Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Ашкинази, Диффузия: кого, куда и вообще, *Квант*, 2018, номер 12, 38–42

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20181204>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 08:43:17

скакуном называют фигуру, которая может за ход сдвигаться на p клеток вдоль одного направления (по горизонтали или по вертикали) и на q клеток вдоль перпендикулярного направления (скажем, обычный шахматный конь является $(1, 2)$ -скакуном). Или, например, рассмотрим (p, q) -гонщика, который может ходить, как (kp, kq) -скакун, для любого натурального k (так, ладья – это $(0, 1)$ -гонщик).

Далее, в задаче 3 мы меняем форму решеток.

Снова отметим: имеется много других решеток, на которых можно рассматривать ту же постановку задачи. Кроме обычной прямоугольной и торической решеток, можно рассмотреть решетки на других поверхностях: на цилиндре, на ленте Мёбиуса, на бутылке Клейна. Можно также рассматривать пространственные решетки и далее изучать многомерные решетки. Или можно ис-

следовать другие разбиения, такие как треугольная сетка или шестиугольные «соты». И так далее.

Наконец, в задаче 4 мы занимались суммами (вместо разностей) чисел в соседних клетках. Конечно, ничто не мешает нам изучать и другие операции, например деление или умножение.

Все указанные вариации постановки задачи могут по-разному комбинироваться друг с другом.

Задача M2500 – одно из самых недавних добавлений в это постоянно растущее семейство. По сравнению с задачей 1, в ней изменен еще один параметр. В задаче 1 мы хотим, чтобы все разности между числами в соседних клетках были как можно меньше, а в задаче M2500 мы желаем сделать все эти разности как можно больше. Наверное, не нужно говорить, какие новые постановки задач получаются, если комбинировать эту вариацию с перечисленными ранее.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТАТИВ

Диффузия: кого, куда и вообще

Л. АШКИНАЗИ

В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ФИЗИКИ ОБЫЧНО упоминаются два примера диффузии – кусок свинца и кусок золота, которые прижали друг к другу, и флакон с духами, который открыли в комнате. Первая ситуация намного сложнее, чем кажется, а во второй ситуации запах распространяется в основном вообще не из-за диффузии. Объединяет же эти две ситуации то, что в обоих случаях происходит распространение одного вещества в другом. Но для того чтобы можно было говорить о диффузии, даже это не обязательно! Потому что есть понятие

самодиффузия. С другой стороны, не всякое распространение стоит называть диффузией. Однако, попробуем рассказать об этом по порядку.

Начнем именно с этой самой самодиффузии. Которых есть даже две – объемная и поверхностная. Пусть у нас имеется кусок вещества и пусть все его атомы одинаковы. Эти атомы колеблются вокруг положений равновесия, причем амплитуды колебаний сами могут изменяться. Вот некоторый атом так сильно отклонился от положения равновесия, что вообще не вернулся обратно, а переместился в другое «устойчивое положение» и, естественно, занялся колебаниями вокруг него.

В этом месте критически мыслящий школьник должен задать вопрос: оба процесса зависят от времени, как мы их разделим? Может, атом вообще только и делает, что прыгает? Ответ звучит так: оцените и сравните время колебания атома в решетке и среднее время перескока атома в соседнее положение. Очень грубая приближенная оценка дает для этих времен значения 10^{-12} с и 10^{-5} с соответственно. Таким образом, атом перемещается в соседнее положение,

совершив в среднем десять миллионов колебаний.

Вопрос 1. Как можно оценить эти времена?

Но если атомы одинаковы, то как определить, что они перемещаются? Надо как-то их пометить – так, чтобы это не повлияло на их перемещение, но позволило отличать одни от других. Предположим, нам надо исследовать самодиффузию в каком-то элементе. Возьмем немножко изотопа этого элемента, добавим его в какое-то место образца и посмотрим, как эти редкие атомы расползаются по образцу. Особенно это удобно делать, если добавленный изотоп радиоактивен – тогда мы можем измерять активность разных частей образца. Соответствующий метод называется довольно естественно: «метод меченых атомов». Правда, тут есть одно возражение. Атомы изотопов одного элемента имеют разные массы, а масса влияет на колебания. Поэтому атомы добавленного изотопа могут диффундировать не совсем так, как атомы исходного образца. Обычно этим пренебрегают, но при необходимости данный эффект можно попытаться обнаружить.

Вопрос 2. Подумайте, как.

