Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. М. Климкин, Т. А. Срибная, Сходимость последовательности слабо регулярных функций множества, *Матем. заметки*, 1997, том 62, выпуск 1, 103–110

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1592>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 08:37:36

УДК 517

СХОДИМОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СЛАБО РЕГУЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ МНОЖЕСТВА

В. М. Климкин, Т. А. Срибная

Данная работа посвящена обобщению теоремы Дьедонне о сохранении сходимости последовательности регулярных борелевских мер при переходе от системы открытых множеств компактного метрического пространства на класс всех борелевских множеств этого пространства.

Теорема Дьедонне доказана для случая, когда функции множества слабо регулярны, неаддитивны, заданы на некоторой алгебре множеств, содержащей класс открытых множеств произвольного σ -топологического пространства, и принимают значения в равномерном пространстве

Библиография: 8 названий.

Известна следующая

ТЕОРЕМА (Дьедонне [1]). *Последовательность регулярных борелевских мер, сходящаяся на системе открытых множеств компактного метрического пространства, сходится на всех борелевских множествах этого пространства.*

Эта теорема обобщалась многими авторами. На случай локально компактного пространства результат Дьедонне был распространен А. Гротендиком [2], на случай регулярного хаусдорфова пространства – П. Генсслером [3].

В предлагаемой работе теорема Дьедонне доказана для случая, когда функции множества слабо регулярны, неаддитивны, заданы на некоторой алгебре множеств, содержащей класс открытых множеств произвольного σ -топологического пространства, и принимают значения в равномерном пространстве.

Пусть T – некоторое множество, η – класс подмножеств множества T , замкнутый относительно счетных соединений и конечных пересечений, $\emptyset \in \eta$, $T \in \eta$.

Следуя А. Д. Александрову [4], пространство (T, η) будем называть σ -топологическим, множества из η – *открытыми*, а их дополнения – *замкнутыми*.

Пусть $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ – некоторые классы (не обязательно всех) замкнутых множеств. Будем говорить, что классы множеств $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ η -отделимы, если для любых непересекающихся множеств $F \in \mathcal{F}$ и $L \in \mathcal{L}$ существуют такие открытые непересекающиеся множества $U, V \in \eta$, что $F \subset U$, $L \subset V$.

ПРИМЕР. Пусть (T, η) – одно из указанных в приводимой ниже таблице топологических пространств, $\mathcal{F}$ – соответствующий класс множеств. Пусть $\mathcal{L}$ – класс всех замкнутых множеств данного пространства. Тогда пространство (T, η) является σ -топологическим, а классы множеств $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ η -отделимы.

(T, η)	$\mathcal{F}$
Регулярное пространство	Класс замкнутых компактных множеств
Регулярное хаусдорфово пространство	Класс компактных множеств
Нормальное пространство	Класс замкнутых множеств

Пусть $\Sigma \supset \eta$ – некоторая алгебра подмножеств множества T , (S, w) – равномерное пространство и $\Phi = \{\varphi\}$, $\varphi: \Sigma \rightarrow S$, $\varphi(\emptyset) = e$, $e \in S$, – некоторое семейство функций множества.

Если $\varphi \in \Phi$, $E \subset T$, то положим $\tilde{\varphi}(E) = \{\varphi(F), F \subset E, F \in \Sigma\}$.

Обозначим через $\tau(w)$ топологию, соответствующую равномерности w , через $\mathcal{U}$ – фундаментальную систему окрестностей точки $e \in S$.

Будем говорить, что функция множества $\varphi \in \Phi$

- *слабо $\mathcal{F}$ -регулярная*, если для любого множества $E \in \Sigma$ и для любого окружения $W \in w$ существует такое множество $F \in \mathcal{F}$, $F \subset E$, что $(\varphi(E \setminus F), e) \in W$;
- *исчерпывающая на η* , если для любого спектра (спектром называют последовательность попарно непересекающихся множеств) $\{U_n\} \subset \eta$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(U_n) = e. \quad (1)$$

Будем говорить, что функции множества семейства $\Phi = \{\varphi\}$

- *равномерное исчерпывающее на η* , если для любого спектра $\{U_n\} \subset \eta$ соотношение (1) выполняется равномерно относительно $\varphi \in \Phi$;
- *равномерно s -внешние*, если для любого окружения $W \in w$ существует такое окружение $V \in w$, что для любой функции $\varphi \in \Phi$ и для любых непересекающихся множеств $A, B \in \Sigma$ справедливо: если $(\varphi(A), e) \in V$, то $(\varphi(A \cup B), \varphi(B)) \in W$.

