Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. А. Коняев, Сингулярно возмущенные задачи с двойной особенностью, *Матем. заметки*, 1997, том 62, выпуск 4, 494–501

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1632>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 07:13:22

УДК 517.977

СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫЕ ЗАДАЧИ С ДВОЙНОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ

Ю. А. Коняев

Рассмотрен класс сингулярно возмущенных начальных и краевых задач для систем линейных дифференциальных уравнений с особенностями различных типов. Построена асимптотика решений указанных задач, которая (в отличие от известного) содержит пограничные слои новых типов, зависящие не только от спектра предельного оператора.

Библиография: 5 названий.

Рассмотрены сингулярно возмущенные начальные и краевые задачи для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\varepsilon^{m_1}(\delta_0(x) + \varepsilon)^{m_2} \frac{dy}{dx} = A(x, \varepsilon)y + f(x), \quad m_j \geq 1, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

$$\delta_0(x) > 0, \quad x \in (0, 1), \quad \delta_0(0) = \delta_0(1) = 0, \quad \delta_0(x), f(x) \in C^{N+3}[0, 1], \quad (2)$$

с особенностями (при $\varepsilon = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$), где матричный ряд $A(x, \varepsilon) = \sum_0^\infty A_k(x)\varepsilon^k$ ($A_k(x) \in C^{N+1}[0, 1]$) сходится (например, в евклидовой норме) абсолютно и равномерно относительно $x \in [0, 1]$ при $|\varepsilon| < \varepsilon_0$, а матрица $A_0(x)$ имеет простой ненулевой стабильный спектр $\{\lambda_{0j}(x)\}_1^n$, т.е.

$$\lambda_{0j}(x) \neq \lambda_{0k}(x), \quad \lambda_{0j}(x) \neq 0, \quad j \neq k, \quad j, k = \overline{1, n}, \quad x \in [0, 1]. \quad (3)$$

В отличие от известных результатов [1]–[4], когда сингулярности решения (при наличии только одной особенности) определялись функциями вида

$$\exp\left(\varepsilon^{-m_1} \int_{x_j}^x \lambda_j(t) dt\right),$$

$$\operatorname{Re} \int_{x_j}^x \lambda_j(t) dt \leq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad x \in [0, 1], \quad m_1 \geq 1, \quad m_2 = 0,$$

или

$$\left(1 + \frac{x}{\varepsilon}\right)^{\lambda_j(0)}, \quad \operatorname{Re} \lambda_j(0) \leq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad m_1 = 0, \quad m_2 = 1, \quad \delta_0(x) = x, \quad x \in [0, 1],$$

а также

$$\left(1 + \frac{x}{\varepsilon}\right)^{\lambda_{1j}(0)} \exp\left(\frac{\lambda_{0j}(0)x}{\varepsilon(x+\varepsilon)}\right),$$

$$x \in [0, 1], \quad \operatorname{Re} \lambda_{kj}(0) \leq 0, \quad k = 0, 1, \quad j = \overline{1, n}, \quad m_1 = 0, \quad m_2 = 2, \quad \delta_0(x) = x.$$

В настоящей работе с помощью метода специальных матричных преобразований [3]–[5] показано, что асимптотика решений задач с двойной особенностью (даже в простейшем случае $m_1 = m_2 = 1$) может содержать погранслои более сложного вида, структура которых определяется не только спектром предельного оператора $A_0(x)$. Для удобства дальнейшего изложения для произвольной квадратной матрицы $A = \{a_{jk}\}_1^n$ введем специальные обозначения ее “диагональной” $\overline{A}$ и “бездиагональной” $\overline{\overline{A}}$ частей:

$$\overline{A} = \operatorname{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}, \quad \overline{\overline{A}} = A - \overline{A}.$$

ТЕОРЕМА 1. Если спектр $\{\lambda_{0j}(x)\}_1^n$ матрицы $A_0(x)$ удовлетворяет неравенствам (3), причем

$$\operatorname{Re} \lambda_{0j}(x) < 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad x \in [0, 1],$$

