возникнуть гидроудар

Важнейшую роль в решении проблемы сыграли исследования русского ученого Николая Егоровича Жуковского (1847–1921), результаты которых изложены в его докладе «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах»¹. Эта работа была немедленно переведена на немецкий, английский и французский языки и сделала его знаменитым задолго до того, как он был признан «отцом русской авиации». В частности, им было получено простое и практически важное выражение для перепада давлений Δp :

$$\Delta p = \rho \cdot \Delta v \cdot c, \quad (1)$$

где ρ – плотность воды, Δv – разность скоростей потока до и после внезапного изменения его сечения, c – скорость распространения возмущения с учетом сжимаемости воды и упругой деформации стенок трубы.

Но разве вода сжимаема!? может воскликнуть Способный Ученик. Поэтому расскажем все по порядку. Рассмотрим две ситуации.

Первая ситуация: шарик массой m , подвешенный на пружине жесткостью k , совершает малые колебания в жидкости (рис. 2,а). Пренебрегая вязкостью жидкости, запишем уравнение второго закона Ньютона:

$$m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2 s}{dt^2} - ks, \quad (2)$$

где s – смещение шарика относительно положения равновесия. Как известно, решение этого уравнения записывается в виде гармонической функции с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Вторая ситуация: электрический контур, содержащий емкость C и индуктивность L (рис. 2,б). Уравнение, описывающее изменение во времени тока I через катушку индуктивности и заряда q на конденсаторе имеет вид

$$-L \frac{dI}{dt} - L \frac{d^2 q}{dt^2} - \frac{q}{C}. \quad (3)$$

¹ Бюллетень Политехнического Общества. – 1899, №5.

Рис. 2. Электрогидродинамическая аналогия

Это закон Кирхгофа для электрической цепи.

Сравнивая уравнения (2) и (3), можно удивиться тому, что столь различные по своей физической сути процессы описываются одинаковыми уравнениями. Тут хорошо видна явная аналогия входящих в него величин:

$$s \leftrightarrow q, v \leftrightarrow I, m \leftrightarrow L, k \leftrightarrow \frac{1}{C}.$$

Значит, можно сразу сказать, что частота колебаний тока и заряда в электрическом контуре будет равна

$$\omega = \sqrt{\frac{1/C}{L}} \leftrightarrow \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Это формула Уильяма Томсона (1824–1907), о котором будет рассказано далее.

А сейчас вообразим, что шарик раскатан в лист и свернут в трубу, которую заполнили окружающей его ранее водой, — это уже интересующий нас водопровод. А роль конденсатора и катушки выполняет кабель с центральной жилой. Теперь это устройство будет обладать распределенными по длине индуктивностью L_1 с размерностью Гн/м и емкостью C_1 с размерностью Ф/м.

Интересно, какой смысл в этом случае будет иметь выражение $\sqrt{\frac{1/C_1}{L_1}}$? Нетрудно обнаружить, что размерность этого выражения есть м/с. Но это же не что иное как скорость распространения сигнала по кабелю! Иными словами,

$$v = \sqrt{\frac{1/C_1}{L_1}}$$

Значит, опираясь на установленную выше аналогию, можно предложить и выражение для скорости распространения сигнала в воде. Для этого нужно знаменатель в последней формуле заменить распределенной массой, а числитель — распределенной жесткос-

тью, т.е. плотностью воды ρ с размерностью кг/м³ и модулем упругости E с размерностью Н/м² — тем самым, который входит в известный закон Гука для упругой деформации тела.

Итак, скорость сигнала в воде равна

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Используя табличные данные, получим

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2}{10^3 \text{ кг/м}^3}} = 1400 \text{ м/с}.$$

Оценим по формуле Жуковского (1) давление при гидроударе в случае внезапного перекрытия потока воды, двигавшегося со скоростью 1 м/с:

$$\Delta p = 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 1 \text{ м/с} \cdot 1400 \text{ м/с} = 14 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 \approx 14 \text{ атм}.$$

Так что будьте осторожны с открытием крана на кухне! А тем более — с гидроударом в кровеносных сосудах (аналогия в медицине).

