Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. К. Мамадалиев,
Задача Трикоми для сильно-вырождающегося уравнения
параболо-гиперболического типа, *Матем. заметки*, 1999,
том 66, выпуск 3, 385–392

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1179>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.210.77.194

26 апреля 2023 г., 09:17:12

УДК 517.956.6

ЗАДАЧА ТРИКОМИ ДЛЯ СИЛЬНО-ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Н. К. Мамадалиев

Построено новое интегральное представление решения задачи Трикоми для сильно вырождающейся системы уравнений параболо-гиперболического типа.

Библиография: 5 названий.

Одной из основных задач для уравнения смешанного типа является задача Трикоми, которая исследована многими авторами. Результаты исследований краевых задач для уравнений эллиптико-гиперболического типа второго рода в области, часть границы которой является линией вырождения, содержатся в работах [1]–[3].

В этой статье для уравнения гиперболического типа второго рода устанавливается представление обобщенного решения класса R [3] и с помощью этого доказывается однозначная разрешимость задачи Трикоми для уравнения параболо-гиперболического типа.

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial y} + a(x, y)u, & y \geq 0, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial y}, & y < 0, \end{cases} \quad (1)$$
$$\alpha \in (-3, 5; -3) \cup (-3; -2, 5),$$

в области $\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2 \cup AB$, причем область $\mathcal{D}_1$ ограничена при $y > 0$ отрезками AB , BB_0 , A_0B_0 , AA_0 прямых $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $x = 0$ соответственно, а область $\mathcal{D}_2$ – при $y < 0$ характеристиками уравнения (1):

$$\begin{aligned} AC : x - 2\sqrt{-y} &= 0, & BC : x + 2\sqrt{-y} &= 1; \\ AB : y &= 0, & 0 \leq x &\leq 1. \end{aligned}$$

В уравнении (1) $a(x, y)$ – заданная функция, причем

$$a(x, y) \in C^{(0, h)}(\mathcal{D}_1), \quad 0 < h < 1.$$

Задача Трикоми. Требуется определить в области $\mathcal{D}$ функцию $\mathcal{U}(x, y)$ со следующими свойствами:

- а) $\mathcal{U}(x, y) \in C(\mathcal{D})$;
- б) $\mathcal{U}(x, y)$ является регулярным решением уравнения (1) в области $\mathcal{D}_1$ и обобщенным решением класса R в области $\mathcal{D}_2$;
- в) на линии вырождения выполняется условие склеивания

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha [\mathcal{U} - A_i(\tau)]'_y = \pm \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y};$$

при $i = 3$ $\alpha \in (-3; -2, 5)$, при $i = 4$ $\alpha \in (-3, 5; -3)$;

г) $\mathcal{U}(x, y)$ удовлетворяет граничным условиям

$$\begin{aligned} \mathcal{U}|_{AA_0} &= \varphi_0(y), & \mathcal{U}|_{BB_0} &= \varphi_1(y), & 0 \leq y \leq 1, \\ \mathcal{U}|_{AC} &= \psi(x). \end{aligned}$$

Здесь $A_i(\tau)$ – известный оператор, который указан ниже в (2) и (3), $\varphi_0(y)$, $\varphi_1(y)$ – заданные непрерывные функции, $0 \leq y \leq 1$, а $\psi(x)$ – заданная непрерывная функция, причем $\psi^{(5)}(x)$ непрерывна и $\psi(0) = \psi'(0) = \psi''(0) = \psi'''(0) = \psi^{(IV)}(0) = 0$.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Рассмотрим уравнение (1) в области $\mathcal{D}_2$, т.е. $L_2\mathcal{U} = 0$. Непрерывное решение видоизмененной задачи Коши для уравнения $L_2\mathcal{U} = 0$ в области $\mathcal{D}_2$ для значений $\alpha \in (-3; -2, 5)$ с начальными данными

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(x, 0) &= \tau(x), \\ \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha [\mathcal{U} - A_3(\tau)]'_y &= \nu(x) \end{aligned}$$

в характеристических переменных (ξ, η) имеет вид [1], [2]