то начальная задача при выполнении условий (2)

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dy}{dx} = A(x, \varepsilon)y + f(x), \quad y(0, \varepsilon) = \alpha, \quad \delta(x, \varepsilon) \equiv \delta_0(x) + \varepsilon, \quad (4)$$

имеет единственное ограниченное при $\varepsilon \rightarrow +0$ решение $y(x, \varepsilon)$, асимптотическое разложение которого при достаточно малых $\varepsilon > 0$ может быть представлено в виде

$$y(x, \varepsilon) \sim Y_{(N)}(x, \varepsilon)$$

$$= S_0(x)H_{(N)}(x, \varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \Lambda_{(N)}(t, \varepsilon) dt\right) C(\varepsilon) + w_{(N)}(x, \varepsilon),$$

где $S_0^{-1}(x)A_0(x)S_0(x) = \Lambda_0(x) = \operatorname{diag}\{\lambda_{01}(x), \dots, \lambda_{0n}(x)\}$, а матрицы

$$H_{(N)}(x, \varepsilon) = E + \sum_1^N H_k(x)\varepsilon^k \quad \text{и} \quad \Lambda_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_0^N \Lambda_k(x)\varepsilon^k$$

однозначно определяются в ходе доказательства. При этом справедлива оценка

$$\|y(x, \varepsilon) - Y_{(N)}(x, \varepsilon)\| \leq K\varepsilon^{N+1}, \quad (5)$$

где постоянная K не зависит от ε .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Преобразование сдвига $y = v(x, \varepsilon) + w_{(N)}(x, \varepsilon)$, где функция

$$w_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_0^N w_k(x) \varepsilon^k$$

однозначно определяется при ее непосредственной подстановке в систему (4) без учета начальных условий, позволяет для функции $v(x, \varepsilon)$ записать почти однородную начальную задачу

$$\begin{aligned} \varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dv}{dx} &= A(x, \varepsilon)v + \varepsilon^{N+1}b_1(x, \varepsilon), \\ v(0, \varepsilon) &= \alpha - w_{(N)}(0, \varepsilon) \equiv \beta(\varepsilon), \quad \|b_1(x, \varepsilon)\| \leq k_1, \end{aligned}$$

которая после невырожденной замены $v = S_0(x)z$ приводится к виду

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dz}{dx} = B(x, \varepsilon)z + \varepsilon^{N+1}b_2(x, \varepsilon), \quad \|b_2(x, \varepsilon)\| \leq k_2, \quad z(0, \varepsilon) = \nu(\varepsilon), \quad (6)$$

где

$$B(x, \varepsilon) = S_0^{-1}(x) \left(A(x, \varepsilon)S_0(x) - \varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dS_0}{dx} \right) = \Lambda_0(x) + \varepsilon U(x, \varepsilon), \quad \|U(x, \varepsilon)\| \leq k.$$

Перейдем от задачи (6) к эквивалентному интегральному уравнению

$$z = \Phi_0(x, \varepsilon) \left(C(\varepsilon) + \int_0^x \Phi^{-1}(t, \varepsilon) \delta^{-1}(t, \varepsilon) (U(t, \varepsilon)z + \varepsilon^N b_2(t, \varepsilon)) dt \right),$$

где

$$\Phi_0(x, \varepsilon) = \exp \left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \Lambda_0(t) dt \right).$$

При этом, учитывая неравенств

$$\begin{aligned} & \left| \exp \left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda(t) dt \right) \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) f(t) \exp \left(\frac{-1}{\varepsilon} \int_0^t \delta^{-1}(s, \varepsilon) \lambda(s) ds \right) dt \right| \\ & \leq \varepsilon \max_{[0,1]} \left| \frac{f(x)}{\lambda(x)} \right| \cdot \left| \exp \left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda(t) dt \right) \int_0^x d \left(\exp \left(\frac{-1}{\varepsilon} \int_0^t \delta^{-1}(s, \varepsilon) \lambda(s) ds \right) \right) \right| \\ & \leq \varepsilon k_0 \left| 1 - \exp \left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda(t) dt \right) \right| \leq \varepsilon k_{01}, \end{aligned} \quad (7)$$