Но дело не только в определении давления гидроудара. Вот что вспоминает академик А.Н. Крылов о докладе Н.Е. Жуковского в Русском техническом обществе: «В конце 1880-х и начале 1890-х годов Н.Е. Жуковский иногда наезжал и делал в Техническом обществе свои доклады или выступал на чужих докладах. Мне особенно запомнился его доклад “Об определении места порчи в водопроводных трубах”; конечно, не тогда, когда вода бьет фонтаном до пятого этажа, нет, а когда снаружи ничего не видно. Метода Жуковского, основанная на рассмотрении записи давления после внезапного открытия клинкетта, установлена блестящим математическим анализом. Эта метода тогда же была проверена опытами на московском водопроводе и вошла в практику. Любопытно сопоставить эту методу Жуковского с методом лорда Кельвина (У. Томсона) определения места порчи подводного телеграфного кабеля; математическая аналогия довольно замечательна».²

Однако мы уже реализовали это пожелание академика! Осталось написать диффе-

² Академик А.Н. Крылов. Воспоминания и очерки. — М.: Издательство АН СССР, 1956.

ренциальное уравнение в частных производных, поскольку все искомые величины (скорость смещения, упругая деформация, давление – в случае водопровода и ток, плотность заряда, разность потенциалов – в случае кабеля) зависят от двух переменных – времени и координаты. (Эти уравнения можно свести к одному, названному по вполне понятной причине «уравнением телеграфистов».) Правда, и без этих уравнений понятно, что при наличии повреждений на месте гидроудара трубопровода (говоря политкорректно, «при несанкционированном отборе») или при пробое электрокабеля на дне океана отраженный сигнал и время его появления будут сильно отличаться от безаварийного случая (рис. 3).

Любопытно сопоставить и судьбы двух великих людей – Уильям Томсон получил (1892) от королевы Виктории титул «барон Кельвин», после чего его стали называть лордом Кельвином, а профессор Н.Е. Жуковский основал (1918) знаменитый Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ), который справедливо носит имя ученого.

А вот что еще сообщает академик А.Н. Крылов: «Многие работы Жуковского имели непосредственное практическое зна-

Рис. 3. Схематичное изображение распространения сигналов, посланных из A и отраженных в точке B. Вверху – в случае «здоровой» линии, внизу – испорченной в точке D; штриховые линии – искаженный сигнал

чение, и если бы он, подобно лорду Кельвину, разрабатывал их до практических деталей и брал бы патенты, то и он имел бы и свою яхту, и виллы, и замки.... Жуковский же никогда ничего не патентовал, предоставляя все свои открытия в общее пользование, видя в науке не средство для личной наживы, а средство приумножения блага для человечества...» (см. ссылку 2).

Так что, если у вас есть мысли – срочно патентуйте, господа!

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТАТИВ

Механизм излучения ускоренно движущегося заряда

С.ВАРЛАМОВ

*Я оглянулся посмотреть,
не оглянулась ли она,
Чтоб посмотреть,
не оглянулся ли я.*

М.Леонидов

Если в некоторой инерциальной системе отсчета (ИСО) электрически заряженный

предмет движется поступательно с постоянной скоростью, то просто выбором другой ИСО можно добиться того, чтобы этот предмет находился в покое. В таком случае он (предмет) создает в пространстве вокруг себя стационарное электрическое поле (электростатическое поле). Плотность энергии этого поля остается неизменной в любом месте пространства, т.е. никаких электромагнитных волн заряженный предмет не излучает.

Когда на такой предмет действует внешняя сила и заставит его двигаться с ускорением, электрическое поле в пространстве вокруг этого предмета будет изменяться, что приведет к появлению магнитного поля, которое, в свою очередь, тоже будет изменяться, порождая изменяющееся электрическое поле, и т.д. Эта ситуация образно отражена в известной песне со словами, вынесенными