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(\xi, \eta) &= \gamma_1(\eta\xi)^{-2p-5} \left[\int_\xi^\eta \tau(t)(\eta-t)^{p+2}(t-\xi)^{p+2} dt \right. \\ &\quad + \frac{3}{2(p+3)(2p+1)} \int_\xi^\eta \tau^{(2)}(t)(\eta-t)^{p+3}(t-\xi)^{p+3} dt \\ &\quad + \frac{3}{4(p+3)(p+4)(2p+1)(2p+3)} \int_\xi^\eta \tau^{(4)}(t)(\eta-t)^{p+4}(t-\xi)^{p+4} dt \\ &\quad + \frac{1}{8(p+3)(p+4)(p+5)(2p+1)(2p+3)(2p+5)} \\ &\quad \times \left. \int_\xi^\eta \tau^{(6)}(t)(\eta-t)^{p+5}(t-\xi)^{p+5} dt \right] \\ &\quad + 2^{2(2p-1)} \gamma_2 \int_\xi^\eta \nu(t)(\eta-t)^{-p}(t-\xi)^{-p} dt \\ &\equiv A_3(\tau) + 2^{2(2p-1)} \gamma_2 \int_\xi^\eta \nu(t)(\eta-t)^{-p}(t-\xi)^{-p} dt, \\ \tau(x) &\in C^{(8)}[0, 1], \quad \nu(x) \in C^{(2)}[0, 1], \quad \xi = x - 2\sqrt{-y}, \quad \eta = x + 2\sqrt{-y}; \end{aligned} \tag{2}$$

$$\gamma_2 = \frac{\Gamma(2p+6)}{\Gamma^2(p+3)}, \quad \gamma_2 = \left(\frac{1}{2} - p\right)^{-1} \frac{\Gamma(2-2p)}{\Gamma^2(1-p)}, \quad p = \alpha - \frac{1}{2}.$$

Непрерывное решение видоизмененной задачи Коши для уравнения $L_2\mathcal{U} = 0$ в области $\mathcal{D}_2$ для значений $\alpha \in (-3, 5; -3)$ с начальными данными

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(x, 0) &= \tau(x), \\ \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha [\mathcal{U} - A_4(\tau)]'_y &= \nu(x) \end{aligned}$$

в характеристических переменных (ξ, η) имеет вид [1], [2]

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(\xi, \eta) &= \gamma_1(\eta - \xi)^{-2p-7} \left(\int_\xi^\eta \tau(t)(\eta - t)^{p+3}(t - \xi)^{p+3} dt \right. \\ &\quad + \frac{2}{(4+p)(2p+1)} \int_\xi^\eta \tau^{(2)}(t)(\eta - t)^{p+4}(t - \xi)^{p+4} dt \\ &\quad + \frac{3}{2(p+4)(p+5)(2p+1)(2p+3)} \int_\xi^\eta \tau^{(4)}(t)(\eta - t)^{p+5}(t - \xi)^{p+5} dt \\ &\quad + \frac{1}{2(p+4)(p+5)(p+6)(2p+1)(2p+3)(2p+5)} \\ &\quad \times \int_\xi^\eta \tau^{(6)}(t)(\eta - t)^{p+6}(t - \xi)^{p+6} dt \\ &\quad + \frac{1}{16(p+4)(p+5)(p+6)(p+7)(2p+1)(2p+3)(2p+5)(2p+7)} \\ &\quad \times \left. \int_\xi^\eta \tau^{(8)}(t)(\eta - t)^{p+7}(t - \xi)^{p+7} dt \right) \\ &\quad - 2^{2(2p-1)} \gamma_2 \int_\xi^\eta \nu(t)(\eta - t)^{-p}(t - \xi)^{-p} dt \\ &\equiv A_4(\tau) - 2^{2(2p-1)} \gamma_2 \int_\xi^\eta \nu(t)(\eta - t)^{-p}(t - \xi)^{-p} dt, \\ \tau(x) &\in C^{(10)}[0, 1], \quad \nu(x) \in C^{(2)}[0, 1], \quad \xi = x - 2\sqrt{-y}, \quad \eta = x + 2\sqrt{-y}; \\ \gamma_1 &= \frac{\Gamma(2p+8)}{\Gamma^2(p+4)}, \quad \gamma_2 = \left(\frac{1}{2} - p\right)^{-1} \frac{\Gamma(2-2p)}{\Gamma^2(1-p)}, \quad p = \alpha - \frac{1}{2}. \end{aligned} \tag{3}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Функция $\mathcal{U}(\xi, \eta)$, определенная формулой (2) или (3), называется *обобщенным решением* уравнения $L_2\mathcal{U} = 0$ класса R в области $\mathcal{D}_2$, если $\nu(x) \in C[0, 1]$ и функция $\tau(x)$ представима в виде

