Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. И. Сазонов, Об асимптотическом поведении решения двумерной стационарной задачи обтекания вдали от обтекаемого тела, *Матем. заметки*, 1999, том 65, выпуск 2, 246–253

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1046>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 16:24:29

УДК 517.9

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ОБТЕКАНИЯ ВДАЛИ ОТ ОБТЕКАЕМОГО ТЕЛА

Л. И. Сазонов

Для решения двумерной системы Навье–Стокса

$$\Delta u - \nabla p = (u, \nabla)u, \quad \operatorname{div} u = 0$$

во внешней области $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, имеющего конечный интеграл Дирихле и удовлетворяющего условию $\lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x) = (1, 0)$, установлена оценка $|u(x) - (1, 0)| \leq c|x|^{-\alpha}$, где $\alpha > 1/4$. Из этой оценки следует асимптотика решения, свидетельствующая о наличии следа за обтекаемым телом.

Библиография: 10 названий.

1. Пусть Ω – внешняя область в двумерной плоскости переменных $x = (x_1, x_2)$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, не содержащая для определенности начала координат. Двумерная стационарная задача обтекания состоит в определении решения системы Навье–Стокса

$$\nu \Delta w = \nabla p + (w, \nabla)w, \quad \operatorname{div} w = 0 \quad (1)$$

в области Ω , удовлетворяющего граничному условию

$$w|_{\partial\Omega} = 0 \quad (2)$$

и предельному соотношению

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} w(x) = w_\infty \quad (w_\infty \neq 0). \quad (3)$$

Известно [1], что существует решение (w_L, p_L) задачи (1), (2), являющееся равномерным пределом на любой компактной области некоторой последовательности решений (w_R, p_R) системы (1) для усеченных областей $\Omega_R = \Omega \cap \{x : |x| < R\}$ с граничными условиями $w_R|_{\partial\Omega} = 0$ и $w_R|_{|x|=R} = w_\infty$. Это решение удовлетворяет условию $|\nabla w_L| \in L_2(\Omega)$. В силу теорем о регулярности (см., например, [2]) любое обобщенное

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 96-01-01195.

решение (w, p) задачи (1), (2) и, в частности, решение Лере (w_L, p_L) является достаточно гладким в замыкании области Ω . Однако не доказано, что решение Лере является решением задачи обтекания, так как неизвестно принимает ли w_L на бесконечности предписанное значение w_∞ ; более того, в общем случае неизвестно даже существует ли $\lim_{|x| \rightarrow \infty} w_L$. Отметим, что при достаточно малой величине $|w_\infty|/\nu$ существование решения задачи обтекания установлено в работе [3].

Общие исследования поведения на бесконечности решений системы (1), (2) были выполнены в работах [4]–[7]. Настоящая заметка непосредственно связана с [7], где для симметричного относительно оси x_1 решения задачи обтекания в симметричной области Ω , удовлетворяющего соотношению $|\nabla w| \in L_2(\Omega)$, установлена оценка

$$|w - w_\infty| = o(|x|^{-1/4-\varepsilon}), \quad (4)$$

где $\varepsilon > 0$ достаточно мало.

Ниже этот результат установлен для общего (несимметричного) решения задачи обтекания. Важность оценки (4) объясняется тем, что она влечет асимптотическое разложение решения, определяемое фундаментальным решением системы Озеена [8], при этом же предположении установлены асимптотические формулы для $\omega = \operatorname{rot} w$ и p (см. [9]).

Отметим, что в отличие от [7] приводимый ниже вывод соотношения (4) основан на точных L_p -оценках решения w , получаемых из интегрального представления w через гидродинамические потенциалы.