имеем оценки

$$\begin{aligned} \|z(x, \varepsilon)\| &\leq a_0 + \varepsilon a_1 \max_{[0,1]} |z(x, \varepsilon)| + \varepsilon^N a_2, \quad x \in [0, 1], \\ \max_{[0,1]} \|z(x, \varepsilon)\| &\leq \frac{a_0 + \varepsilon^N a_2}{1 - \varepsilon a_1} \leq a_3, \quad 0 < \varepsilon < \varepsilon_0, \end{aligned} \quad (8)$$

что и доказывает существование единственного и ограниченного при $\varepsilon \rightarrow +0$ решения начальной задачи (4).

Покажем далее, что формальное решение однородной ($b_2 \equiv 0$) задачи (6) может быть записано в виде

$$p(x, \varepsilon) = H(x, \varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \Lambda(t, \varepsilon) dt\right) C(\varepsilon). \quad (9)$$

Подставив (9) в (6), получим уравнение

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dH}{dx} = B(x, \varepsilon)H - H\Lambda \quad (10)$$

для определения матричных функций

$$H(x, \varepsilon) = E + \sum_1^\infty \bar{H}_k(x) \varepsilon^k, \quad \Lambda(x, \varepsilon) = \sum_0^\infty \Lambda_k(x) \varepsilon^k.$$

Действительно, приравнявая в выражении (10) коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим простые алгебраические уравнения для однозначного определения всех матриц $\bar{H}_k(x)$ и $\Lambda_k(x)$, $k \geq 1$ (аргументы опущены):

$$\begin{aligned} \Lambda_0 \bar{H}_k - \bar{H}_k \Lambda_0 &= \Lambda_k - P_k, \quad k \geq 1, \quad P_1 = B_1, \\ P_2 &= B_2 + B_1 \bar{H}_1 - \bar{H}_1 \Lambda_1 - \delta_0 \frac{d\bar{H}_1}{dx}, \\ P_k &= B_k + \sum_{j=1}^{k-1} (B_j \bar{H}_{k-j} - \bar{H}_{k-j} \Lambda_j) - \delta_0 \frac{d\bar{H}_{k-1}}{dx} - \frac{d\bar{H}_{k-2}}{dx}, \quad k \geq 3, \\ \Lambda_k &= \bar{P}_k, \quad \Lambda_0 \bar{H}_k - \bar{H}_k \Lambda_0 = -\bar{P}_k, \quad \bar{H}_k = \bar{H}_k(\bar{P}_k), \end{aligned}$$

при этом частичные суммы

$$H_{(N)}(x, \varepsilon) = E + \sum_1^N \bar{H}_k(x) \varepsilon^k, \quad \Lambda_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_0^\infty \Lambda_k(x) \varepsilon^k$$

удовлетворяют уравнению (10) с точностью до $O(\varepsilon^{N+1})$, т.е.

$$\begin{aligned} \varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dH_{(N)}}{dx} &= B(x, \varepsilon)H_{(N)} - H_{(N)}\Lambda_{(N)} + \varepsilon^{N+1}G(x, \varepsilon), \\ \|G(x, \varepsilon)\| &\leq C, \quad x \in [0, 1], \quad 0 < \varepsilon < \varepsilon_0. \end{aligned} \quad (11)$$

После умножения соотношения (11) справа на вектор

$$\exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \Lambda_{(N)}(t, \varepsilon) dt\right) C_1(\varepsilon)$$

мы получим задачу

$$\begin{aligned} \varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dp_{(N)}}{dx} &= B(x, \varepsilon)p_{(N)} + \varepsilon^{N+1}b_3(x, \varepsilon), \\ p_{(N)}(0, \varepsilon) &= \nu(\varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}), \quad \|b_3(x, \varepsilon)\| \leq k_3, \end{aligned}$$