Заметим, что если функции множества семейства $\Phi = \{\varphi\}$, $\varphi: \Sigma \rightarrow (S, w)$, равномерно s -внешние, то для любой окрестности $u \in \mathcal{U}$ существует такая окрестность $v = v(u)$, $v \in \mathcal{U}$, что для любой функции $\varphi \in \Phi$ и для любых непересекающихся множеств $A, B \in \Sigma$, справедливы условия:

- если $\varphi(A) \in v$, $\varphi(B) \in v$, то $\varphi(A \cup B) \in u$;
- если $\varphi(A) \in v$, $\varphi(A \cup B) \in v$, то $\varphi(B) \in u$.

Если $u \in \mathcal{U}$, то всюду в дальнейшем через $\{u_n\} \subset \mathcal{U}$ будем обозначать такую последовательность окрестностей, что

$$u_1 = u \cap v(u), \quad u_{n+1} = u_n \cap v(u_n), \quad n \in \mathbb{N}. \quad (2)$$

ТЕОРЕМА 1. Пусть (T, η) – σ -топологическое пространство, Σ – некоторая алгебра подмножеств множества T , причем $\Sigma \supset \eta$, пусть $\mathcal{L}$ – класс всех замкнутых множеств, $\mathcal{F} \subset \mathcal{L}$ и классы множеств $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ η -отделимы. Пусть $\Phi = \{\varphi_n\}$ – последовательность слабо $\mathcal{F}$ -регулярных, равномерно s -внешних функций множества, заданных на алгебре $\Sigma \supset \eta$ и принимающих значения в отделимом равномерном пространстве (S, w) , причем для любого множества $H \in \eta$ последовательность $\{\varphi_n(H)\}$ фундаментальная. Если функции множества последовательности $\{\varphi_n\}$ равномерно исчерпывающие на системе открытых множеств η , то для любого множества $E \in \Sigma$ последовательность $\{\varphi_n(E)\}$ фундаментальная.

Доказательство теоремы 1 опирается на следующие леммы, которые формулируются в предположении, что выполнены условия теоремы.

ЛЕММА 1. 1. Если $\varphi \in \Phi$, то для любого открытого множества $H \in \eta$ и любой окрестности $u \in \mathcal{U}$, для которых $\tilde{\varphi}(H) \not\subset u$, существует открытое множество $A \in \eta$ такое, что $A \subset H$, $\varphi(A) \notin u_1$.

2. Если $\varphi \in \Phi$, то для любого множества $E \in \Sigma$ и любой окрестности $u \in \mathcal{U}$, для которых $\tilde{\varphi}(E) \not\subset u$, существует замкнутое множество $F \in \mathcal{F}$ такое, что $F \subset E$, $\varphi(F) \notin u_1$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1. Пусть множество $H \in \eta$ и окрестность $u \in \mathcal{U}$ такие, что $\tilde{\varphi}(H) \not\subset u$. Тогда существует множество $E \in \Sigma$, такое, что $E \subset H$, $\varphi(E) \notin u$. Так как функция φ слабо $\mathcal{F}$ -регулярная, то существует такое множество $C \in \mathcal{F}$, что $C \subset H \setminus E$, $\varphi((H \setminus E) \setminus C) \in u_1$.

Положим $A = H \setminus C$. Из (2) и равенства $A = (A \setminus E) \cup E$ следует, что множество A искомое.

Пункт 2 доказывается аналогично.

ЛЕММА 2. Для любой окрестности $u \in \mathcal{U}$ и любого множества $F \in \mathcal{L}$ существует такое открытое множество $H \in \eta$, что $F \subset H$, $\tilde{\varphi}(H \setminus F) \subset u$ для любой функции $\varphi \in \Phi$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим противное. Тогда существуют окрестность $u \in \mathcal{U}$ и множество $F_0 \in \mathcal{L}$ такие, что для любого открытого множества $H \supset F_0$ найдется такая функция $\varphi \in \Phi$, для которой $\tilde{\varphi}(H \setminus F_0) \not\subset u$.