В дальнейшем, не нарушая общности, считаем, что $\nu = 1$, а (w, p) – решение задачи обтекания с $|\nabla w| \in L_2(\Omega)$, удовлетворяющее предельному соотношению (3) с $w_\infty = (1, 0)$. Кроме того, будем использовать следующие установленные в [4]–[6] свойства таких решений:

- а) $|\nabla p| \in L_2(\Omega)$, существует $\lim_{|x| \rightarrow \infty} p(x)$ (далее считаем его всегда равным 0);
- б) для $\omega = \operatorname{rot} w$ справедливы соотношения

$$|x|^{1/2}|\nabla \omega|, |\omega| \in L_2(\Omega), \quad |\omega(x)| = o(|x|^{-3/4}), \quad |\nabla w(x)| = o(|x|^{-3/4} \ln |x|);$$

- в) функция ω и функция Бернулли $\Phi = p + |w|^2/2 - 1/2$ экспоненциально убывают вне любого сектора, содержащего положительную x_1 -полуось: $\omega = o(e^{-\alpha|x|})$, $\Phi = o(e^{-\alpha|x|})$, где $\alpha > 0$ зависит от угла раствора сектора.

2. В дальнейшем существенную роль играют некоторые оценки фундаментального решения (u_j^k, q^k) , $k, j = 1, 2$, линеаризованной системы Озеена

$$\nu \Delta u - \partial_1 u - \nabla q = f, \quad \operatorname{div} u = 0,$$

определяемого формулами

$$q^k(x) = \frac{1}{2\pi} \partial_k \ln \frac{1}{|x|}, \quad u_1^1(x) = \frac{1}{2} \left(-e^{x_1/2} K_0 \left(\frac{|x|}{2} \right) + \partial_1 \Omega(x) \right),$$

$$u_2^1(x) = u_1^2(x) = \frac{1}{2\pi} \partial_2 \Omega(x), \quad u_2^2(x) = -\frac{1}{2\pi} \partial_1 \Omega(x),$$

где $\Omega(x) = \ln |x| + e^{x_1/2} K_0(|x|/2)$, $K_0(r)$ – функция Макдональда.

Вследствие асимптотики функции Макдональда $K_0(r) \sim e^{-r}/\sqrt{2\pi r}$ при $r \rightarrow \infty$ справедливы неравенства

$$|u_j^k(x)| \leq \begin{cases} c \left(\frac{1}{|x|} + \frac{e^{(x_1 - |x|)/2}}{\sqrt{|x|}} \right), & (k, j) = (1, 1), \\ c \frac{1}{|x|}, & (k, j) \neq (1, 1), \end{cases} \quad |x| > 1, \quad (5)$$

из которых, в частности, следует, что

$$u_j^k(x) \in L_p(\mathbb{R}^2), \quad (6)$$

где $p \in (3, \infty)$ при $(k, j) = (1, 1)$ и $p \in (2, \infty)$ при $(k, j) \neq (1, 1)$.

Соответствующий анализ производных фундаментального решения показывает, что

$$\partial_s u_j^k \in L_p(\mathbb{R}^2), \quad (7)$$

где $p \in (3/2, 2)$ при $(k, j, s) = (1, 1, 2)$ и $p \in (1, 2)$ при $(k, j, s) \neq (1, 1, 2)$, причем вне окрестности нуля

$$\partial_s u_j^k \in L_p(|x| > 1), \quad (8)$$

где $p \in (3/2, \infty]$ при $(k, j, s) = (1, 1, 2)$ и $p \in (1, \infty]$ при $(k, j, s) \neq (1, 1, 2)$.

Далее, применение теорем о свертке и операторах типа потенциала (см., например, [10]) дает следующие оценки:

$$\|u_j^k * f\|_{L_q(\mathbb{R}^2)} \leq c_{p,q} \|f\|_{L_p(\mathbb{R}^2)}, \quad (9)$$

где $1 < p \leq q < \infty$, $1/q = 1/p + 1/r - 1$, причем $r \in [3, \infty)$ при $(k, j) = (1, 1)$ и $r \in [2, \infty)$ при $(k, j) \neq (1, 1)$;

$$\|\partial_s u_j^k * f\|_{L_q(\mathbb{R}^2)} \leq c_{p,q} \|f\|_{L_p(\mathbb{R}^2)}, \quad (10)$$

где $1 < p \leq q < \infty$, $1/q = 1/p + 1/r - 1$, причем $r \in [3/2, 2]$ при $(k, j, s) = (1, 1, 2)$ и $r \in [1, 2]$ при $(k, j, s) \neq (1, 1, 2)$.

