Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. А. Дергачёв, А. М. Савченко, Б. И. Садовников, Модель фазовых переходов в магнитных системах, *Матем. заметки*, 2013, том 93, выпуск 3, 477–480

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm10167>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 107.22.136.117

26 апреля 2023 г., 16:03:47

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Модель фазовых переходов в магнитных системах

М. А. Дергачёв, А. М. Савченко, Б. И. Садовников

В данной работе рассматривается точно решаемая задача о фазовых переходах при наличии спиновых флуктуаций и эффекта обменного взаимодействия. Для ее решения мы вводим эффективный гамильтониан вблизи линии фазовых переходов, который учитывает не только длинноволновые термодинамические флуктуации, но и коротковолновые спиновые флуктуации. В качестве исходного приближения для построения эффективного гамильтониана был выбран гамильтониан, рассмотренный в работах [1]–[5]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{s+ph+su}^{\text{eff}} = & \sum_k \varepsilon_{\nu\vec{k}} \hat{c}_{\vec{k}}^{z+} \hat{c}_{\vec{k}}^z + \sum_{\vec{k}, \nu=1,2} \omega_{\nu c\vec{k}} \hat{b}_{\vec{k}\nu}^+ \hat{b}_{\vec{k}\nu} + \sum_k \varepsilon_{c\vec{k}} \hat{d}_{3\vec{k}}^+ \hat{d}_{3\vec{k}} \\ & + \int d\vec{x} \left(-\frac{1}{2} J_0 s \tau (\delta\Omega)^2 + \frac{1}{2k_c^2} J_0 s (\delta A_\nu)^2 \right. \\ & \left. + T_c \left[-\frac{1}{2} \tau |\Delta|^2 + \frac{1}{2k_\xi^2} |\nabla_\nu \Delta|^2 + \frac{1}{8} \Gamma_\delta |\Delta|^4 \right] \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Запишем разложение для критической температуры в следующем виде:

$$T_c = T_c^0 \left[1 + \frac{1}{(\lambda_{e-ph} - \mu^*)} \frac{1}{k_y^2 (\hat{\zeta}_0^2)} \frac{\partial k_y}{\partial \ln(1 + \hat{\zeta}_0^2)} \frac{\hat{\zeta}_0^2}{1 + \hat{\zeta}_0^2} (\delta\Omega)^2 + \dots \right],$$

где $\hat{\zeta}$ – равновесное значение параметра спин-фононной связи, вычисленное в [2]. Учитывая это разложение, мы можем записать выражение для эффективного гамильтониана системы вблизи точки фазового перехода в следующем виде:

$$\begin{aligned} H_{s+su}^{\text{eff}} = & J_0 s \int d\vec{x} \left(\frac{1}{2} \tau^0 (\delta\Omega)^2 + \frac{1}{2k_c^2} (\nabla_\nu \delta\Omega)^2 + \frac{1}{8} \Gamma_2 (\delta\Omega)^4 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{T_c^2}{J_0 s} \tau^0 |\Delta|^2 + \frac{1}{2k_\xi^2} |\nabla_\nu \Delta|^2 + \frac{1}{8} \Gamma_\delta |\Delta|^4 + \frac{1}{4} \Gamma_{\delta 2} |\Delta|^2 (\delta\Omega)^2 \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_2 = 4Q(\hat{\zeta}_0^2), \quad \Gamma_\delta = \frac{1}{3\pi} \frac{T_c^2}{J_0 s}, \quad \Gamma_{\delta 2} = \frac{2T_c^2}{J_0 s} Q(\hat{\zeta}_0^2), \\ Q(\hat{\zeta}_0^2) = \frac{1}{(\lambda_{e-ph} - \mu^*) k_y} \frac{\partial k_y}{\partial \ln(1 + \hat{\zeta}_0^2)} \frac{\hat{\zeta}_0^2}{1 + \hat{\zeta}_0^2}. \end{aligned}$$