По предположению существует такая функция $\varphi_{n_1} \in \Phi$, что $\tilde{\varphi}_{n_1}(T \setminus F_0) \not\subset u$.

В силу п. 2 леммы 1 существует такое множество $F_1 \in \mathcal{F}$, что

$$F_1 \subset T \setminus F_0, \quad \varphi_{n_1}(F_1) \notin u_1. \quad (3)$$

Так как классы множества $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ η -отделимы, то существуют такие открытые множества A'_1 и A'_2 , что

$$F_0 \subset A'_1, \quad F_1 \subset A'_2, \quad A'_1 \cap A'_2 = \emptyset. \quad (4)$$

В силу (3), (4) и п. 1 леммы 1 существует такое открытое множество $A_1 \subset A'_2$, что

$$\varphi_{n_1}(A_1) \notin u_2.$$

По предположению для открытого множества A'_1 существует такая функция $\varphi_{n_2} \in \Phi$, что

$$\tilde{\varphi}_{n_2}(A'_1 \setminus F_0) \not\subset u.$$

В силу п. 2 леммы 1 существует такое множество $F_2 \in \mathcal{F}$, что

$$F_2 \subset A'_1 \setminus F_0, \quad \varphi_{n_2}(F_2) \notin u_1. \quad (5)$$

Так как классы множеств $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ η -отделимы, то существуют такие открытые множества A''_1 и A''_2 , что

$$F_0 \subset A''_1 \subset A'_1, \quad F_2 \subset A''_2 \subset A'_1, \quad A''_1 \cap A''_2 = \emptyset. \quad (6)$$

В силу (5), (6) и п. 1 леммы 1 существует такое открытое множество $A_2 \subset A''_2$, что

$$\varphi_{n_2}(A_2) \notin u_2.$$

Продолжив процесс по индукции, построим спектр $\{A_k\}$ открытых множеств и подпоследовательность $\{\varphi_{n_k}\} \subset \Phi$, для которых

$$\varphi_{n_k}(A_k) \notin u_2, \quad k \in \mathbb{N},$$

что противоречит равномерной исчерпываемости на η функций множества последовательности $\{\varphi_n\}$.

ЛЕММА 3. Для любой окрестности $u \in \mathcal{U}$ и любого множества $E \in \Sigma$ существует такой конечный набор множеств $F_1, \dots, F_n$ из $\mathcal{F}$, что

$$F_i \subset E, \quad i = \overline{1, n}, \quad \tilde{\varphi}\left(E \setminus \bigcup_{i=1}^n F_i\right) \subset u$$

для любой функции $\varphi \in \Phi$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим противное. Тогда существуют окрестность $u \in \mathcal{U}$ и множество $E_0 \in \Sigma$ такие, что для любого конечного набора множеств $F_1, \dots, F_n \in \mathcal{F}$, $F_i \subset E_0$, $i = \overline{1, n}$, существует функция $\varphi \in \Phi$, для которой

$$\tilde{\varphi}\left(E_0 \setminus \bigcup_{i=1}^n F_i\right) \not\subset u.$$

По предположению существует такая функция $\varphi_{n_1} \in \Phi$, что

$$\tilde{\varphi}_{n_1}(E_0) \not\subset u.$$

В силу п. 2 леммы 1 существует такое множество $F_1 \in \mathcal{F}$, что

$$F_1 \subset E_0, \quad \varphi_{n_1}(F_1) \notin u_1.$$

По предположению существует функция $\varphi_{n_2} \in \Phi$, для которой

$$\tilde{\varphi}_{n_2}(E_0 \setminus F_1) \not\subset u.$$

В силу п. 2 леммы 1 найдется такое множество $F_2 \in \mathcal{F}$, что

$$F_2 \subset E_0 \setminus F_1, \quad \varphi_{n_2}(F_2) \notin u_1.$$

Продолжив процесс по индукции, построим спектр $\{F_k\} \subset \mathcal{F}$, $F_k \subset E_0$, $k \in \mathbb{N}$, и последовательность функций $\{\varphi_{n_k}\} \subset \Phi$ такие, что

