Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

О. Г. Авсянкин, Об алгебре многомерных интегральных операторов с однородно-разностными ядрами, *Матем. заметки*, 2014, том 95, выпуск 2, 163–169

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm10221>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.147.182.235

26 апреля 2023 г., 06:56:47

Об алгебре многомерных интегральных операторов с однородно-разностными ядрами

О. Г. Авсянкин

Рассматривается банахова алгебра, порожденная многомерными интегральными операторами с однородно-разностными ядрами. Для этой алгебры построено символическое исчисление, в терминах которого получены необходимые и достаточные условия обратимости операторов.

Библиография: 8 названий.

DOI: 10.4213/mzm10221

1. Введение. В настоящее время имеется немало работ, посвященных многомерным интегральным операторам с однородными степени $(-n)$ ядрами и их обобщениям (см., например, [1]–[4] и цитированные в них источники). В работе [5] были введены и изучены операторы с однородно-разностными ядрами, т.е. с ядрами которые являются однородными степени $(-n)$ по одним переменным и разностными по другим. Отметим, что операторы с однородно-разностными ядрами естественным образом возникают в некоторых задачах механики (см., например, [6]).

Данная работа продолжает исследования, начатые в [5]. Ее целью является изучение банаховой алгебры $\mathfrak{A}$, порожденной многомерными интегральными операторами с однородно-разностными ядрами. Для этой алгебры в работе построено символическое исчисление и дано описание пространства максимальных идеалов. На основе этого получены необходимые и достаточные условия обратимости операторов из этой алгебры. Следует отметить также, что применяемая нами методика исследования аналогична той, которая использовалась в работе [2]. В заключительной части рассмотрен матричный аналог алгебры $\mathfrak{A}$.

Ниже использованы следующие обозначения: $\mathbb{R}^n$ – n -мерное евклидово пространство; $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$; $|x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$; $\mathbb{Z}_+$ – множество целых неотрицательных чисел; $\mathcal{L}(X)$ – банахова алгебра всех линейных ограниченных операторов, действующих в банаховом пространстве X ; I – тождественный оператор; $\text{Sp}(A)$ и $\text{Spr}(A)$ – спектр и спектральный радиус оператора $A \in \mathcal{L}(X)$ соответственно.

2. Пусть $1 \leq p \leq \infty$. В пространстве $L_p(\mathbb{R}^{n+m})$ рассмотрим оператор

$$(K\varphi)(x, t) = \int_{\mathbb{R}^n} \int_{\mathbb{R}^m} k(x, y, t-s) \varphi(y, s) dy ds, \quad (2.1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}^m$, предполагая, что функция $k(x, y, t)$, заданная на $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$, удовлетворяет следующим условиям:

1°) однородность степени $(-n)$ по переменным x и y , т.е.

$$k(\alpha x, \alpha y, t) = \alpha^{-n} k(x, y, t) \quad \forall \alpha > 0;$$

2°) инвариантность относительно группы вращений $SO(n)$ по переменным x и y , т.е.

$$k(\omega(x), \omega(y), t) = k(x, y, t) \quad \forall \omega \in SO(n);$$

3°) суммируемость, т.е.

$$\kappa := \int_{\mathbb{R}^n} \int_{\mathbb{R}^m} |k(e_1, y, t)| |y|^{-n/p} dy dt < \infty, \quad e_1 = (1, 0, \dots, 0).$$

В работе [5] было показано, что оператор K ограничен в пространстве $L_p(\mathbb{R}^{n+m})$, причем $\|K\| \leq \kappa$. Ниже нам потребуется

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. Пусть K_1 и K_2 – операторы вида (2.1). Тогда оператор $K = K_1 K_2$ также является оператором вида (2.1).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $k_1(x, y, t)$ и $k_2(x, y, t)$ – ядра операторов K_1 и K_2 соответственно. Тогда ядром оператора K является функция

$$\ell(x, y, t) = \int_{\mathbb{R}^n} \int_{\mathbb{R}^m} k_1(x, z, t - \tau) k_2(z, y, \tau) dz d\tau.$$

Непосредственно проверяется, что функция $\ell(x, y, t)$ удовлетворяет условиям 1°–3°, и следовательно, K есть оператор вида (2.1).