Самодиффузия важна для нескольких процессов, например для спекания порошков или для медленного изменения размеров образца под нагрузкой (крип, или ползучесть). Процесс спекания порошков очень широко применяется в технике – так, именно спеканием порошков получают многие металлические и большинство керамических изделий. А ползучесть важна, скажем, для лопаток турбин; по понятным причинам у нее даже есть специальное название: «высокотемпературная ползучесть». Для спекания порошков важна не только просто самодиффузия, т.е. перемещение атомов в объеме, но и так называемая поверхностная диффузия или поверхностная миграция, т.е. перемещение атомов по поверхности. Представьте себе контакт между двумя маленькими шариками по еще более маленькому пятнышку. Спекание – это увеличение размеров этого контакта. Чтобы подобраться к нему по объему, атомам приходится протискиваться через область сечением, пропорциональным площади пятнышка, т.е. квадрату диаметра, а чтобы подползти по поверхности, нужно

двигаться по дорожке хоть и узкой, но по ширине равной периметру пятнышка, т.е. первой степени диаметра. Иными словами, при уменьшении диаметра путь по объему усложняется быстрее, чем путь по поверхности. Кроме того, атом в объеме связан с большим числом атомов, чем атом на поверхности, и поэтому диффундировать атому труднее, чем мигрировать.

В однородном образце с самодиффузией может быть связано еще несколько процессов. Один из них – перемещение дефектов кристаллической решетки. Если этот дефект представляет собой лишний атом (атом в междоузлии) или отсутствие атома там, где он должен быть (вакансия), то связь перемещения дислокации и перемещения атома очевидна. В первом случае это просто одно и то же, во втором – вакансия «перемещается» строго навстречу перемещению атома. В некоторых случаях связь сложнее, но она все равно есть. Почему же говорят о диффузии вакансий и анализируют поведение вакансий, а не только атомов? Потому же, почему мы говорим «тело летит» или «тело вращается», а не пишем уравнения для движения его молекул. Во-первых, так проще, а во-вторых, во многих случаях нам важно именно движение тела, а не составляющих его молекул.

Вопрос 3. А если каким-то чудом часть молекул тела начнет двигаться иначе, то что произойдет?

Аналогичная ситуация имеет место в проводимости полупроводников – вспомните понятие «дырка».

На самодиффузию могут влиять внешние факторы – все, что как-то влияет на атомы или, если это ионная решетка, на ионы, т.е. электрические поле и ток. Влияние тока называют электронным ветром, и в металлах он преобладает. Перемещение ионов и вакансий под действием тока существенно в микросхемах. Плотность тока в проводниках микросхем весьма велика (токи-то небольшие, но сечение проводников уж очень мало), электроны движутся по проводнику, увлекают за собой ионы, дислокации-вакансии движутся, стало быть, навстречу, скапливаются на одном из концов проводника, он делается тоньше и в итоге разрывается.

Вопрос 4. Кстати, что еще происходит при этом процессе?

Что будет происходить, если вещество состоит не из отдельных атомов или ионов, а из многоатомных молекул – как, например, твердые водород, кислород, азот, галогены? Ничего ужасного, просто диффундировать будут не отдельные атомы, а, естественно, молекулы. А если эти молекулярные кристаллы состоят из молекул, которые сами состоят из разных атомов – например, H_2O , CO_2 , окислы азота, многие органические вещества? Опять же, ничего принципиально нового – хотя мы уже имеем дело с разными атомами, но они составляют молекулы, которые ведут себя, как целое.

Картина существенно меняется, когда вещество состоит из разных атомов, не связанных в молекулы. Тогда каждый атом может диффундировать, причем разные атомы диффундируют по-разному. Но при этом диффузия каждого зависит от диффузии остальных. Рассмотрим часто встречающийся случай, когда у нас имеется матрица и малая примесь. Однако и этот случай не прост, потому что есть несколько путей диффузии. Атом примеси может диффундировать, скажем так, сам по себе, прыгая из одного положения между атомами основного вещества в другое – как диффундировала бы мышь в человеческой толпе. Но он может диффундировать, пользуясь вакансиями, т.е. пустыми местами в решетке. Причем вакансии диффундируют сами по себе, это один из механизмов самодиффузии. Таким образом, диффузия примеси оказывается связана с самодиффузией материала матрицы.

Но этим дело не исчерпывается. На диффузию начинают влиять свойства, которые принято называть химическими. Если одно вещество диффундирует в другое и в какой-то зоне концентрация превосходит предел растворимости, то появляется новая фаза, т.е. образуется соединение. Иногда это отдельные участки, так называемые включения второй фазы, а иногда это сплошные слои. Включения второй фазы существенно изменяют механические свойства вещества, а сплошные слои влияют на дальнейшие процессы диффузии.