$$\varphi_{n_k}(F_k) \notin u_1, \quad k \in \mathbb{N}. \quad (7)$$

Для окрестности $u_2 \in \mathcal{U}$ и спектра $\{F_n\} \subset \mathcal{F}$ построим последовательность множеств $\{V_n\} \subset \eta$ и спектр $\{d_n\} \subset \eta$ такие, что

$$F_n \subset V_n, \quad d_n \subset V_n, \quad (8)$$

$$\tilde{\varphi}(V_n \setminus d_n) \subset u_2, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (9)$$

для любой функции $\varphi \in \Phi$.

В силу леммы 2 для любого множества $F_n \in \mathcal{F}$, $n \in \mathbb{N}$, существует множество $H_n \in \eta$ такое, что

$$F_n \subset H_n, \quad \tilde{\varphi}(H_n \setminus F_n) \subset u_{n+2} \quad (10)$$

для любой функции $\varphi \in \Phi$.

Так как классы множеств $\mathcal{F}$ и $\mathcal{L}$ η -отделимы, то существуют такие множества $V_n \in \eta$ и $L_n \in \mathcal{L}$, что

$$F_n \subset V_n \subset L_n \subset H_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Положим

$$d_n = V_n \setminus \bigcup_{i=0}^{n-1} L_i, \quad n \in \mathbb{N}, \quad L_0 = \emptyset.$$

Из соотношения

$$V_n \setminus d_n \subset \bigcup_{i=1}^n (H_i \setminus F_i), \quad n \in \mathbb{N},$$

в силу (2) и (10) получаем

$$\tilde{\varphi}(V_n \setminus d_n) \subset u_2$$

для любой функции $\varphi \in \Phi$.

Из (7) и (8) следует, что

$$\tilde{\varphi}_{n_k}(V_k) \not\subset u_1, \quad k \in \mathbb{N}. \quad (11)$$

Из (9) и (11) следует, что

$$\tilde{\varphi}_{n_k}(d_k) \not\subset u_2, \quad k \in \mathbb{N}.$$

В силу п. 1 леммы 1 существуют открытые множества $A_k \subset d_k$, для которых

$$\varphi_{n_k}(A_k) \not\subset u_3, \quad k \in \mathbb{N},$$

что противоречит равномерной исчерываемости на η функций множества последовательности $\{\varphi_n\}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 1. Покажем сначала, что для любой окрестности $u \in \mathcal{U}$ и для любого множества $E \in \Sigma$ существует такое открытое множество $H \in \eta$, что

$$\tilde{\varphi}_n(E \Delta H) \subset u, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (12)$$

Пусть $u \in \mathcal{U}$, $E \in \Sigma$. По лемме 3 существует такое замкнутое множество $F \in \mathcal{L}$, что $F \subset E$ и

$$\tilde{\varphi}_n(E \setminus F) \subset u_1, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (13)$$

Согласно лемме 2 существует такое открытое множество $H \in \eta$, что $F \subset H$ и

$$\tilde{\varphi}_n(H \setminus F) \subset u_1, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (14)$$

Из (13) и (14) следует, что

$$\tilde{\varphi}_n(E \Delta H) \subset u, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Покажем теперь, что для любого множества $E \in \Sigma$ последовательность $\{\varphi_n(E)\}$ фундаментальная.

Возьмем из w произвольное окружение W , симметричное окружение W_1 такое, что $W_1 \circ W_1 \circ W_1 \subset W$, симметричное окружение W_2 такое, что $W_2 \circ W_2 \subset W_1$, и, наконец, окружение W_3 , которое находится для окружения W_2 из того условия, что функции множества последовательности $\{\varphi_n\}$ равномерно s -внешние.