Множество $\mathbb{Z}_+ \times \mathbb{R}^{1+m}$ с топологией, индуцированной евклидовой топологией пространства $\mathbb{R}^{2+m}$, является локально компактным топологическим пространством. Обозначим через $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$ его компактификацию одной бесконечно удаленной точкой. Назовем символом оператора $\lambda I - K$ функцию $\sigma(\nu, \xi)$, определенную на компакте $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$ равенством

$$\sigma(\nu, \xi) = \lambda - \int_{\mathbb{R}^n} \int_{\mathbb{R}^m} k(e_1, y, t) P_\nu(e_1 \cdot y') |y|^{-n/p + i\xi_1} e^{i\tilde{\xi} \cdot t} dy dt, \quad (2.2)$$

где $\xi = (\xi_1, \tilde{\xi}) = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{m+1}) \in \mathbb{R}^{1+m}$, $y' = y/|y|$, а $P_\nu(\tau)$ – многочлены Лежандра. При этом по непрерывности мы полагаем, что $\sigma(\infty) = \lambda$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2 [5]. Для того, чтобы оператор $\lambda I - K$ был обратим в алгебре $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\sigma(\nu, \xi) \neq 0 \quad \forall (\nu, \xi) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}. \quad (2.3)$$

3. Обозначим через $\mathfrak{A}$ наименьшую замкнутую подалгебру банаховой алгебры $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$, содержащую все операторы $\lambda I - K$, где $\lambda \in \mathbb{C}$, K – оператор вида (2.1). С учетом предложения 1 эта алгебра представляет собой замыкание в равномерной операторной топологии множества $\mathfrak{A}_0$, состоящего из всех операторов вида $\lambda I - K$.

Заметим, что алгебра $\mathfrak{A}$ коммутативна. Действительно, из леммы 35.28 книги [1] и свойства коммутативности операторов свертки следует, что операторы вида (2.1)

коммутируют между собой. Для произвольных операторов из алгебры $\mathfrak{A}$ коммутативность проверяется с помощью приближения операторами из множества $\mathfrak{A}_0$.

Построим для алгебры $\mathfrak{A}$ символическое исчисление. Каждому оператору $\lambda I - K$ поставим в соответствие функцию $\sigma(\nu, \xi)$, заданную формулой (2.2). Непосредственно проверяется, что сумме и произведению операторов из множества $\mathfrak{A}_0$ отвечает сумма и произведение их символов соответственно.

ЛЕММА 1. Пусть $\sigma(\nu, \xi)$ – символ оператора $\lambda I - K$. Тогда

$$\|\sigma\|_{C(\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m})} \leq \|\lambda I - K\|. \quad (3.1)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\alpha = \|\sigma\|_{C(\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m})}$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ найдется такая точка $(\nu_0, \xi_0) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$, что $|\sigma(\nu_0, \xi_0)| > \alpha - \varepsilon$. Рассмотрим оператор $\lambda I - K - \sigma(\nu_0, \xi_0)I$, символом которого является функция $\sigma(\nu, \xi) - \sigma(\nu_0, \xi_0)$. Поскольку эта функция обращается в нуль в точке (ν_0, ξ_0) , то в силу предложения 2 оператор $\lambda I - K - \sigma(\nu_0, \xi_0)I$ необратим. Следовательно, $\sigma(\nu_0, \xi_0) \in \text{Spr}(\lambda I - K)$. Тогда

$$\alpha - \varepsilon < |\sigma(\nu_0, \xi_0)| \leq \text{Spr}(\lambda I - K).$$

Учитывая, что $\text{Spr}(\lambda I - K) \leq \|\lambda I - K\|$, и пользуясь произвольностью ε , получаем неравенство (3.1).