$$\tau(x) = \int_0^x (x-t)^{-2p} T(t) dt, \tag{4}$$

причем $T(t)$ – некоторая непрерывная на $[0, 1]$ функция.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Обобщенное решение $\mathcal{U} \in R$ непрерывно в $\mathcal{D}_2$, а производные $\mathcal{U}_x$ и $\mathcal{U}_y$ непрерывны в $\mathcal{D}_2$, причем функция $[\mathcal{U} - A_i(\tau)]'_y$, $i = 3, 4$, непрерывна вплоть до линии изменения типа.

Справедливость замечания 2 нетрудно заметить на основании определения обобщенного решения класса R и рассуждений работы [3]. На основании (4) находим

$$\begin{aligned}\tau^{(2)}(x) &= 2p(2p+1) \int_0^x (x-t)^{-2p-2} T(t) dt, \\ \tau^{(4)}(x) &= 2p(2p+1)(2p+2)(2p+3) \int_0^x (x-t)^{-2p-4} T(t) dt, \\ \tau^{(6)}(x) &= 2p(2p+1)(2p+2)(2p+3)(2p+4)(2p+5) \int_0^x (x-t)^{-2p-6} T(t) dt, \\ \tau^{(8)}(x) &= 2p(2p+1)(2p+2)(2p+3)(2p+4)(2p+5)(2p+6)(2p+7) \\ &\quad \times \int_0^x (x-t)^{-2p-8} T(t) dt.\end{aligned}$$

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Доказательство представления обобщенного решения класса R при $\alpha \in (-3; -2, 5)$ аналогично изменению параметра $\alpha \in (-2, 5; -2)$ [4].

В этой работе получим представление обобщенного решения класса R при $\alpha \in (-3, 5; -3)$. Подставляя полученные выше равенства и (4) в (3), имеем

$$\begin{aligned}\mathcal{U}(\xi, \eta) &= \gamma_1(\eta - \xi)^{-2p-7} \left(\int_\xi^\eta \left(\int_0^t T(\zeta) \left((\eta - t)^{p+3}(t - \xi)^{p+3}(t - \zeta)^{-2p} \right. \right. \right. \\ &\quad + \frac{4p}{p+4}(\eta - t)^{p+4}(t - \xi)^{p+4}(t - \zeta)^{-2p-2} \\ &\quad + \frac{6p(p+1)}{(p+4)(p+5)}(\eta - t)^{p+5}(t - \xi)^{p+5}(t - \zeta)^{-2p-4} \\ &\quad + \frac{4p(p+1)(p+2)}{(p+4)(p+5)(p+6)}(\eta - t)^{p+6}(t - \xi)^{p+6}(t - \zeta)^{-2p-6} \\ &\quad \left. \left. + \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)}{(p+4)(p+5)(p+6)(p+7)}(\eta - t)^{p+7}(t - \xi)^{p+7}(t - \zeta)^{-2p-8} \right) d\zeta \right) dt \\ &\quad - 2^{2(2p-1)} \gamma_2 \int_\xi^\eta \nu(t)(\eta - t)^{-p}(t - \xi)^{-p} dt \\ &\equiv \gamma_1(\eta - \xi)^{-2p-7} \mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_2.\end{aligned}\tag{5}$$

В выражении для $\mathfrak{I}_1$ промежуток интегрирования по ζ разобьем на два, $(0, \xi)$ и (ξ, t) . Затем, меняя порядок интегрирования, получим

$$\mathfrak{I}_1 = \int_0^\xi I_1(\xi, \eta; \zeta) T(\zeta) d\zeta + \int_\xi^\eta I_2(\xi, \eta; \zeta) T(\zeta) d\zeta,$$