3. Доказательство основного результата базируется на следующих леммах.

ЛЕММА 1. *Для поля $v = w - w_\infty$ имеет место интегральное представление*

$$v_j(x) = \int_{\Omega} K_{ji}(x - y, v(y)) v_i(y) dy + F_j(x), \quad (11)$$

где

$$K_{11} = (\partial_1 u_1^1) v_1 + (\partial_2 u_1^1 + \partial_1 u_2^1) v_2, \quad K_{12} = (\partial_2 u_2^1) v_2, \quad K_{21} = 0,$$

$$K_{22} = (\partial_1 u_2^2 - \partial_2 u_1^2) v_1 + (\partial_2 u_2^2) v_2 + 2u_1^2 \partial_2 v_1,$$

$$F_1(x) = \int_{\Omega} (n_1 u_1^1 - u_j^1 n_s \partial_s v_j + n_s \partial_s u_1^1 - n_1 u_1^1 + p n_j u_j^1 - n_1 q^1) dS_y,$$

$$F_2(x) = \int_{\Omega} (n_s \partial_s u_1^2 - u_j^2 n_s \partial_s v_j - n_1 u_1^2 + n_j u_j^2 p - q^2 n_1) dS_y,$$

причем в приведенных формулах по повторяющимся индексам производится суммирование; аргументом функций u_j^i, q^j является $x - y$; $v_j = v_j(y)$, $p = p(y)$; $n_j = n_j(y)$ – компоненты внешней нормали на $\partial\Omega$ по отношению к Ω .

Справедливость интегрального представления (11) устанавливается стандартным образом. После подстановки $w = v + w_\infty$ система (1) умножается на матрицу $u_i^j(x - y)$ и интегрируется по усеченной области Ω_R , интегралы по области Ω_R преобразуются в интегралы по границе $\partial\Omega_R$ с помощью формулы Грина, при последующем предельном переходе при $R \rightarrow \infty$ ввиду оценок (5) криволинейные интегралы по окружности $\{y : |y| = R\}$ исчезают (для этого достаточно выполнения условий $p(y) \rightarrow 0$, $v_j(y) \rightarrow 0$, $\partial_s v_j(y) \rightarrow 0$ при $|y| \rightarrow \infty$).

Отметим, что при преобразовании интегралов

$$\int_{\Omega} u_j^k(x - y)(v(y), \nabla) v_j(y) dy$$

используются соотношения

$$(v, \nabla) v_2 = \partial_1(v_1 v_2) + \partial_2(v_2^2), \quad (v, \nabla) v_1 = \begin{cases} \partial_1(v_1^2) + \partial_2(v_1 v_2), & k = 1, \\ -\partial_2(v_1 v_2) + 2v_2 \partial_2 v_1, & k = 2. \end{cases}$$

Применение оценок (9), (10) приводит к следующему результату.

ЛЕММА 2. Для интегральных операторов

$$(A_{ji,\rho} f)(x) = \int_{|y|>\rho} K_{ji}(x - y, v(y)) f(y) dy, \quad j, i = 1, 2, \quad (j, i) \neq (2, 1),$$

справедливы неравенства $\|A_{ji,\rho}\|_{L_p(|x|>\rho) \rightarrow L_p(|x|>\rho)} \leq c_{ji,\rho}$, где $p \in (2, \infty)$ и

$$c_{11,\rho} = c_p \left(\max_{|x|>\rho} |v(x)| + \|v_2\|_{L_3(|x|>\rho)} \right), \quad c_{12,\rho} = c_p \max_{|x|>\rho} |v_2(x)|, \\ c_{22,\rho} = c_p \left(\max_{|x|>\rho} |v(x)| + \|\partial_2 v_1\|_{L_2(|x|>\rho)} \right),$$

причем c_p – константы, зависящие лишь от p .