Определим теперь символ для произвольного оператора из $\mathfrak{A}$. Пусть $A \in \mathfrak{A} \setminus \mathfrak{A}_0$. Тогда найдется такая последовательность $\{\lambda_s I - K_s\}_{s=1}^\infty$, что

$$\|A - (\lambda_s I - K_s)\| \rightarrow 0, \quad s \rightarrow \infty.$$

В силу (3.1) последовательность $\{\sigma_s(\nu, \xi)\}_{s=1}^\infty$ символов операторов $\lambda_s I - K_s$ сходится по sup -норме к некоторой функции $\sigma_A(\nu, \xi) \in C(\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m})$, которую будем называть *символом* оператора A . Оценка (3.1) распространяется по непрерывности на всю алгебру $\mathfrak{A}$, т.е. для любого оператора $A \in \mathfrak{A}$ справедливо неравенство

$$\|\sigma_A\|_{C(\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m})} \leq \|A\|. \quad (3.2)$$

ЛЕММА 2. Алгебра $\mathfrak{A}$ является наполненной подалгеброй банаховой алгебры $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$, т.е. если оператор $A \in \mathfrak{A}$ обратим в алгебре $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$, то $A^{-1} \in \mathfrak{A}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть вначале $A = \lambda I - K$. Рассмотрим оператор $\bar{\lambda} I - \tilde{K}$, где $\tilde{K}$ – оператор вида (2.1), ядро $\tilde{k}(x, y, t)$ которого определяется равенством

$$\tilde{k}(x, y, t) = \overline{k(y, x, -t)} \left(\frac{|y|}{|x|} \right)^{n/p - n/p'} \quad (3.3)$$

(здесь черта означает комплексное сопряжение). Непосредственно проверяется, что символом оператора $\bar{\lambda} I - \tilde{K}$ является функция $\overline{\sigma(\nu, \xi)}$, где $\sigma(\nu, \xi)$ – символ оператора $\lambda I - K$. Положим $B = (\lambda I - K)(\bar{\lambda} I - \tilde{K})$. Символом оператора B является функция $\sigma_B(\nu, \xi) = |\sigma(\nu, \xi)|^2$. Так как оператор $\lambda I - K$ обратим, выполнено условие (2.3). Но тогда

$$\sigma_B(\nu, \xi) \neq 0 \quad \forall (\nu, \xi) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m},$$

и в силу предложения 2 оператор B обратим. Поскольку $\text{Sp}(B) \subset \mathbb{R}_+$, резольвентное множество $\mathbb{C} \setminus \text{Sp}(B)$ связно. Тогда по следствию 1.10 главы IX книги [7] оператор B обратим в алгебре $\mathfrak{A}$, т.е. $B^{-1} \in \mathfrak{A}$. Перепишем равенство $BB^{-1} = I$ в виде

$$(\lambda I - K)(\bar{\lambda} I - \tilde{K})B^{-1} = I.$$

Отсюда следует, что $(\lambda I - K)^{-1} = (\bar{\lambda} I - \tilde{K})B^{-1}$, а значит, $(\lambda I - K)^{-1} \in \mathfrak{A}$.

Пусть теперь A – произвольный обратимый оператор из алгебры $\mathfrak{A}$. Рассмотрим последовательность обратимых операторов $\{\lambda_s I - K_s\}_{s=1}^\infty$, сходящуюся к оператору A в равномерной операторной топологии. Тогда

$$\|A^{-1} - (\lambda_s I - K_s)^{-1}\| \rightarrow 0 \quad \text{при } s \rightarrow \infty.$$

Так как $(\lambda_s I - K_s)^{-1} \in \mathfrak{A}$, то $A^{-1} \in \mathfrak{A}$.

4. Опишем пространство максимальных идеалов [8; § 5] алгебры $\mathfrak{A}$.

