Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Варламов, Поверхностное натяжение и температура,
Квант, 2019, номер 6, 8–10

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20190602>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.197.8

26 апреля 2023 г., 15:42:31

Поверхностное натяжение и температура

С.ВАРЛАМОВ

НА РИСУНКЕ 1, ВЗЯТОМ ИЗ СПРАВОЧНИКА «Физические величины» (под редакцией И.С.Григорьева и Е.З.Мейлихова), видно, что зависимости коэффициентов поверхностного натяжения σ для раз-

Рис. 1

ных сжиженных газов выглядят похожим образом — они весьма близки к линейным. Диапазон температур, в котором существует жидкое состояние вещества, для каждого вещества определяется двумя точками: температурой плавления (а точнее, температурой тройной точки) и критической температурой. Пользуясь моделью взаимодействия молекул, размеры которых D , можно дать объяснение этим зависимостям. Суть в том, что у молекул, находящихся на поверхности раздела конденсированной и газообразной фаз вещества, усредненное число $Z_{\text{пов}}$ ближайших соседей, каждая из которых обеспечивает молекуле на поверхности вклад в глубину

потенциальной ямы U_0 , меньше соответствующего числа $Z_{\text{внутр}}$ соседей у молекул, находящихся внутри конденсированной фазы. С ростом температуры плотность газообразной фазы растет, а плотность конденсированной фазы убывает, и это соответствует уменьшению разницы $(Z_{\text{внутр}} - Z_{\text{пов}})$. В результате микроскопическая поверхностная энергия, приходящаяся на площадку с размерами порядка размеров одной молекулы ($S \approx D^2$) и равная

$$\sigma = \frac{U_0 (Z_{\text{внутр}} - Z_{\text{пов}})}{D^2},$$

убывает с ростом температуры.

При низких температурах поверхность жидкости почти плоская, это похоже на поверхность моря в отсутствие ветра (рис.2, слева). А если температура высокая, то поверхность получается «развитая» — как поверхность моря, покрытая волнами (рис.2, справа). Чем выше температура, тем больше получается реальная площадь поверхности раздела «жидкость–пар» при том же самом «теоретическом» периметре этой поверхности. Этот образ — поверхность моря с волнами — позволяет понять, почему для увеличения поверхности на ΔS нужна дополнительно к работе внешних сил теплота и почему с ростом температуры уменьшается коэффициент поверхностного натяжения.

Законно поставить вопрос: а каков вклад во внутреннюю энергию жидкости участка ее поверхности, который имеет площадь S_0 (плоская поверхность, ограниченная периметром), и как этот вклад зависит от температуры?

Если рассматривать поверхностный слой молекул как промежуточную фазу веще-

Рис. 2

ства (между конденсированным и газообразным состоянием), то для перевода молекул из конденсированной фазы в эту промежуточную фазу нужно сообщить им дополнительную тепловую энергию и при этом внешние силы должны совершить механическую работу. В результате внутренняя энергия увеличивается. Ситуация здесь аналогична переходу вещества из конденсированного состояния в газообразное. Отличаются только знаки работ внешних сил. При испарении вещества внешние силы (силы давления снаружи) совершают отрицательную работу, а при увеличении площади поверхности жидкости внешние силы совершают положительную работу. Собственно, именно поэтому давление насыщенных паров растет с ростом температуры, а коэффициент поверхностного натяжения уменьшается.

Если считать, что на проведенной (мысленно) границе, выделяющей участок поверхности жидкости S_0 , поверхность жидкости колеблется, то среднее значение косинуса угла α между реальной поверхностью жидкости и плоской поверхностью S_0 , натянутой (мысленно) на границу, вместе с микроскопической величиной поверхностной энергии σ , приходящейся на единицу площади, определяют проекцию силы натяжения прямого участка границы длиной ΔL_0 на плоскую поверхность: $\sigma \Delta L_0 \cos \alpha$. С другой стороны, если мысленно провести к «средней» по времени плоскости поверхности жидкости перпендикулярно ей плоскость и зафиксировать длину отрезка пересечения (части периметра), то при выделенном мысленно «прямым» отрезке периметра «реальная» дли-

на границы раздела за счет волнистости поверхности будет больше. Если угол между «прямым» участком границы и реальным равен β , то реальная длина участка поверхности стала больше: $\Delta L_0 / \cos \beta$. И вместе эти два фактора в среднем по времени должны компенсировать друг друга. Так как средние значения углов наклона α и β , очевидно, одинаковые, то усредненное значение проекции силы на плоскую поверхность будет равно

$$\sigma \Delta L_0 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \approx \sigma \Delta L_0,$$

где σ – величина коэффициента поверхностного натяжения, приводимая в справочнике.