Тогда в силу (12) для любого $E \in \Sigma$ существует такое открытое множество $H \in \eta$, что

$$\tilde{\varphi}_n(E \Delta H) \subset \{y \in S : (e, y) \in W_3\}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Отсюда следует, что $(\varphi_n(E), \varphi_n(E \cap H)) \in W_2$,

$$(\varphi_n(E \cap H), \varphi_n(H)) \in W_2, \quad (\varphi_n(E), \varphi_n(H)) \in W_1. \quad (15)$$

Так как последовательность $\{\varphi_n(H)\}$ фундаментальная, то существует номер n_0 такой, что для всех $m, n > n_0$

$$(\varphi_n(H), \varphi_m(H)) \in W_1.$$

Отсюда и из (15) получим, что для всех $m, n > n_0$

$$(\varphi_n(E), \varphi_m(E)) \in W,$$

что и требовалось доказать.

ТЕОРЕМА 2. Пусть (T, η) , Σ , $\mathcal{L}$ и $\mathcal{F}$ – те же, что и в теореме 1. Пусть (S, w) – отделимое равномерное пространство; $\varphi_n: \Sigma \rightarrow (S, w)$, $n \in \mathbb{N}$, – слабо $\mathcal{F}$ -регулярные, равномерно s -внешние функции множества, каждая из которых исчерпывающая на η . Пусть $\varphi_0: \Sigma \rightarrow S$ – исчерпывающая на η функция множества, причем для любого множества $H \in \eta$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(H) = \varphi_0(H). \quad (16)$$

Тогда для любого множества $E \in \Sigma$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(E) = \varphi_0(E).$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В силу теоремы 1 достаточно показать, что функции множества последовательности $\{\varphi_n\}$ равномерно исчерпывающие на η . Предположим противное. Тогда существуют окрестность $u \in \mathcal{U}$ и спектр $\{H_n\} \subset \eta$, для которых

$$\varphi_n(H_n) \notin u, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (17)$$

Так как функция множества φ_0 исчерпывающая на η , то существует подспектр $\{H_{n_i}\} \subset \{H_n\}$, такой, что

$$\tilde{\varphi}_0\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} H_{n_i}\right) \in u_2.$$

Без ограничения общности можно считать, что

$$\tilde{\varphi}_0\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} H_n\right) \in u_2. \quad (18)$$

Пусть $n_1 = 1$. В силу (16) и (18) существует такой номер $n_2 > n_1$, что $\varphi_{n_2}(H_{n_1}) \in u_2$. Аналогично найдем номер $n_3 > n_2$ такой, что

$$\{\varphi_{n_3}(H_{n_1}), \varphi_{n_3}(H_{n_2}), \varphi_{n_3}(H_{n_1} \cup H_{n_2})\} \subset u_2.$$

Продолжив процесс по индукции, построим такую последовательность номеров $\{n_k\}$, что

$$\left\{ \varphi_{n_k} \left(\bigcup_{i \in J} H_{n_i} \right), J \subset \overline{1, k-1} \right\} \subset u_2, \quad k = 2, 3, \dots$$

Без ограничения общности можно считать, что

$$\left\{ \varphi_k \left(\bigcup_{i \in J} H_i \right), J \subset \overline{1, k-1} \right\} \subset u_2, \quad k = 2, 3, \dots \quad (19)$$

Из (2), (17) и (19) следует, что

$$\varphi_k \left(\left(\bigcup_{i \in J} H_i \right) \cup H_k \right) \notin u_1, \quad J \subset \overline{1, k-1}, \quad k = 2, 3, \dots \quad (20)$$

Так как функции множества φ_n , $n \in \mathbb{N}$, исчерпывающие на η , то существует подспектр $\{H_{k_i}\} \subset \{H_k\}$ такой, что

$$\tilde{\varphi}_{k_i}(H_{k_{i+1}} \cup H_{k_{i+2}} \cup \dots) \in u_2. \quad (21)$$

Из (20) следует, что

$$\varphi_{k_i}(H_{k_1} \cup \dots \cup H_{k_i}) \notin u_1, \quad i = 2, 3, \dots \quad (22)$$

Из (21) и (22) следует, что

$$\varphi_{k_i} \left(\bigcup_{i=1}^{\infty} H_{k_i} \right) \notin u_2, \quad i = 2, 3, \dots$$

А из (16) и (18) следует, что существует номер i_0 , такой, что для всех $i > i_0$ справедливо

$$\varphi_{k_i} \left(\bigcup_{i=1}^{\infty} H_{k_i} \right) \in u_2.$$

Полученное противоречие завершает доказательство теоремы.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Примерами равномерно s -внешних функций множества являются семейства k -внешних мер [5, с. 913], семейства квазилипшицевых функций множества [6, с. 26], семейства квазиаддитивных многозначных функций множества [7, с. 38].