ТЕОРЕМА 1. *Пространство максимальных идеалов $\mathcal{M}(\mathfrak{A})$ алгебры $\mathfrak{A}$, снабженное топологией Гельфанда, гомеоморфно компакту $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$. При соответствующем отождествлении пространств $\mathcal{M}(\mathfrak{A})$ и $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$ преобразование Гельфанда оператора $A \in \mathfrak{A}$ совпадает с его символом $\sigma_A(\nu, \xi)$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО проведем по схеме доказательства теоремы 3 работы [2].

1) Пусть (ν_0, ξ_0) – произвольная точка компакта $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$. Покажем, что множество $\mathcal{M}_{(\nu_0, \xi_0)}$ всех элементов алгебры $\mathfrak{A}$, символы которых обращаются в нуль в точке (ν_0, ξ_0) , является максимальным идеалом алгебры $\mathfrak{A}$. Для этого определим на алгебре $\mathfrak{A}$ функционал $f_{(\nu_0, \xi_0)}$ равенством

$$f_{(\nu_0, \xi_0)}(A) = \sigma_A(\nu_0, \xi_0).$$

Нетрудно видеть, что $f_{(\nu_0, \xi_0)}$ является характером алгебры $\mathfrak{A}$. Тогда его ядро

$$\text{Ker } f_{(\nu_0, \xi_0)} = \{A \in \mathfrak{A} : \sigma_A(\nu_0, \xi_0) = 0\} = \mathcal{M}_{(\nu_0, \xi_0)}$$

является максимальным идеалом алгебры $\mathfrak{A}$.

2) Покажем теперь, что максимальными идеалами указанного типа исчерпываются все максимальные идеалы алгебры $\mathfrak{A}$. Пусть $\mathcal{M}$ – некоторый максимальный идеал алгебры $\mathfrak{A}$ и $f_{\mathcal{M}}$ – соответствующий ему характер.

Вначале покажем, что существует такая точка $(\nu_0, \xi_0) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$, что для любого оператора $\lambda I - K \in \mathcal{M}$ справедливо равенство

$$0 = f_{\mathcal{M}}(\lambda I - K) = \sigma(\nu_0, \xi_0).$$

Предположим, что это не так, т.е. для любой точки $(\nu_0, \xi_0) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$ найдется такой оператор $\lambda_0 I - K_0 \in \mathcal{M}$ с символом $\sigma_0(\nu, \xi)$, что

$$0 = f_{\mathcal{M}}(\lambda_0 I - K_0) \neq \sigma_0(\nu_0, \xi_0).$$

Рассмотрим окрестность $U_{(\nu_0, \xi_0)}$ точки (ν_0, ξ_0) такую, что $|\sigma_0(\nu, \xi)| > 0$ для всех $(\nu, \xi) \in U_{(\nu_0, \xi_0)}$. Множество $\{U_{(\nu, \xi)}\}$ всех таких окрестностей образует открытое покрытие компакта $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$. Выберем из него конечное подпокрытие $\{U_{(\nu_j, \xi_j)}\}_{j=1}^N$.

При этом для каждого значения $j = 1, 2, \dots, N$ имеется такой оператор $\lambda_j I - K_j \in \mathcal{M}$ с символом $\sigma_j(\nu, \xi)$, что

$$\sigma_j(\nu, \xi) \neq 0 \quad \forall (\nu, \xi) \in U_{(\nu_j, \xi_j)}.$$

Рассмотрим теперь оператор

$$B = \sum_{j=1}^N (\lambda_j I - K_j)(\bar{\lambda}_j I - \tilde{K}_j),$$

где $\tilde{K}_j$ – оператор, ядро $\tilde{k}_j(x, y, t)$ которого связано с функцией $k_j(x, y, t)$ формулой вида (3.3). Символом оператора B является функция

$$\sigma_B(\nu, \xi) = \sum_{j=1}^N |\sigma_j(\nu, \xi)|^2.$$

Очевидно, что $\sigma_B(\nu, \xi) \neq 0$ для всех $(\nu, \xi) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$. Так как оператор B принадлежит множеству $\mathfrak{A}_0$, то применяя предложение 2, заключаем, что оператор B обратим. Тогда с учетом леммы 2 оператор B обратим в алгебре $\mathfrak{A}$. Но это противоречит тому, что $B \in \mathcal{M}$.