где

$$I_1(\xi, \eta; \zeta) = \int_\xi^\eta (\eta - t)^{p+3}(t - \xi)^{p+3}(t - \zeta)^{-2p} dt$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4p}{p+4} \int_{\xi}^{\eta} (\eta-t)^{p+4} (t-\xi)^{p+4} (t-\zeta)^{-2p-2} dt \\
& + \frac{6p(p+1)}{(p+4)(p+5)} \int_{\xi}^{\eta} (\eta-t)^{p+5} (t-\xi)^{p+5} (t-\zeta)^{-2p-4} dt \\
& + \frac{4p(p+1)(p+2)}{(p+4)(p+5)(p+6)} \int_{\xi}^{\eta} (\eta-t)^{p+6} (t-\xi)^{p+6} (t-\zeta)^{-2p-6} dt \\
& + \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)}{(p+4)(p+5)(p+6)(p+7)} \int_{\xi}^{\eta} (\eta-t)^{p+7} (t-\xi)^{p+7} (t-\zeta)^{-2p-8} dt, \\
I_2(\xi, \eta; \zeta) = & \int_{\zeta}^{\eta} (\eta-t)^{p+3} (t-\zeta)^{-2p} (t-\xi)^{p+3} dt \\
& + \frac{4p}{p+4} \int_{\zeta}^{\eta} (\eta-t)^{p+4} (t-\zeta)^{-2p-2} (t-\xi)^{p+4} dt \\
& + \frac{6p(p+1)}{(p+4)(p+5)} \int_{\zeta}^{\eta} (\eta-t)^{p+5} (t-\zeta)^{-2p-4} (t-\xi)^{p+5} dt \\
& + \frac{4p(p+1)(p+2)}{(p+4)(p+5)(p+6)} \int_{\zeta}^{\eta} (\eta-t)^{p+6} (t-\zeta)^{-2p-6} (t-\xi)^{p+6} dt \\
& + \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)}{(p+4)(p+5)(p+6)(p+7)} \int_{\zeta}^{\eta} (\eta-t)^{p+7} (t-\zeta)^{-2p-8} (t-\xi)^{p+7} dt.
\end{aligned}$$

Для вычисления этих выражений используем интегральное представление гипергеометрических функций [3]:

$$\begin{aligned}
& \int_{\xi}^{\eta} (\eta-t)^k (t-\xi)^l (t-\zeta)^m dt \\
& = \frac{\Gamma(k+1)\Gamma(l+1)}{\Gamma(k+l+2)} (\eta-\xi)^{k+l+1} (\eta-\zeta)^m F\left(k+1, -m, k+l+2; \frac{\eta-\xi}{\eta-\zeta}\right).
\end{aligned}$$

Имеем

$$\begin{aligned}
I_1 = & \frac{\Gamma^2(p+4)}{\Gamma(2p+8)} (\eta-\xi)^{2p+7} (\eta-\zeta)^{-2p} \left(F(p+4, 2p, 2p+8; z) \right. \\
& + \frac{2p}{2p+9} z^2 F(p+5, 2p+2, 2p+10; z) \\
& + \frac{3p(p+1)}{2(2p+9)(2p+11)} z^4 F(p+6, 2p+4, 2p+12; z) \\
& + \frac{p(p+1)(p+2)}{2(2p+9)(2p+11)(2p+13)} z^6 F(p+7, 2p+6, 2p+14; z) \\
& \left. + \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)}{16(2p+9)(2p+11)(2p+13)(2p+15)} z^8 F(p+8, 2p+8, 2p+16; z) \right), \\
& z = \frac{\eta-\xi}{\eta-\zeta};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2 = & \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)\Gamma(p+4)\Gamma(-2p-7)}{\Gamma(1-p)}(\eta-\zeta)^{-p}(\eta-\xi)^{p+7} \\
& \times \left(F(p+8, -p-7, 1-p; z_1) + \frac{8(2p+7)}{1-p} z_1 F(p+7, -p-6, 2-p; z_1) \right. \\
& + \frac{24(2p+7)(2p+5)}{(1-p)(2-p)} z_1^2 F(p+6, -p-5, 3-p; z_1) \\
& + \frac{32(2p+7)(2p+5)(2p+3)}{(1-p)(2-p)(3-p)} z_1^3 F(p+5, -p-4, 4-p; z_1) \\
& \left. + \frac{16(2p+7)(2p+5)(2p+3)(2p+1)}{(1-p)(2-p)(3-p)(4-p)} z_1^4 F(p+4, -p-3, 5-p; z_1) \right), \\
& z_1 = \frac{\eta-\zeta}{\eta-\xi}.
\end{aligned}$$

