Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Стасенко, От пузырька до черных дыр, *Квант*, 2019, номер 6, 21–23

DOI: <https://doi.org/10.4213/kvant20190604>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.185.249

26 апреля 2023 г., 18:07:22

От пузырька до черных дыр

А. СТАСЕНКО

У каждого человека свои звезды. Одним они указывают путь. Для других это просто маленькие огоньки. Для ученых — они как задача, которую надо решить.

Антуан де Сент-Экзюпери.
Маленький принц

ВСЕ, ЧТО КОЛЕБЛЕТСЯ, ЗАЯВЛЯЕТ О СЕБЕ волнами, распространяющимися в окружающем пространстве. Казалось бы, что может быть различнее, чем газовый пузырек в жидкости и черная дыра чудовищной плотности в космической «пустоте»...

Начнем с пузырька в жидкости. Если его поверхность колеблется сферически-симметрично, то фронты волн, распространяющихся в окружающей жидкости, тоже будут сферами (рис.1,а). А векторы плотности потока энергии на расстояниях, много боль-

ших размера пузырька, будут направлены по радиусам. Конечно, если считать жидкость абсолютно несжимаемой, то такие колебания пузырька возможны, только если жидкость обладает свободной поверхностью или если есть второй пузырек, который будет сжиматься при расширении первого (рис.1,б). Такая структура называется диполем. Соответственно, излучение одного пузырька можно назвать *монопольным*.

Для круговой частоты ω малых колебаний отдельного пузырька из соображений размерностей можно получить следующее выражение:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \sim \frac{1}{a_0} \sqrt{\frac{p_0}{\rho}},$$

где T — период колебаний, a_0 — радиус равновесного невозмущенного пузырька, p_0 — давление в жидкости, ρ — ее плотность. Точное выражение (формула Миннarta) содержит безразмерный множитель $\sqrt{3\kappa} \approx 2$,

где $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ — отношение теплоемкостей при постоянной давлении и при постоянном объеме газа в пузырьке. Полагая $a_0 = 1$ мм, $p_0 = 10^5$ Па, $\rho = 10^3$ кг/м³, $\kappa = 1,4$, получим

$$\omega = 2 \cdot 10^4 \text{ рад/с}, \quad T = 3 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

А что если рядом с этим диполем расположить еще один (рис.1,в)? Правильно, получится *квадруполь* (на дискотеках часто используют квадроколонки). Отметим, что этот термин встретится позже, при рассмотрении гравитационного излучения звезд. Далее, нетрудно догадаться поместить рядом с этим квадруполем еще один (рис.1,г). Понятно, что получится *октуполь* (восьмиполусник). На рисунках знаком «+» обозначены пузырьки в момент их расширения, знаком «-» — в момент сжатия, а стрелками показаны линии тока окружающей жидкости. Качественно такая же картина получится для силовых линий электростатического поля, если пузырьки заменить электрически заряженными шариками.

Но обратимся к звездам. Недавно свершилось чудо, которого физики ожидали целое столетие, — на Земле были зарегистрированы гравитационные волны, идущие из дальнего космоса! Дело в том, что электромагнитное излучение звезд — свет — легко

Рис. 1. Различные комбинации колеблющихся пузырьков в жидкости: а) монополь, б) диполь, в) квадруполь, г) октуполь

наблюдаемо и многократно воспето поэтами, а радио-, ИК, УФ, рентгеновское и гамма-излучения уверенно регистрируются приборами. Однако общая теория относительности (ОТО) предсказывает и гравитационные волны, которые должны возникать при колебаниях форм массивных звезд. Принципиально важно и практически заманчиво научиться регистрировать эти волны. Ведь в принципе, например, любой студент, ускоренно перемещаясь из лекционного зала в буфет, изменяет распределение масс во Вселенной.

Человечество уже почти сто лет изучает возможность зарегистрировать на Земле гравитационные волны, идущие к нам из мирового пространства. Детекторы, использованные Дж.Вебером (шестидесятые годы прошлого века) могли «почувствовать» деформацию принимающего устройства с точностью до 10^{-16} м – в десять раз меньше радиуса протона! В опытах В.Б.Брагинского (конец прошлого – начало нынешнего века) порог чувствительности плотности потока энергии достигал 10^{-9} Вт/м².

А сравнительно недавно следящая система зарегистрировала гравитационные волны от двойной черной дыры общей массой почти в сотню масс нашего Солнца, удаленной от нас на 400 мегапарсеков (1 парсек = $3 \cdot 10^{16}$ м). Конечно, обе ее части вращались вокруг общего центра масс (например, как Земля и Луна) с громадной и все возрастающей скоростью порядка скорости света («порядка» ни в коем случае не означает «равной»). А поскольку расстояние между ними изменялось, возникала сильная приливная деформация этих звезд и окружающего пространства, что и породило гравитационные волны (рис.2). И если колебания капли воды характеризуются не только набором частот, но и форм – чего уж тут ждать от звезд! Среди спектра этих колебаний важную роль играют квадрупольные моды.