Следовательно, для каждого из этих семейств функций множества справедливы результаты теорем 1 и 2.

Приведем два таких следствия.

Пусть G – топологическая абелева группа, $\mathcal{H}$ – фундаментальная система окрестностей нуля в G . Функция множества $\varphi: \Sigma \rightarrow G$ называется k -внешней мерой, $k \in \mathbb{N}$, если для любой окрестности $u \in \mathcal{H}$ и любых непересекающихся множеств $A, B \in \Sigma$ справедливо: если $\varphi(A) \in u$, то $\varphi(A \cup B) - \varphi(B) \in k \cdot u$, где $k \cdot u = \{\alpha_1 + \dots + \alpha_k, \alpha_i \in u, i = \overline{1, k}\}$.

СЛЕДСТВИЕ 1. Пусть (T, η) , Σ , $\mathcal{L}$ и $\mathcal{F}$ – те же, что в теореме 1, G – топологическая абелева группа, $\varphi_n: \Sigma \rightarrow G$, $n \in \mathbb{N}$, – последовательность k -внешних мер.

Если функции множества последовательности $\{\varphi_n\}$ слабо $\mathcal{F}$ -регулярные, равномерно исчерпывающие на η и для любого множества $H \in \eta$ последовательность $\{\varphi_n(H)\}$ фундаментальная, то для любого множества $E \in \Sigma$ последовательность $\{\varphi_n(E)\}$ фундаментальная.

СЛЕДСТВИЕ 2. Пусть (T, η) , Σ , $\mathcal{L}$ и $\mathcal{F}$ те же, что и в теореме 1, G – топологическая абелева группа, $\varphi_n: \Sigma \rightarrow G$, $n \in \mathbb{N}$, – последовательность слабо $\mathcal{F}$ -регулярных, аддитивных, исчерпывающих на η функций множества.

Если для любого множества $H \in \eta$ последовательность $\{\varphi_n(H)\}$ фундаментальная, то для любого множества $E \in \Sigma$ последовательность $\{\varphi_n(E)\}$ фундаментальная.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В силу [8, следствие 2.4] функции множества последовательности $\{\varphi_n\}$ равномерно исчерпывающие на η . Так как аддитивные функции множества являются равномерно s -внешними, то утверждение следствия вытекает из теоремы 1.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Очевидно, что следствие 2 останется справедливым, если вместо аддитивных, исчерпывающих на η функций множества $\varphi_n: \Sigma \rightarrow G$, $n \in \mathbb{N}$, рассматривать счетно аддитивные функции множества.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dieudonné J. Sur la convergence des suites de mesures de Radon // An. Acad. Brasil. Ciênc. 1951. V. 23. P. 21–38, 277–282.
- [2] Grothendieck A. Sur les applications linéaires faiblement compactes d'espaces du type $C(K)$ // Canad. J. Math. 1953. V. 51. P. 129–173.
- [3] Gänssler P. A convergence theorem for measures in regular Hausdorff spaces // Math. Scand. 1971. V. 29. P. 237–244.
- [4] Александров А. Д. Аддитивные функции множества в абстрактных пространствах // Матем. сб. 1941. Т. 9 (51). С. 563–628.
- [5] Саженков А. Н. Ограниченность векторных мер // Матем. заметки. 1979. Т. 25. № 6. С. 913–917.
- [6] Гусельников Н. С. О продолжении квазилипшицевых функций множества // Матем. заметки. 1975. Т. 17. № 1. С. 21–31.
- [7] Drewnowski L. Additive and countable additive correspondences // Roczn. Pol. Tow. Mat. Ser. I. 1976. V. 19. № 1. P. 25–54.
- [8] Lucia P., Morales P. Some consequences of the Brooks–Jeweff theorem for additive uniform semigroup-valued functions // Confer. Sem. Mat. Univ. Bari. 1988. V. 227. P. 1–23.