ЛЕММА. *Справедливы тождества:*

$$\begin{aligned}
& F(p+4, 2p, 2p+8; z) + \frac{2p}{2p+9} z^2 F(p+5, 2p+2, 2p+10; z) \\
& + \frac{3p(p+1)}{2(2p+9)(2p+11)} z^4 F(p+6, 2p+4, 2p+12; z) \\
& + \frac{p(p+1)(p+2)}{2(2p+9)(2p+11)(2p+13)} z^6 F(p+7, 2p+6, 2p+14; z) \\
& + \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)}{16(2p+9)(2p+11)(2p+13)(2p+15)} z^8 F(p+8, 2p+8, 2p+16; z) = (1-z)^{-p}, \\
& F(p+8, -p-7, 1-p; z_1) + \frac{8(2p+7)}{1-p} z_1 F(p+7, -p-6, 2-p; z_1) \\
& + \frac{24(2p+7)(2p+5)}{(1-p)(2-p)} z_1^2 F(p+6, -p-5, 3-p; z_1) \\
& + \frac{32(2p+7)(2p+5)(2p+3)}{(1-p)(2-p)(3-p)} z_1^3 F(p+5, -p-4, 4-p; z_1) \\
& + \frac{16(2p+7)(2p+5)(2p+3)(2p+1)}{(1-p)(2-p)(3-p)(4-p)} z_1^4 F(p+4, -p-3, 5-p; z_1) = (1-z_1)^{-p}.
\end{aligned}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО тождеств аналогично изложенному в работе [5].

На основании леммы выражения $I_1(\xi, \eta; \zeta)$ и $I_2(\xi, \eta; \zeta)$ запишем в виде

$$I_1(\xi, \eta; \zeta) = \frac{\Gamma^2(p+4)}{\Gamma(2p+8)} (\eta-\xi)^{2p+7} (\eta-\zeta)^{-p} (\xi-\zeta)^{-p}, \quad (6)$$

$$I_2(\xi, \eta; \zeta) = \frac{p(p+1)(p+2)(p+3)\Gamma(p+4)\Gamma(-2p-7)}{\Gamma(1-p)} (\eta-\xi)^{2p+7} (\eta-\zeta)^{-p} (\zeta-\xi)^{-p}. \quad (7)$$

Подставив (6), (7) в (5), получим представление обобщенного решения класса R

$$\mathcal{U}(\xi, \eta) = \int_0^\xi (\eta-\zeta)^{-p} (\xi-\zeta)^{-p} T(\zeta) d\zeta + \int_\xi^\eta (\eta-\zeta)^{-p} (\zeta-\xi)^{-p} N(\zeta) d\zeta, \quad (8)$$

где

$$N(\zeta) = \frac{1}{2 \cos \pi p} T(\zeta) - 2^{4p-2} \gamma_2 \nu(\zeta). \quad (9)$$

Для всех рассматриваемых значений α представление обобщенного решения класса R получено впервые. Задача Трикоми для эллипτικο-гиперболического уравнения при $\alpha < 1$ и $\alpha = -n + \alpha_0$, $1/2 < \alpha_0 < 1$, $n = 0, 1, 2, \dots$, изучена в работе [2].