В результате слияния образовалась единая черная дыра массой в $62M_{\odot}$ (где $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца), на излучение гравитационных волн ушла энергия $3M_{\odot}c^2$ (где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света), а максимальное значение гравитационной «светимости» достигло $3,6 \cdot 10^{49}$ Вт, что эквивалентно мощности в $200M_{\odot}c^2$ джо-

Рис. 2. Слияние пары черных дыр. Верхний ряд – последовательные фазы процесса. Средний – соответствующие колебания напряженности гравитационной волны (условные единицы), полученные в результате численных исследований на основе ОТО. Внизу – изменение со временем расстояния r между звездами и их относительной скорости Δv (отнесенной к скорости света)

улей в секунду. Конечно, до Земли дошел лишь очень слабый «звук». Один из исследователей сравнил трудности выделения нужных сигналов с попыткой расслышать шепот приятеля на другом конце шумного кафе. Пожалуй, и это сравнение недостаточно яркое – «услышать» гравитационный сигнал при помощи одного детектора еще труднее.

Итак, в двух точках США на расстоянии приблизительно 3000 км друг от друга были установлены два детектора. Гравитационная волна должна была пройти этот путь приблизительно за 10 микросекунд в предположении, что ее скорость равна скорости света. Основываясь на этом, из громадного множества шумов удалось выделить два похожих сигнала, сдвинутых во времени относительно друг друга на известную величину запаздывания (рис.3). Частота зарегистрированных колебаний лежала в пределах 35–250 Гц. При этом надежность эксперимента считается очень высокой: вероятность ложного срабатывания приборов оценивается как одно событие в 203 тысячи лет.

Рис. 3. Экспериментальные результаты: колебания напряженности гравитационной волны, зарегистрированные в двух точках со сдвигом по времени порядка 7 микросекунд

Но, может быть, не все помнят, что такое черная дыра? А это такая массивная и плотная звезда, с поверхности которой даже квант электромагнитного излучения не может выбраться на свободу. Радиус такой звезды можно оценить из следующих соображений. Энергия кванта равна $h\nu$, его масса $\frac{h\nu}{c^2}$. Следовательно, его потенциальная энергия тяготения на поверхности сферического тела радиусом R и массой M равна $U_R = -\frac{GM}{R} \frac{h\nu}{c^2}$. Чтобы выбраться из этой потенциальной ямы (рис.4), квант должен иметь начальную энергию не меньше $h\nu \sim U_R$, откуда $R \sim \frac{GM}{c^2}$. Точное значение

Рис. 4. Потенциал «спокойной» черной (black) дыры с радиусом $R_b < R_s$. Квант, радиально излученный с ее поверхности, теряет всю свою «кинетическую» энергию, не выходя за пределы горизонта событий, т.е. сферы радиусом R_s

вдвое больше и называется радиусом Шварцшильда R_s , а сфера такого радиуса называется горизонтом событий. Для рассматриваемого случая имеем

$$R_s = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 62 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} \text{ м} \approx 180 \text{ км.}$$

Радиусы пары исследуемых звезд – коль скоро они черные дыры – еще меньше, и, следовательно, их плотность должна быть чудовищно большой (например, нейтронные звезды при диаметре 10–20 км имеют плотность $3 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3$).

«Взрослые очень любят цифры... если им сказать, что Маленький принц на самом деле существовал,... они только пожмут плечами... но если им сказать, что он прибыл с астероида В-612, – это их убедит». Поэтому сообщим, наконец, что описанное событие слияния двух черных дыр и излучения при этом гравитационных волн маркировано как GW150914 (GW – gravitational wave). (Более подробно см.: В.Р.Абботт et. al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger // Physical Review Letters, PRL 116, 061102 (2016), 16 p.)

Вспомним, что еще в средние века одно из основных требований к эксперименту заключалось в его повторяемости. И что же – за два-три года за описанным событием было зарегистрировано еще несколько случаев срабатывания детекторов гравитационных волн. Во всех этих событиях активно участвовали и российские физики, за что многие из них недавно удостоены государственных наград.

Проведенные эксперименты в очередной раз подтвердили справедливость ОТО, разработанной сотню лет назад великим Альбертом Эйнштейном, в частности, фундаментального постулата об одинаковой скорости распространения гравитационных и электромагнитных волн. Как тут не возникнуть идее о Единой Теории Поля, которую Эйнштейн и пытался построить всю свою жизнь. А вслед за ним и многие другие. Так что, присоединяйтесь!