ЛЕММА 3. Пусть поле $v = w - w_\infty$ принадлежит некоторому пространству $L_{p_0}(\Omega)$, $p_0 \in (3, \infty)$. Тогда справедливы включения $v_i \in L_p(\Omega)$, где $p \in (3, \infty]$ при $i = 1$ и $p \in (2, \infty]$ при $i = 2$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Остановимся подробно на доказательстве включения для компоненты $v_2(x)$. Из интегрального представления (11) при $j = 2$ вытекает равенство

$$v_2 = A_{22,\rho} v_2 + F_{2,\rho}, \quad \text{где } F_{2,\rho} = F_2 + \int_{\Omega \cap \{y: |y|>\rho\}} K_{22} v_2 dy. \quad (12)$$

Из оценок фундаментального решения (6)–(8) следует, что $F_{2,\rho} \in L_p(|x| > \rho)$ для всех $p \in (2, \infty)$. Пусть q – любое фиксированное число из интервала $(2, \infty)$. Выбирая ρ настолько большим, чтобы выполнялось неравенство

$$\|A_{22,\rho}\|_{L_p(|x|>\rho) \rightarrow L_p(|x|>\rho)} < 1 \quad (13)$$

при $p = q$ и $p = p_0$, и рассматривая соотношение (12) как интегральное уравнение относительно $v_2(x)$ в пространстве $L_{p_0}(|x| > \rho)$, получаем, что при $|x| > \rho$

$$v_2(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_{22,\rho}^n F_{2,\rho})(x).$$

Поэтому ввиду неравенства (13) при $p = q$ функция $v_2(x)$ принадлежит пространству $L_q(|x| > \rho)$. В силу произвольности $q \in (2, \infty)$ утверждение леммы справедливо для компоненты $v_2(x)$.

Далее, соответствующий результат для функции $v_1(x)$ получается аналогично предыдущему из представления

$$v_1 = A_{11,\rho} v_1 + F_{1,\rho}, \quad \text{где } F_{1,\rho} = F_1 + \int_{\Omega} K_{12} v_2 dy + \int_{\Omega \cap \{y: |y| > \rho\}} K_{11} v_1 dy,$$

так как согласно оценкам фундаментального решения, установленному выше включению $v_2 \in L_p(\Omega)$ при всех $p \in (2, \infty)$ и лемме 2 функция $F_{1,\rho}$ принадлежит всем пространствам $L_p(|x| > \rho)$ при $p \in (3, \infty)$.

Таким образом, ввиду леммы 3 для получения точных L_p -оценок поля v следует установить какие-нибудь “затравочные” оценки. Получение таких оценок составляет содержание следующего пункта.

4. Рассмотрим функцию Бернулли $\Phi = p + |w|^2/2 - 1/2$, удовлетворяющую уравнению $\Delta \Phi = (w, \nabla) \Phi + \omega^2$, и систему краевых задач

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_R &= (w, \nabla) \Phi_R + \omega^2, \\ \Phi_R|_{\partial \Omega} &= \Phi|_{\partial \Omega}, \quad \Phi_R|_{|x|=R} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Так как для разности $\Phi - \Phi_R$ справедлив принцип максимума, а $\Phi(x) \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$, то последовательность функций Φ_R , продолженных нулем на $\Omega \cap \{x : |x| > R\}$, сходится равномерно на Ω к Φ и, в частности, $\|\Phi_R\|_{L^\infty(\Omega)}$ равномерно ограничены.

Положим $\Phi_R = \zeta_R + b$, где b — функция, отличная от 0 лишь в некоторой окрестности $\partial \Omega$ и $b|_{\partial \Omega} = \Phi|_{\partial \Omega}$. Умножая уравнение (14) на $f \zeta_R$ и интегрируя по $\Omega_R = \Omega \cap \{x : |x| < R\}$, приходим к тождеству

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_R} \left((\nabla \zeta_R)^2 f - \frac{1}{2} \zeta_R^2 \partial_1 f \right) dx \\ &= - \int_{\Omega_R} \left(\zeta_R (\nabla \zeta_R, \nabla f) - \frac{1}{2} \zeta_R^2 (v, \nabla) f - f \zeta_R (\Delta b - (w, \nabla) b - \omega^2) \right) dx. \end{aligned} \quad (15)$$