Используя условие на характеристике AC , согласно п. г) в постановке задачи Трикоми из обобщенного решения (8) имеем

$$\int_0^\eta (\eta - \zeta)^{-p} \zeta^{-p} N(\zeta) d\zeta = \psi\left(\frac{\eta}{2}\right). \quad (10)$$

Применяя к обеим частям выражения (10) оператор $\mathcal{D}_{0\eta}^{1-p}$, получим

$$N(\eta) = \zeta^p \frac{1}{\Gamma(1-p)} \mathcal{D}_{0\eta}^{1-p} \psi\left(\frac{\eta}{2}\right).$$

Далее с учетом (9) и (10), подставляя значение $T(\zeta)$ в представление (4), получим основное соотношение между $\tau(x)$ и $\nu(x)$ на отрезке AB при $y \rightarrow -0$

$$\begin{aligned} \tau(x) = & -2^{4p-2} \gamma_2 \cos \pi p \int_0^x \nu(t)(x-t)^{-2p} dt \\ & + \frac{2 \cos \pi p}{\Gamma(1-p)} \int_0^x (x-t)^{-2p} t^p \mathcal{D}_{0t}^{1-p} \psi\left(\frac{t}{2}\right) dt. \end{aligned} \quad (11)$$

Для получения соотношения между функциями $\tau(x)$ и $\nu(x)$ на отрезке AB при $y \rightarrow +0$ перейдем в уравнении (1) к пределу при $y \rightarrow +0$. Имеем

$$\tau''(x) - \nu(x) + a(x, 0)\tau(x) = 0. \quad (12)$$

Исключая из (11) и (12) функцию $\tau(x)$, получим интегральное уравнение относительно функции $\nu(x)$, эквивалентное задаче Трикоми:

$$\begin{aligned} \nu(x) \pm 2p(2p+1)2^{4p-2} \gamma_2 \cos \pi p \int_0^x \nu(t)(x-t)^{-2p-2} dt \\ \pm 2^{4p-2} \gamma_2 \cos \pi p a(x, 0) \int_0^x \nu(t)(x-t)^{-2p} dt \\ = \pm \frac{2 \cos \pi p}{\Gamma(1-p)} 2p(2p+1) \int_0^x (x-t)^{-2p-2} t^p \mathcal{D}_{0t}^{1-p} \psi\left(\frac{t}{2}\right) dt \\ \pm \frac{2 \cos \pi p}{\Gamma(1-p)} a(x, 0) \int_0^x (x-t)^{-2p} t^p \mathcal{D}_{0t}^{1-p} \psi\left(\frac{t}{2}\right) dt, \quad 0 \leq x \leq 1. \end{aligned} \quad (13)$$

В силу ограничений, наложенных на функцию $\psi(x)$, правая часть непрерывна. Так как $6 < -2p < 7$ при $\alpha \in (-3; -2, 5)$ и $7 < -2p < 8$ при $\alpha \in (-3, 5; -3)$, ядро интегрального уравнения (13) также непрерывно. Таким образом, (13) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода относительно функции $\nu(x)$ с непрерывным ядром и непрерывной правой частью. Решение полученного уравнения существует и единственно [6]. Следовательно, задача Трикоми однозначно разрешима.

ЗАМЕЧАНИЕ 4. Полученные результаты справедливы и при выполнении следующих условий склеивания на линии вырождения:

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha [\mathcal{U} - A_i(\tau)]'_y = - \lim_{y \rightarrow +0} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}.$$

Доказательство проводится аналогично.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Терсенов С. А. Введение в теорию уравнений, вырождающихся на границе. Новосибирск: НГУ, 1973.
- [2] Исамухамедов С. С. Некоторые краевые задачи для уравнений смешанного типа второго рода. Автореф. дисс. . . . к.ф.-м.н. Ташкент, 1975.
- [3] Смирнов М. М. Уравнения смешанного типа. М.: Наука, 1970.
- [4] Мамадалиев Н. К., Нагорный А. М. Задача Трикоми для уравнения парабола-гиперболического типа с характеристической линией изменения типа // Тезисы докл. Всесоюзной конференции "Краевые задачи и их спектральные вопросы для дифференциальных уравнений". Алма-Ата, 1991.
- [5] Мамадалиев Н. К. Аналог задачи Трикоми для сильно вырождающегося уравнения парабола-гиперболического типа // Докл. АН УзССР. 1991. № 4. С. 4–6.
- [6] Трикоми Ф. О. Интегральные уравнения. М.: ИЛ, 1960.

Ташкентский государственный университет

Поступило
13.02.96