Как уже говорилось, в матрице – если только это не идеальный монокристалл, причем при абсолютном нуле – есть дислокации, нарушения. Вакансии – это только один из их типов, но есть и другие, чьи концентрация

и подвижность растут с ростом температуры. Дислокации некоторых типов создают возможности для диффузии примесей, причем эти возможности сложным образом зависят от температуры. В поликристаллах ко всей этой картине добавляются границы между кристаллами, так называемые межзеренные границы. И они тоже могут являться путями диффузии примесей.

Границы между кристаллами – это их поверхности. А диффузия по поверхности идет легче, чем по объему, потому что атом на поверхности имеет меньше связей с другими атомами, нежели атом в объеме, и ему легче разорвать часть этих связей, чтобы переместиться в новое положение. Поверхностная диффузия стала важна для техники, когда в 60-е годы прошлого века вошла в моду порошковая металлургия. Важна она и поныне хотя бы потому, что позволяет спеканием порошков (а это поверхностная диффузия) получать материалы, которые невозможно получить другими методами. В ближайшие десятилетия роль поверхностной диффузии и вообще поверхностных эффектов будет только возрастать – чем меньше объект, тем больше отношение поверхности к объему, а значит, тем существеннее роль именно поверхности.

Вопрос 5. Подумайте, почему.

Как делаются элементарные, но дающие правильные ответы расчеты, касающиеся диффузии, а также какие нетривиальные эффекты возникают, когда свинец прижат к золоту и оставлен в покое на какое-то время, вы можете узнать из двух замечательных книжек: Гегузин Я.Е. «Очерки о диффузии в кристаллах» и Бокштейн Б.С. «Атомы блуждают по кристаллу» (Библиотечка «Квант», вып. 28). Насчет именно свинца и золота – шутка. В этих книжках рассказано о многих экспериментах; в интернете они есть на многих сайтах. Диффундируйте и наслаждайтесь.

До сего момента речь шла о диффузии в твердом теле. Диффузия в жидкостях и газах, конечно, возможна, но тут есть свои особенности. Главная – движение потоков, течения в жидкости, сквозняки и ветер в атмосфере. Они тоже переносят вещество, и в обычных условиях гораздо эффективнее, чем диффузия. Поэтому пример «диффу-

зии», который часто приводится в книжках, а именно распространение запаха духов, неверен. Это не диффузия, а ветер.

Вопрос 6. Кстати, от чего еще, кроме диффузии и скорости ветра, зависит распространение запаха?

Когда мы обсуждали диффузию в твердом теле, то разделили диффузию в объеме и по поверхности. Приповерхностный слой может немного отличаться от объема – для жидкостей это указано в школьном учебнике. Для твердых тел такое отличие тоже возможно – по концентрации дислокаций, по электронным свойствам, по составу. Поэтому диффузия в приповерхностной области идет иначе, нежели в объеме. Но поверхностной диффузией или миграцией называют не ее, а именно перемещение по самой поверхности, ползание по ней.

А существует ли поверхностная диффузия в жидкостях и газах? Сама граница жидкости, как явление природы, вполне существует. Границу жидкости с твердым телом и газом мы видим в каждой луже и каждом стакане. Границу газа с твердым телом и жидкостью мы тоже видим постоянно. Границу двух жидкостей вам могли показывать на уроке.

Вопрос 7. А как увидеть границу двух газов?

Границу двух газов можно обнаружить косвенно, и это вам на уроке тоже почти наверняка показывали, но скорее всего – на уроке химии. А раз существуют границы между двумя жидкостями и между двумя газами, а также между жидкостью и газом, то вполне можно спросить: существует ли поверхностная диффузия в этих трех случаях?

Вопрос 8. Почему вода испаряется быстрее, когда над ней дует ветерок? Какой побочный процесс может уменьшать этот эффект?

Диффузией в физике называют распространение не только атомов или молекул, но и элементарных частиц. Скажем, диффузией излучения называют распространение излучения в среде при наличии многократного поглощения и последующего некогерентного испускания фотонов. Заметим, что распространение излучения в лазере, когда имеет место когерентность, так не называют. Пример диффузии излучения – распространение излучения в плотном горячем газе, например в атмосфере Солнца. В действительности

аналогия между диффузией атомов и диффузией излучения не точна, потому что после поглощения кванта одной частоты может быть испущен новый квант другой частоты. Например, при тех температурах, которые имеются в центре Солнца, а это 15 миллионов градусов, основная энергия излучения приходится на рентгеновский диапазон. Но из-за многократного поглощения и переизлучения до поверхности излучение доходит за время порядка 1 миллиона лет, при этом его спектр существенно изменяется – длина волны увеличивается в 2500 раз, и мы получаем видимое излучение.