для усеченного вектора

$$p_{(N)}(x, \varepsilon) = H_{(N)}(x, \varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \Lambda_{(N)}(t, \varepsilon) dt\right) C_1(\varepsilon).$$

Отметим далее, что для доказательства оценки (5) достаточно доказать аналогичную оценку для решения $z(x, \varepsilon)$ задачи (6). Представим это решение в виде $z(x, \varepsilon) = p_{(N)}(x, \varepsilon) + \varepsilon^{N+1} q(x, \varepsilon)$, при этом функция $q(x, \varepsilon)$ будет удовлетворять задаче

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dq}{dx} = B(x, \varepsilon) q + b_4(x, \varepsilon), \quad q(0, \varepsilon) = \rho(\varepsilon), \quad \|b_4(x, \varepsilon)\| \leq k_4,$$

аналогичной исходной задаче (4), имеющей ограниченное решение при достаточно малых $\varepsilon > 0$. Это доказывает справедливость оценки (5), завершая, тем самым, доказательство теоремы 1.

ТЕОРЕМА 2. *Рассмотрим сингулярно возмущенную краевую задачу с двойной особенностью:*

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dy}{dx} = A(x, \varepsilon) y + f(x), \quad \sum_1^2 F_j y(x_j, \varepsilon) = \alpha, \quad (12)$$

$$x \in [0, 1], \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1.$$

Пусть выполнены условия (2), (3), спектр матрицы $A_0(x)$ удовлетворяет неравенствам

$$\operatorname{Re} \lambda_{0j}(x) < 0, \quad j = \overline{1, p}, \quad \operatorname{Re} \lambda_{0k} > 0, \quad k = \overline{p+1, n}, \quad x \in [0, 1],$$

и, кроме того, $\det T \neq 0$, где $T = (T_{11}, T_{22})$ – постоянная матрица, состоящая из блочных столбцов T_{11} и T_{22} (размера $n \times p$ и $n \times (n-p)$ соответственно) матриц $T_j = F_j S_0(x_j) = (T_{j1}, T_{j2})$, $j = 1, 2$.

Тогда краевая задача (12) имеет единственное и ограниченное при $\varepsilon \rightarrow +0$ решение $y(x, \varepsilon)$, асимптотическое разложение которого может быть представлено в виде

$$y(x, \varepsilon) \sim Y_{(N)}(x, \varepsilon) = S_0(x) H_{(N)}(x, \varepsilon) \Psi_{(N)}(x, \varepsilon) C(\varepsilon) + w_{(N)}(x, \varepsilon),$$

где $\Psi_{(N)}(x, \varepsilon) = \operatorname{diag}\{e^{\beta_1}, \dots, e^{\beta_n}\}$,

$$\beta_j = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \lambda_{j(N)}(t, \varepsilon) dt, \quad j = \overline{1, p}, \quad \beta_k = \frac{1}{\varepsilon} \int_1^x \lambda_{k(N)}(t, \varepsilon) dt, \quad k = \overline{p+1, n},$$

$$\Lambda_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_0^N \Lambda_k(x) \varepsilon^k = \operatorname{diag}\{\lambda_{1(N)}(x, \varepsilon), \dots, \lambda_{n(N)}(x, \varepsilon)\},$$

постоянный вектор $C(\varepsilon)$ однозначно определяется краевыми условиями, а матрицы

$$H_{(N)}(x, \varepsilon) = E + \sum_1^N \overline{H}_k(x) \varepsilon^k, \quad \Lambda_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_0^N \Lambda_k(x) \varepsilon^k$$

в ходе доказательства. При этом справедлива оценка вида (5).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Повторяя рассуждения теоремы 1, можно перейти от краевой задачи (12) к более простой задаче

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dz}{dx} = B(x, \varepsilon)z + \varepsilon^{N+1}b_2(x, \varepsilon), \quad \sum_1^2 T_j z(x_j, \varepsilon) = \beta(\varepsilon)$$