Внешние силы при увеличении площади поверхности жидкости на S_0 совершают работу

$$A = \sigma S_0.$$

При этом дополнительная тепловая энергия Q , нужная для того, чтобы при увеличении площади «плоской» поверхности на S_0 сохранилась температура жидкости, на самом деле идет на то, чтобы создавалась дополнительная большая площадь поверхности. Измеренная суммированием по всем микроскопическим изгибам поверхности площадь может быть в несколько раз больше площади поверхности: $S_0 \rightarrow S = S_0 k$, где $k > 1$. В итоге закон сохранения энергии $Q + A = \Delta U$ дает такое соотношение:

$$Q + S_0 \sigma = (S_0 k) \sigma, \text{ или } Q = S_0 \sigma (k - 1).$$

Коэффициент поверхностного натяжения (данные справочника) изменяется с температурой линейно. Эту зависимость

можно описать формулой

$$\sigma_T = \sigma_{T_0} \frac{T_{\text{крит}} - T}{T_{\text{крит}} - T_0}.$$

Здесь σ_{T_0} – коэффициент поверхностного натяжения при некоторой температуре T_0 , а T – текущая температура. Если устроить тепловой двигатель, работающий по циклу Карно с нагревателем и холодильником, имеющими близкие температуры $T + \Delta T$ и T , в котором в качестве рабочего тела будет выступать пленка поверхности жидкости, то КПД такого двигателя будет равен $\Delta t/T$ и можно написать такое соотношение:

$$S_0 \Delta \sigma = Q \frac{\Delta t}{T},$$

или

$$S_0 \sigma_{T_0} \frac{\Delta t}{T_{\text{крит}} - T_0} = S_0 \sigma_{T_0} \frac{T_{\text{крит}} - T}{T_{\text{крит}} - T_0} (k - 1) \frac{\Delta t}{T}.$$

Сократив на одинаковые множители, получаем

$$1 = \frac{T_{\text{крит}} - T}{T} (k - 1), \text{ или } k - 1 = \frac{T}{T_{\text{крит}} - T}.$$

Подставим полученное выражение в формулу для Q :

$$Q = S_0 \sigma_T \frac{T}{T_{\text{крит}} - T}.$$

Если добавить к этой энергии работу вне-

шних сил, то получится вклад во внутреннюю энергию жидкости при температуре T ее поверхности величиной S_0 (плоская поверхность с заданным периметром):

$$\Delta U = Q + A = S_0 \sigma_T \frac{T_{\text{крит}}}{T_{\text{крит}} - T}.$$

Ответ на поставленный вопрос получен.

Как видно из формулы для ΔU , в знаменателе стоит разность температур, которая при приближении T к $T_{\text{крит}}$ стремится к нулю. Но и сам коэффициент σ_T тоже стремится к нулю. Подставим в формулу значение σ_T , выраженное через значение при некоторой температуре T_0 :

$$\Delta U = Q + A = S_0 \sigma_{T_0} \frac{T_{\text{крит}}}{T_{\text{крит}} - T_0}.$$

Получилась удивительная вещь: добавок внутренней энергии, связанный с наличием свободной поверхности, не зависит от температуры!

Имеется отдаленная аналогия с известной задачей о запасе энергии теплового движения воздуха в комнате при разных температурах воздуха, но при фиксированном давлении. И там тоже запас энергии не зависит от температуры, а определяется только давлением воздуха и объемом комнаты.

«КВАНТ» ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Что не так с перестановкой слагаемых?

К. КОХАСЬ

— **З**ДРАВСТВУЙТЕ, УВАЖАЕМЫЕ ТЕЛЕЗРИТЕЛИ! Незаметно прошла неделя, и вы смотрите очередной потрясающий выпуск научно-популярной телепере-

дачи «Что не так?» Меня зовут Горгулий, в нашей передаче мы не боимся прямо и честно рассказывать о самых замысловатых сюжетах. Задавайте нам свои вопросы прямо на сайте телепередачи. Тема сегодняшнего выпуска, как обычно, предложена телезрителями.