Для того, чтобы воспользоваться методом ренормализационной группы [3] и ε -разложения, запишем уравнения для соответствующих амплитуд и температур эффективного

гамильтониана [2] в случае, когда $\tau^0 \rightarrow 0$, т.е., когда оба поля оказываются сильно флуктуирующими. Тогда уравнения ренормализационной группы (РГ) будут иметь вид

$$\begin{aligned} -\Gamma'_2 &= (n_2 + 8)\Gamma_2^2 + n_\delta \Gamma_{\delta 2}^2, \\ -\Gamma'_\delta &= (n_\delta + 8)\Gamma_\delta^2 + n_2 \Gamma_{\delta 2}^2, \\ -\Gamma'_{\delta 2} &= (n_2 + 2)\Gamma_{\delta 2}\Gamma_2 + (n_\delta + 2)\Gamma_{\delta 2} + 4\Gamma_{\delta 2}^2, \\ -\tau'_2 &= (n_2 + 2)\tau_2\Gamma_2 + n_\delta \tau_\delta \Gamma_{\delta 2}, \\ -\tau'_\delta &= (n_\delta + 2)\tau_\delta \Gamma_\delta + n_2 \tau_2 \Gamma_2, \end{aligned} \tag{3}$$

где переменная метода ε -разложения имеет вид

$$x = \frac{2}{(\varepsilon/2)(\Lambda^2)^{\varepsilon/2}} \left(\left[\frac{\Lambda^2}{\max[\lambda^2(\tau_2, \tau_\delta), \delta\Omega_0^2, |\Delta_0|^2]} \right]^{\varepsilon/2} - 1 \right), \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

В переменных

$$y_\delta = \frac{\Gamma_\delta}{\Gamma_2}, \quad y_{\delta 2} = \frac{\Gamma_{\delta 2}}{\Gamma_2}, \quad \mu_\delta = \frac{\tau_\delta}{\tau_2}, \quad z = -\ln \Gamma_2, \quad u = -\ln \tau_2$$

из (3) получаем следующий результат.

Рис. 1. Фазовый портрет системы (4) при $n_2 = 1$ (a) $n_\delta = 1$, (b) $n_\delta = 2$.

ТЕОРЕМА 1. Система уравнений для амплитуд и температур эффективного гамильтониана имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{dy_\delta}{dz} &= \frac{8y_\delta(1-y_\delta) + (n_2 - n_\delta y_\delta)(y_\delta - y_{\delta 2}^2)}{n_2 + 8 + n_\delta y_{\delta 2}^2}, \\ \frac{dy_{\delta 2}}{dz} &= y_{\delta 2} \frac{6 - (n_\delta + 2)y_\delta - y_{\delta 2}(4 - n_\delta y_{\delta 2})}{n_2 + 8 + n_\delta y_{\delta 2}^2}, \\ \frac{d\mu_\delta}{du} &= \frac{(n_2 + 2)\mu_\delta - n_2 y_{\delta 2} - \mu_\delta[(n_\delta + 2)y_\delta - n_\delta \mu_\delta y_{\delta 2}]}{n_2 + 2 + n_\delta \mu_\delta y_{\delta 2}},\end{aligned}\quad (4)$$

где n_2 и n_δ – размерности флуктуирующих полей.

Для того, чтобы решить вопрос о характере фазовых переходов в рассматриваемой системе, нам нужно исследовать эти уравнения на устойчивость, т.е. определить их стационарные точки и исследовать на устойчивость поведения фазовых траекторий вблизи стационарных точек. Устойчивость особой точки системы мы понимаем в том смысле, что существует такая окрестность особой точки, что все фазовые траектории, начинающиеся в любой точке данной окрестности, стекаются в эту особую точку. С этой точки зрения наиболее удобно исследовать систему уравнений для амплитуд, так как она содержит достаточную информацию о характере фазовых переходов в системе

$$\begin{aligned}0 &= 8y_\delta(1-y_\delta) + (n_2 - n_\delta y_\delta)(y_\delta - y_{\delta 2}^2), \\ 0 &= y_{\delta 2}[6 - (n_\delta + 2)y_\delta - y_{\delta 2}(4 - n_\delta y_{\delta 2})].\end{aligned}\quad (5)$$