и, далее, к краевой задаче для усеченного вектора $p_{(N)}(x, \varepsilon)$:

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dp_{(N)}}{dx} = B(x, \varepsilon)p_{(N)} + \varepsilon^{N+1}b_3(x, \varepsilon), \quad \sum_1^2 T_j p_{(N)}(x_j, \varepsilon) = \beta(\varepsilon),$$

эквивалентной [3], [4] специальному интегральному уравнению

$$z = \Psi_0(x, \varepsilon)C(\varepsilon) + \sum_1^2 \Psi_{0q}(x, \varepsilon) \int_{x_q}^x \Psi_0^{-1}(t, \varepsilon) \delta^{-1}(t, \varepsilon) (U(t, \varepsilon)z + \varepsilon^N b_2(t, \varepsilon)) dt, \quad (13)$$

не требующему построения функции Грина, где

$$\begin{aligned} \Psi_0(x, \varepsilon) &= \text{diag}\{e^{\alpha_1}, \dots, e^{\alpha_n}\} = \sum_1^2 \Psi_{0q}(x, \varepsilon), \\ \alpha_j &= \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda_{0j}(t) dt, \quad j = \overline{1, p}, \quad \alpha_k = \frac{1}{\varepsilon} \int_1^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda_{0k}(t) dt, \quad k = \overline{p+1, n}, \\ \Psi_{01}(x, \varepsilon) &= \text{diag}\{e^{\alpha_1}, \dots, e^{\alpha_p}, 0, \dots, 0\}, \quad \Psi_{02}(x, \varepsilon) = \text{diag}\{0, \dots, 0, e^{\alpha_{p+1}}, \dots, e^{\alpha_n}\}. \end{aligned}$$

При этом с учетом соотношений (7) также имеет место неравенство вида (8), что и доказывает (при достаточно малых $\varepsilon > 0$) однозначную разрешимость уравнения (13) и исходной краевой задачи (12). Доказательство оценки вида (5) проводится аналогично предыдущему, что и завершает доказательство теоремы 2. Постоянный вектор $C(\varepsilon)$ однозначно определяется краевыми условиями

$$\begin{aligned} & \sum_1^2 F_j Y_{(N)}(x_j, \varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}) \\ &= \sum_1^2 T_j \left(E + \sum_1^N \overline{H}_k(x_j) \varepsilon^k \right) \Psi_{(N)}(x_j, \varepsilon) C(\varepsilon) + \sum_1^2 F_j w_{(N)}(x_j, \varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}) \\ &= (T + O(\varepsilon)) C(\varepsilon) + \sum_1^2 F_j w_{(N)}(x_j, \varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}) = \alpha. \end{aligned}$$

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Интегральное уравнение (13) следует из достаточно простого утверждения [3], [4], которое можно сформулировать следующим образом. Краевая задача в $\mathbb{R}^n$

$$\frac{dy}{dx} = A(x)y + f(x), \quad \sum_1^n F_j y(x_j) = \alpha, \quad a = x_1 < \dots < x_n = b,$$

где F_j – некоторые постоянные $n \times n$ -матрицы ($j = \overline{1, n}$), имеет при выполнении условия $\det F \neq 0$, где $F = \sum_1^n F_j \Phi(x_j)$, $\Phi(x)$ – фундаментальная матрица соответствующей однородной системы, единственное решение $y(x)$, которое может быть записано в виде

$$y = \Phi(x)C + \sum_1^n \Phi_j(x) \int_{x_j}^x \Phi^{-1}(t) f(t) dt,$$

$$\Phi(x) = \sum_1^n \Phi_q(x) = \{\varphi_{jk}(x)\}_1^n,$$

$$\Phi_1(x) = \begin{pmatrix} \varphi_{11}(x) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{n1}(x) & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \Phi_n(x) = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \varphi_{1n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \varphi_{nn}(x) \end{pmatrix},$$