Возьмем теперь произвольный оператор $\lambda I - K$. Тогда

$$f_{\mathcal{M}}(\lambda I - K) = \sigma(\nu_0, \xi_0), \quad (4.1)$$

где (ν_0, ξ_0) – точка, определенная выше. Действительно, положим $f_{\mathcal{M}}(\lambda I - K) = z_0$, где $z_0 \in \mathbb{C}$, и рассмотрим оператор $B = \lambda I - K - z_0 I$. Поскольку $f_{\mathcal{M}}(B) = 0$, то $B \in \mathcal{M}$. Тогда по доказанному выше $\sigma(\nu_0, \xi_0) - z_0 = 0$, т.е. имеет место (4.1).

Таким образом доказано, что существует точка $(\nu_0, \xi_0) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$ такая, что для любого оператора $\lambda I - K$ выполнено равенство (4.1). Поскольку множество $\mathfrak{A}_0$ плотно в алгебре $\mathfrak{A}$, для любого оператора $A \in \mathfrak{A}$ справедливо равенство

$$f_{\mathcal{M}}(A) = \sigma_A(\nu_0, \xi_0). \quad (4.2)$$

Отсюда следует, что $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{(\nu_0, \xi_0)}$.

3) Выше мы показали, что отображение

$$\pi: \mathcal{M}(\mathfrak{A}) \rightarrow \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}, \quad \mathcal{M}_{(\nu, \xi)} \rightarrow (\nu, \xi),$$

является биективным. Учитывая определение топологии Гельфанда (см., например, [8; с. 36]), заключаем, что это отображение является гомеоморфизмом.

Далее, преобразование Гельфанда оператора A – это функция $\hat{A}$, определяемая на пространстве $\mathcal{M}(\mathfrak{A})$ равенством $\hat{A}(\mathcal{M}_{(\nu, \xi)}) = f_{\mathcal{M}_{(\nu, \xi)}}(A)$, где $f_{\mathcal{M}_{(\nu, \xi)}}$ – характер, соответствующий максимальному идеалу $\mathcal{M}_{(\nu, \xi)}$. отождествляя пространства $\mathcal{M}(\mathfrak{A})$ и $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$ и используя (4.2), получаем, что $\hat{A}(\nu, \xi) \equiv \sigma_A(\nu, \xi)$.

С помощью теоремы 1 легко получается критерий обратимости операторов из алгебры $\mathfrak{A}$.

ТЕОРЕМА 2. Пусть $A \in \mathfrak{A}$. Для того, чтобы оператор A был обратим в алгебре $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\sigma_A(\nu, \xi) \neq 0 \quad \forall (\nu, \xi) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}. \quad (4.3)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По лемме 2 оператор A обратим в алгебре $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$ тогда и только тогда, когда он обратим в алгебре $\mathfrak{A}$. Обратимость оператора в алгебре $\mathfrak{A}$ равносильна тому, что он не принадлежит ни одному максимальному идеалу алгебры $\mathfrak{A}$. Последнее равносильно условию (4.3).

5. Распространим полученные результаты на матричный случай. Обозначим через $L_p^s(\mathbb{R}^{n+m})$ пространство s -мерных вектор-функций с компонентами из $L_p(\mathbb{R}^{n+m})$. В пространстве $L_p^s(\mathbb{R}^{n+m})$, $1 \leq p \leq \infty$, рассмотрим оператор

$$(\mathbf{K}\varphi)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \int_{\mathbb{R}^m} \mathbf{k}(x, y, t - s) \varphi(y, s) dy ds, \quad (5.1)$$

предполагая, что элементы матрицы-функции

$$\mathbf{k}(x, y, t) = (k_{j\ell}(x, y, t))_{j,\ell=1}^s$$

удовлетворяют условиям 1° – 3° .

