Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Стасенко, Драма в облаках, *Квант*, 2019, номер 4, 28–29

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20190404>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.156.22

26 апреля 2023 г., 11:09:31

Драма в облаках

А. СТАСЕНКО

ДРЕВНИЕ МУДРЕЦЫ КАК-ТО ЗАПИСАЛИ: «Темна вода в облацех воздушных», отметив таким образом загадочность происходящих процессов. А эти процессы не только загадочны – они трагичны! Однако, все по порядку.

Вспомним одну из важнейших идей термодинамического равновесия. Если есть два энергетических состояния E_1 и E_2 , в которых могут находиться участники равновесия при температуре T , то количество этих участников n_1 и n_2 экспоненциально зависит от отношения энергий этих двух состояний и некой характерной энергии теплового хаотического движения kT , а именно: $n_{1,2} \sim e^{-\frac{E_{1,2}}{kT}}$,

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – универсальная константа Больцмана. Тут сразу «приходит на ум» распределение молекул массой m по высоте h в изотермической атмосфере (рис.1):

$$\frac{n(h)}{n(0)} = e^{-\frac{mgh}{kT}},$$

где $g = 9,8$ м/с² – ускорение тяготения.

Применим эту идею к описанию ситуации в облаке, где присутствуют водяные пары, капли воды и кристаллы льда.

Прежде всего, как известно, чтобы испарить из водяной лужи (т.е. с плоской поверхности) один килограмм воды, требуется энергия фазового перехода L_v . В расчете на одну молекулу эта энергия равна $L_v m$. Следовательно, в равновесии отношение concentra-

ции молекул, которых «вытащили из потенциальной ямы» глубиной L_v (рис.2), к тем, которые остались «на дне» этой потенциальной ямы, равно

$$\frac{n_{\text{п}}}{n_{\text{в}}} = e^{-\frac{L_v m}{kT}}.$$

Понятно, что для испарения с поверхности замерзающей лужи придется затратить энергию сублимации, превосходящую энергию испарения: $L_{\text{сл}} > L_v$ – поскольку для этого надо сначала превратить лед в воду. Значит, показатель экспоненты теперь будет больше, а концентрация пара над льдом будет соответственно меньше, чем над водой.

Но капли в чем-то отличаются от лужи: они характеризуются радиусом кривизны a . Согласно понятию поверхностного натяжения, силы взаимодействия всех молекул капли в ее внешнем слое сжимают каплю тем сильнее, чем меньше a . На рисунке 3 сравниваются две капли – побольше и поменьше; видно, что равнодействующая сил поверхностного натяжения, приложенных к одинаковым площадкам на их поверхности, растет с уменьшением a . Это, конечно, сказывается на росте давления в капле и в окружающем паре. Оказывается, над выпуклой поверхностью плотность насыщенного пара выше, чем над плоской поверхностью. Чтобы пояснить это утверждение, рассмотрим сообщающиеся сосуды – один широкий, другой узкий радиусом a (рис.4, а; здесь изображены два узких сосуда радиусами a_1 и a_2). Будем считать, что стенки сосудов не смачиваются водой. Тогда поверхность воды в капилляре (в узком сосуде) будет выпуклой, а уровень воды

Рис. 2. Удельные энергии испарения (конденсации) и сублимации (плавления) как потенциальные ямы

Рис. 1. Распределение по высоте концентрации молекул – равновесие между энергиями гравитации и теплового хаоса

Рис. 3. С уменьшением радиуса кривизны капли растет равнодействующая сил поверхностного натяжения

Рис. 4. а) Высота опускания несмачивающей жидкости в капилляре зависит от его радиуса. б) Равновесная концентрация пара зависит от радиуса кривизны капли

будет ниже плоского уровня на $h = \frac{2\sigma}{\rho_v g a}$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения. Если закрыть сосуды сверху крышкой, то вскоре пар во всем объеме станет насыщенным и будет находиться в состоянии равновесия со своей жидкостью. При не очень малом a плотность пара можно считать постоянной, и давление пара над выпуклой поверхностью будет больше давления над плоской поверхностью на величину

$$p_h - p_0 = \rho_v g h = \frac{2\sigma p_v}{\rho_v a}.$$

Если же a очень мало ($\sim 10^{-7}$ м), то для расчета разности давлений надо использовать формулу Больцмана:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = p_0 e^{-\frac{2\sigma m}{\rho_v a kT}}.$$

И что же получается – давление и концентрация пара над большей каплей воды меньше, чем над меньшей (рис.4,б), значит, молекулы пара будут диффундировать через воздух (вспомним и о нем) от малой капли к большой, конденсируясь на последней и увеличивая ее массу. Поистине, как говорили древние мудрецы, «кто имеет, тому

дано будет и приумножится, а кто не имеет, у того отнимется и то, что имеет».

Результат известен – падение! Причем, чем крупнее капля, тем труднее ей удержаться в восходящем потоке воздуха: сила тяжести пропорциональна кубу размера, а поддерживающая аэродинамическая сила – квадрату. Возникающая при этом разность скоростей приводит к тому, что большие капли, сталкиваясь с мелкими и объединяясь с ними, растут еще быстрее. Облако разрушается – на земле выпадают осадки!

Ситуация становится еще более драматичной, когда на сцене появляются кристаллы. Поскольку $L_{\text{л}} > L_{\text{в}}$ и давление над их поверхностью меньше, чем над жидкостью, они нещадно поглощают и большие и малые капли. Укрупняясь до размеров, которые уже невозможно поддерживать в восходящих потоках воздуха, кристаллы выпадают вниз, образуя в достаточно плоских облаках «дыры» (рис.5) – редкое, но яркое явление,

Рис. 5. Дыры в облаках

которое впечатлительные наблюдатели приписывают инопланетным пришельцам. Этот процесс назван по имени его исследователей явлением (механизмом, эффектом, теорией) Вегенера–Ленгмюра–Бержерона–Финдайзена.

Конечно, в этом наброске не уделено должного внимания воздуху, в котором и рассматриваются драматические события. А чтобы добавить свою фамилию к приведенной выше замечательной плеяде исследователей, нужно разобраться в явлениях подробнее, поступив в Московский физико-технический институт, например на факультет аэромеханики и летательной техники.