здесь постоянный вектор C однозначно определяется краевыми условиями.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Теоремы 1 и 2 сохраняют справедливость и в критических случаях, когда собственные значения матрицы $A_0(x)$ могут касаться мнимой оси, например, когда спектр матрицы

$$\Lambda_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_0^N \Lambda_k(x) \varepsilon^k$$

удовлетворяет более слабым ограничениям вида

$$\operatorname{Re} \lambda_{j(N)}(x, \varepsilon) \leq -\varepsilon^{q_j} \sigma_0 < 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad 0 \leq q_j \leq N-1, \quad 0 < \varepsilon < \varepsilon_0, \quad x \in [0, 1],$$

для задачи Коши (4) или

$$\operatorname{Re} \lambda_{j(N)}(x, \varepsilon) \leq -\varepsilon^{q_j} \sigma_0 < 0, \quad j = \overline{1, p}, \quad x \in [0, 1],$$

$$\operatorname{Re} \lambda_{k(N)}(x, \varepsilon) \geq \varepsilon^{q_k} \sigma_0 > 0, \quad k = \overline{p+1, n}, \quad x \in [0, 1],$$

для краевой задачи (12), если учесть, что система (1) при $m_1 = m_2 = 1$ после невырожденной при достаточно малых ε замены $y = S_0(x)H_{(N)}(x, \varepsilon)v$ приводится к виду

$$\varepsilon \delta(x, \varepsilon) \frac{dv}{dx} = (\Lambda_{(N)}(x, \varepsilon) + \varepsilon^{N+1} Q(x, \varepsilon))v + \varepsilon^{N+1} b_4(x, \varepsilon),$$

$$\|Q(x, \varepsilon)\| \leq k, \quad \|b_4(x, \varepsilon)\| \leq k,$$

позволяя перейти (например, для краевой задачи (12)) к более простому интегральному уравнению

$$v = \Psi_{(N)}(x, \varepsilon)C(\varepsilon) + \sum_1^2 \Psi_{q(N)}(x, \varepsilon) \int_{x_q}^x \varepsilon^N \Psi_{(N)}^{-1}(t, \varepsilon) \delta^{-1}(t, \varepsilon) (Q(t, \varepsilon)v + b_4(t, \varepsilon)) dt,$$

где

$$\Psi_{(N)}(x, \varepsilon) = \sum_1^2 \Psi_{q(N)}(x, \varepsilon) = \text{diag}\{e^{\beta_1}, \dots, e^{\beta_n}\},$$

$$\Psi_{1(N)}(x, \varepsilon) = \text{diag}\{e^{\beta_1}, \dots, e^{\beta_p}, 0, \dots, 0\}, \quad \Psi_{2(N)}(x, \varepsilon) = \text{diag}\{0, \dots, 0, e^{\beta_{p+1}}, \dots, e^{\beta_n}\},$$

$$\beta_j = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda_{j(N)}(t, \varepsilon) dt, \quad j = \overline{1, p},$$

$$\beta_k = \frac{1}{\varepsilon} \int_1^x \delta^{-1}(t, \varepsilon) \lambda_{k(N)}(t, \varepsilon) dt, \quad k = \overline{p+1, n}.$$

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ломов С. А. Степенной погранслои в задачах с сингулярным возмущением // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1966. Т. 30. № 3. С. 525–572.
- [2] Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.
- [3] Коняев Ю. А. Исследование некоторых классов регулярных и сингулярных краевых задач // Матем. заметки. 1992. Т. 51. № 2. С. 149–151.
- [4] Коняев Ю. А. Об одном методе исследования многоточечных краевых задач // Сиб. матем. ж. 1992. Т. 33. № 6. С. 87–93.
- [5] Коняев Ю. А. Об одном методе исследования некоторых задач теории возмущений // Матем. сб. 1993. Т. 184. № 12. С. 133–144.

Московский энергетический институт

Поступило

09.03.95

Исправленный вариант

10.01.97