Выбирая

$$f = \begin{cases} \frac{1}{\ln a}, & x_1 < a, \\ \frac{1}{\ln x_1}, & x_1 > a, \end{cases}$$

из (15) получаем, что при достаточно большом $a > 0$ справедлива равномерная по R оценка

$$\int_{\Omega_R} \Phi_R^2 |\partial_1 f| dx \leq c.$$

(Мы использовали, что $\omega \in L_2(\Omega)$, $v \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$, а функции ζ_R равномерно ограничены.) Переходя к пределу при $R \rightarrow \infty$ и используя экспоненциальное убывание Φ вне полуоси $x_1 > 0$, устанавливаем, что

$$\int_{\Omega} \Phi^2(x) \frac{dx}{|x| \ln^2 |x|} \leq c. \quad (16)$$

Далее, справедлива

ЛЕММА 4. Для поля v при любом $\varepsilon > 0$ выполнена оценка

$$\int_{\Omega} v^2 \frac{dx}{|x|^{1+\varepsilon}} < \infty. \quad (17)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Для вывода (17) установим интегральную формулу, связывающую поле v с функцией Бернулли Φ . Введем комплексную скорость $u = w_1 + iw_2$ и дифференциальные операторы

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + i \frac{\partial}{\partial x_2} \right), \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i \frac{\partial}{\partial x_2} \right).$$

В этих терминах систему Навье–Стокса можно представить в форме

$$4 \frac{\partial^2 u}{\partial \bar{z} \partial z} - 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \Phi = \frac{\partial}{\partial z} (u^2 - 1). \quad (18)$$

Умножая (18) на функцию $1/(\pi(\bar{z} - \bar{w}))$, интегрируя по области

$$\Omega_{\varepsilon, R} = (\Omega \setminus \{z : |z - w| < \varepsilon\}) \cap \{z : |z| < R\}$$

и переходя затем к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$, $R \rightarrow \infty$, получаем формулу

$$u^2(w) - 1 = (S\Phi)(w) + f(w), \quad (19)$$

где S – сингулярный оператор

$$(S\Phi)(w) = \frac{2}{\pi} \int_{\Omega} \frac{\Phi(z)}{(\bar{z} - \bar{w})^2} dx_1 dx_2, \\ f(w) = 4 \frac{\partial u}{\partial \bar{z}}(w) - \frac{1}{\pi i} \int_{\partial \Omega} \frac{\Phi}{\bar{z} - \bar{w}} dz + \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial \Omega} \frac{u^2 - 1 - 4\partial u / \partial \bar{z}}{\bar{z} - \bar{w}} d\bar{z}.$$

Ввиду того что $\partial u / \partial \bar{z} \in L_2(\Omega)$, функция f принадлежит любому весовому пространству $L_2(\Omega, |x|^{-\alpha})$ при любом $\alpha > 0$. Из оценки (16) следует, что $\Phi \in L_2(\Omega, |x|^{-1-\varepsilon})$ для сколь угодно малого $\varepsilon > 0$. В силу ограниченности сингулярного интеграла S в любом весовом пространстве $L_2(\Omega, |x|^{-\alpha})$, $0 \leq \alpha < 2$, из (19) получаем, что $u^2 - 1 \in L_2(\Omega, |x|^{-1-\varepsilon})$ при любом $\varepsilon > 0$. Из равенства $u^2 - 1 = w_1^2 - 1 - w_2^2 + 2iw_1w_2$, поскольку $w_1 \rightarrow 1$, $w_2 \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$, получаем $w_2, w_1 - 1 \in L_2(\Omega, |x|^{-1-\varepsilon})$.

Таким образом, лемма 4 установлена.

5. В этом пункте завершается доказательство оценки (4).

ТЕОРЕМА 1. *Для решения задачи обтекания справедлива оценка (4).*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Для $\omega = \operatorname{rot} w$ и поля $v = w - w_\infty$ справедливо соотношение

$$\Delta v = \nabla^\perp \omega, \quad (20)$$

где $\nabla^\perp = (-\partial_2, \partial_1)$.