Что касается диффузии других элементарных частиц, то за примером далеко ходить не надо – диффузия водорода в металлах (он неплохо диффундирует в палладии, никеле и некоторых других) происходит в виде ионов водорода. А что это, как не элементарные частицы – протоны? Вот про диффузию в металлах дейтерия и трития этого сказать уже нельзя.

В атомном реакторе диффундируют нейтроны, возникающие при распаде ядер. Быстрые нейтроны при диффузии отдают энергию среде и замедляются. Если поглощение нейтронов мало, то они замедляются до тепловой энергии и продолжают диффундировать в среде, пока не поглотятся одним из ядер (вызвав, возможно, его распад) или не выйдут за границу среды.

В качестве внешних факторов, влияющих на диффузию, выше были названы ток (электронный ветер) и электрическое поле. Причем это поле может быть внешнего происхождения (батарейка и проводочки), а может быть и внутреннего происхождения. Представьте себе частично ионизированную плазму. Электроны существенно легче ионов, они диффундируют быстрее, чем ионы, и если плазма не заполняет какой-то объем полностью и электронам есть куда сбегать, то они отдаляются от ионов. Заряды разделяются, возникает электрическое поле, которое тормозит электроны и пытается ускорить ионы. Но второе у него получается плохо – именно потому, что ионы тяжелее во много раз. Процесс диффузии, при котором электроны в значительной мере привязаны полем к ионам и поэтому в основном сохраняется нейтральность плазмы, имеет свое название – амбиполярная диффузия. Правда, красиво?

Особая ситуация возникает, когда плазма погружена в магнитное поле. Оно ограничивает движение заряженных частиц поперек поля, заставляя их двигаться по винтовым траекториям. В этом случае наличие столкновений – это единственная возможность для частиц скачком изменить направление вектора скорости и сместиться поперек магнитного поля.

Слово «диффузия» вообще-то латинское и означает просто «распространение». Поэтому в быту называют диффузией все, что хоть в каком-то смысле распространяется. Да и в физике это слово применяется шире, чем рассказано выше. Например, иногда говорят «распространение тепла», а иногда – «диффузия тепла». Впрочем, второе выражение применяется на порядок реже. Всякое ли распространение можно назвать диффузией? Для физики естественно деление каких-то процессов (например, процессов распространения) на группы (например, диффузии и не диффузии) по закономерностям, которым они подчиняются. Если распространяется вещество, то его можно характеризовать распределением в пространстве (на дне стакана с чаем сахар есть, а выше – нет), если тепло – распределением температуры (за окном холодно). Распространение характеризуется изменением концентрации в данном месте – сейчас вещества здесь нет, а вот через минуту оно появилось. Связь этих двух характеристик – распределения в пространстве и скорости изменения в данной

точке – и будет основной характеристикой диффузии.

При любом ли распространении эта связь одинакова? Нет. Представьте себе, например, как капиллярными силами втягивается вода в губку. В каждой точке концентрация сначала ноль (вода еще не поднялась до этого уровня), потом концентрация скачком возрастает и перестает изменяться. Правда же, сахар в стакане и тепло в ручке сковороды (осторожно!) распространяется не так? Тем не менее, говорят и про диффузию в пористых средах. Название – не самое главное в жизни, важнее правильно писать уравнения и решать задачи.

Если вы когда-то займетесь физикой диффузии, там вас ожидают многие и разные неожиданности. Вас ждет диффузия в новейших сплавах и в недрах Земли, диффузия в глубинах звезд и в межзвездном пространстве. Причем неожиданности будут встречаться на каждом шагу, как это обычно и бывает в физике. Например, вы обнаружите, что, согласно классическому уравнению теплопередачи и уравнению диффузии, скорость распространения получается... бесконечной. Физика, конечно, с этим как-то справляется, но как? Почему на это не часто обращают внимание? Почему это не мешает решать практические задачи, но почему об этом надо знать и помнить?

А потому, что сфера применения физики расширяется и в новой задаче может оказаться важным то, чем привыкли пренебрегать.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Институт криптографии, связи и информатики Академии ФСБ России

ВСТУПИТЕЛЬНЫЕ ЭКЗАМЕНЫ

Ф И З И К А

ВАРИАНТ 1

1. Тело массой M подвешено на длинной невесомой нити. Нить отклонили так, что

тело поднялось на высоту h . После этого тело отпустили. В момент, когда оно проходило нижнюю точку траектории, в тело попал горизонтально летевший пластилиновый шарик, который прилип к телу, после чего тело остановилось. С какой скоростью летел шарик, если его масса m ?