Вид стационарных точек данных уравнений, их число и особенности будут зависеть от размерности флуктуирующих полей $\delta\Omega$ и Δ , n_2 и n_δ . Размерность флуктуирующего поля Δ , соответствующего параметру порядка, может принимать значения: 1 (если мы учитываем только флуктуации амплитуды параметра порядка) и 2 (если мы учитываем флуктуации амплитуды и фазы). Размерность флуктуирующего поля n_2 также может принимать значения 1 и 2, так как в общем случае квазиравновесная волна спиновой плотности имеет две составляющие. При $n_2 = n_\delta = 1$ рассматриваемые уравнения имеют четыре стационарные точки: $(0; 0)$, $(1; 0)$, $(1; 1)$, $(1; 3)$.

Рис. 2. Фазовый портрет системы (4) при $n_2 = n_\delta = 2$.

Рис. 1 иллюстрирует тот факт, что точка $(1; 1)$ оказывается устойчивым узлом, а все остальные стационарные точки неустойчивы.

Если мы будем учитывать флуктуации фазы параметра порядка $n_\delta = 2$, а n_2 будет по-прежнему равно единице, то в этом случае число стационарных точек уменьшится до

трех: $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(0.9; 0)$. Точка $(1; 1)$ по-прежнему остается устойчивым узлом, а остальные стационарные точки снова неустойчивы, что видно на рис. 1. Таким образом, с физической точки зрения характер фазового перехода в данном случае полностью аналогичен предыдущему.

СЛЕДСТВИЕ 1. При $n_2 = 1$ в системе существует фазовый переход первого рода.

Перейдем теперь к рассмотрению наиболее интересного физического случая, когда $n_2 = n_\delta = 2$. В этом случае три стационарные точки те же, что и для случая $n_2 = n_\delta = 1$: $(0; 0)$, $(1; 0)$, $(1; 1)$. Но теперь точка $(1; 1)$ оказывается двукратно вырожденной, поэтому она слабо устойчива, что иллюстрирует рис. 2.

СЛЕДСТВИЕ 2. При $n_2 = n_\delta = 2$ в системе может существовать фазовый переход второго рода.

Таким образом, мы видим, что во всех рассмотренных выше случаях система сохраняет одну устойчивую стационарную точку (хотя в последнем случае и слабо устойчивую). Это означает, что в системе сохраняется возможность фазового перехода второго рода в фазу сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнитного упорядочения, которое в данном случае представляет собой медленно флуктуирующие (квазиравновесные) волны спиновой плотности.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] B. I. Sadovnikov, A. M. Savchenko, *Phys. A: Statist. Mech. Appl.*, **271**:3-4 (1999), 411–417. [2] M. B. Sadovnikova, A. M. Savchenko, G. Scarpetta, *Phys. Lett. A*, **274**:5-6 (2000), 236–238. [3] K. G. Wilson, J. Kogut, *The Renormalization Group and the Epsilon Expansion*, North-Holland, Amsterdam, 1974. [4] Н. Н. Боголюбов, *Собрание научных трудов*, В 12 т., Классики науки, Наука, М., 2005–2009. [5] А. М. Савченко, М. Б. Садовникова, *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ., астроном.*, 2009, № 1, 85. [6] А. М. Савченко, М. Б. Садовникова, О. Г. Карчев, *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ., астроном.*, 2008, № 6, 52.

М. А. Дергачёв

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
E-mail: ma.dergachev@physics.msu.ru

Поступило

24.05.2012

А. М. Савченко

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
E-mail: a.m.savchenko@gmail.com

Б. И. Садовников

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
E-mail: sadovnikov@phys.msu.ru