Обозначим через $\mathfrak{A}^{s \times s}$ наименьшую замкнутую подалгебру банаховой алгебры $\mathcal{L}(L_p^s(\mathbb{R}^{n+m}))$, содержащую все операторы $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{K}$, где $\lambda \in \mathbb{C}$. Как известно, любой оператор $\mathbf{A} \in \mathfrak{A}^{s \times s}$ представим в виде операторной матрицы $(A_{j\ell})_{j,\ell=1}^s$, где $A_{j\ell} \in \mathfrak{A}$ для всех $j, \ell = 1, 2, \dots, s$. Каждому оператору $\mathbf{A} = (A_{j\ell})_{j,\ell=1}^s \in \mathfrak{A}^{s \times s}$ поставим в соответствие матрицу-функцию

$$\mathfrak{S}_A(\nu, \xi) = (\sigma_{j\ell}(\nu, \xi))_{j,\ell=1}^s,$$

определенную на компакте $\mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}$. Здесь $\sigma_{j\ell}(\nu, \xi)$ – символ оператора $A_{j\ell} \in \mathfrak{A}$. Матрицу-функцию $\mathfrak{S}_A(\nu, \xi)$ будем называть *символом* оператора $\mathbf{A}$.

ТЕОРЕМА 3. Пусть $\mathbf{A} \in \mathfrak{A}^{s \times s}$. Для того, чтобы оператор $\mathbf{A}$ был обратим в алгебре $\mathcal{L}(L_p^s(\mathbb{R}^{n+m}))$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\det \mathfrak{S}_A(\nu, \xi) \neq 0 \quad \forall (\nu, \xi) \in \mathbb{Z}_+ \dot{\times} \mathbb{R}^{1+m}. \quad (5.2)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Положим $\mathbf{A} = (A_{j\ell})_{j,\ell=1}^s$. Так как операторы $A_{j\ell}$ попарно коммутируют, то необходимым и достаточным условием обратимости оператора $\mathbf{A}$ в алгебре $\mathcal{L}(L_p^s(\mathbb{R}^{n+m}))$ является обратимость оператора $\det \mathbf{A}$ в $\mathcal{L}(L_p(\mathbb{R}^{n+m}))$ (см., например, [1; с. 8]). Очевидно, что символом оператора $\det \mathbf{A} \in \mathfrak{A}$ является функция $\det \mathfrak{S}_A(\nu, \xi)$. Тогда по теореме 2 обратимость оператора $\det \mathbf{A}$ равносильна выполнению условия (5.2).

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] N. Karapetiants, S. Samko, *Equations with Involution Operators*, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 2001.
- [2] О. Г. Авсянкин, “Об алгебре парных интегральных операторов с однородными ядрами”, *Матем. заметки*, **73**:4 (2003), 483–493.

- [3] О. Г. Авсянкин, Н. К. Карапетянц, “Проекционный метод в теории интегральных операторов с однородными ядрами”, *Матем. заметки*, **75**:2 (2004), 163–172.
- [4] О. Г. Авсянкин, “О C^* -алгебре, порожденной многомерными интегральными операторами с однородными ядрами и операторами мультипликативного сдвига”, *Докл. РАН*, **419**:6 (2008), 727–728.
- [5] О. Г. Авсянкин, “Многомерные интегральные операторы с однородно-разностными ядрами”, *Дифференц. уравнения*, **48**:1 (2012), 64–69.
- [6] В. Н. Беркович, “Нестационарная смешанная задача динамики неоднородно упругой клиновидной среды”, *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сообщества*, 2005, № 3, 17–21.
- [7] Н. Данфорд, Дж. Шварц, *Линейные операторы. Т. 2. Спектральная теория*, ИЛ, М., 1966.
- [8] И. М. Гельфанд, Д. А. Райков, Г. Е. Шилов, *Коммутативные нормированные кольца*, Современные проблемы математики, Физматгиз, М., 1960.

О. Г. Авсянкин

Южный федеральный университет,

г. Ростов-на-Дону

E-mail: avsyanki@math.sfedu.ru

Поступило

12.12.2012