Пусть $x \in \Omega$ и $B_\rho = \{y : |x - y| < \rho\}$ — шар с центром в x , содержащийся в области Ω . Умножая равенство (20) на функцию $(2\pi)^{-1} \ln(|x - y|/\rho)$ и интегрируя по шару B_ρ , после известных преобразований получаем формулу

$$v(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\partial B_\rho} \frac{v(y)}{\rho} ds + \frac{1}{2\pi} \int_{B_\rho} \frac{\omega(y)(x - y)^\perp}{(x - y)^2} dy,$$

где $(x - y)^\perp = (-(x_2 - y_2), x_1 - y_1)$.

Интегрируя по ρ от $R/2$ до R и оценивая полученные интегралы, имеем

$$|v(x)| \leq c \left(\int_{B_R} \frac{|v(y)|}{R^2} dy + \int_{B_R} \frac{|\omega(y)|}{|x - y|} dy \right). \quad (21)$$

Учитывая, что $v \in L_2(\Omega, |x|^{-1-\varepsilon})$, из (21) получаем оценку

$$|v(x)| \leq c R^{-2} \left(\int_{\Omega} \frac{|v(y)|^2}{|y|^{1+\varepsilon}} dy \right)^{1/2} \left(\int_{B_R} |y|^{1+\varepsilon} dy \right)^{1/2} + c \max_{y \in B_R} |\omega(y)| R.$$

Считая $|x|$ достаточно большим, а $R < |x|/2$, устанавливаем неравенство

$$v(x) \leq c(|x|^{(1+\varepsilon)/2} R^{-1} + |x|^{-3/4} R).$$

Минимизируя его по R , получаем, что $|v(x)| \leq c|x|^{(-1+2\varepsilon)/8}$. Таким образом, $v \in L_p(\Omega)$ для всех $p > 16$. Это дает “затравочные” оценки для применения леммы 3. Поэтому $v \in L_p(\Omega)$ при всех $p > 3$. Учитывая этот факт, из (21) выводим неравенство

$$|v(x)| \leq c \left(R^{-2/p} \left(\int_{B_R} |v|^p dx \right)^{1/p} + R|x|^{-3/4} \right).$$

Полагая $R = |x|^\alpha$ при $\alpha = 3/(4 + 8/p)$ и выбирая $p > 3$ сколь угодно близким к 3, получаем $|v(x)| \leq c|x|^{-3/10+\varepsilon}$, что и завершает доказательство.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Leray J. Étude de diverses équations intégrales non linéaires et de quelques problèmes que pose l'hydrodynamique // J. Math. Pures Appl. 1933. V. 12. P. 1–82.
- [2] Ладыженская О. А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970.
- [3] Finn R., Smith D. R. On the stationary solution of the Navier–Stokes equations in two dimensions // Arch. Rational Mech. Anal. 1967. V. 25. P. 26–39.
- [4] Вайнбергер Г. Ф., Гилбарг Д. Асимптотические свойства решений Лере стационарных двумерных уравнений Навье–Стокса // УМН. 1974. Т. 29, № 2. С. 109–122.
- [5] Gilbarg D., Weinberger H. F. Asymptotic properties of steady plane solutions of the Navier–Stokes equations with bounded Dirichlet integral // Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa. Cl. Sci. (4). 1978. V. 5. P. 381–404.
- [6] Amick C. J. On Leray's problem of steady Navier–Stokes flow past a body in the plane // Acta Math. 1988. V. 161. P. 71–130.
- [7] Amick C. J. On the asymptotic form of Navier–Stokes flow past a body in the plane // J. Differential Equations. 1991. V. 1. P. 149–167.
- [8] Smith D. R. Estimates at infinity for stationary solutions of Navier–Stokes equations // Arch. Rational Mech. Anal. 1965. V. 20. P. 341–372.
- [9] Бабенко К. И. Об асимптотическом поведении вихря вдали от тела при обтекании его потоком вязкой жидкости // Прикладная матем. и механика. 1970. Т. 34. С. 911–925.
- [10] Стейн И. М. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. М.: Мир, 1973.

Ростовский государственный университет

Поступило

02.04.97

Исправленный вариант

01.06.98