Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Я. Н. Шитов, Решение задачи о спектрах матриц, заданных шаблоном знаков, *Матем. заметки*, 2021, том 110, выпуск 6, 954

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm13220>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.92.164.108

26 апреля 2023 г., 11:20:09

Решение задачи о спектрах матриц, заданных шаблоном знаков

Я. Н. Шитов

Ключевые слова: матрицы, собственные значения, шаблон знаков.

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm13220>

Данная заметка посвящена активно изучаемой теме спектральных свойств вещественных матриц, заданных набором знаков соответствующих элементов [1], [2].

Пусть A – вещественная матрица размера $n \times n$. Обозначим через $s_k \subseteq \{+, -, 0\}$ множество всех знаков главных миноров порядка $k = 1, 2, \dots, n$ в матрице A , а получившийся набор $(s_1, \dots, s_n)$ назовем *серг-последовательностью* матрицы A . Предположение 3.1 в работе [2] состояло в том, что любая матрица X , в которой на месте (i, j) стоит одно из значений $0, x_{ij}, -x_{ij}$, имеет одну и ту же серг-последовательность для всех положительных значений переменных в том и только том случае, если для любого k выполнено одно из следующих условий:

- (а) знак каждого отдельно взятого главного минора порядка k не зависит ни от выбора положительных значений переменных;
- (б) существуют три главных минора порядка k , каждый из которых также принимает значения лишь одного знака, и для этих трех миноров все соответствующие знаки различны.

Легко видеть, что для любых положительных значений переменных матрица

$$A = \left(\begin{array}{cccccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 \\ \hline b_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_3 & b_4 & 0 & 0 & b_5 & -b_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_7 & b_8 & -b_9 & b_{10} & b_{11} & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

дает $s_k = \{0, +, -\}$ при $k = 2, 4, 6$ и $s_k = \{0\}$ в противном случае. Тем не менее, всякий главный минор матрицы A порядка 6, не являющийся тождественно нулевым, содержит слагаемые разных знаков, и поэтому оба условия (а), (б) нарушаются при $k = 6$. Таким образом, предположение 3.1 из работы [2] неверно, и алгоритмические вопросы распознавания единственности серг-последовательности остаются открытыми.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1] J.H. Drew, C.R. Johnson, D.D. Olesky, P. van den Driessche, *Linear Algebra Appl.*, **308**:1-3 (2000), 121–137. [2] L. Hogben, J.C.-H. Lin, D.D. Olesky, P. van den Driessche, *Linear Multilinear Algebra*, **68**:10 (2020), 2044–2068.

Я. Н. Шитов
E-mail: yaroslav-shitov@yandex.ru

Поступило
13.07.2021
После доработки
10.08.2021
Принято к публикации
11.08.2021

© Я. Н. Шитов, 2021