Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Черкашин, О точных деформациях пуассоновых модулей, *Матем. заметки*, 1996, том 59, выпуск 4, 633–637

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1758>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.130.99

26 апреля 2023 г., 06:03:34

О ТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ ПУАССОНОВЫХ МОДУЛЕЙ

В. П. Черкашин

Известный факт состоит в том, что 2-коцикл задает, вообще говоря, лишь инфинитезимальную деформацию алгебраической структуры: определяющие тождества гарантированы только по модулю второго порядка. Для разложимых в тензорное произведение пуассоновых алгебр в [1] был сконструирован 2-коцикл, деформация при помощи которого является точной, т.е. деформированный коммутатор удовлетворяет тождеству Якоби modulo 0. Иными словами, найденный 2-коцикл есть решение уравнения деформаций [2].

В этой заметке построены двухпараметрические семейства точных деформаций (согласованные лиевы структуры, ср. [3, с. 32]) тензорных произведений пуассоновых модулей [1], [4], их гомотопий и частных, сопровождающие соответствующие деформации пуассоновых алгебр.

Основное кольцо обозначим K .

1. Комплекс модульных коцепей. Пусть $\mathfrak{g}$ – K -алгебра Ли, $\mathfrak{M}$ – $\mathfrak{g}$ -модуль, $(C^\bullet(\mathfrak{g}; \mathfrak{g}), \delta)$ – комплекс коцепей алгебры $\mathfrak{g}$ со значениями в $\mathfrak{g}$, $C_{\mathfrak{M}}^0(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) := \mathfrak{M}$, при $p \geq 1$ $C_{\mathfrak{M}}^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) := K$ -модуль полилинейных отображений $\mathfrak{g}^{\times(p-1)} \times \mathfrak{M} \rightarrow \mathfrak{M}$, $(x_1, \dots, x_{p-1}, m) \mapsto \psi(x_1, \dots, x_{p-1}; m) \in \mathfrak{M}$, $x_1, \dots, x_{p-1} \in \mathfrak{g}$, $m \in \mathfrak{M}$, ко-симметрических по $x_1, \dots, x_{p-1}$, $C^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) := C^p(\mathfrak{g}; \mathfrak{g}) \oplus C_{\mathfrak{M}}^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M})$, $p \geq 0$, $C^\bullet(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) := \bigoplus_{p \geq 0} C^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M})$ (ср. [2, § 10]),

$$\begin{aligned} \Delta(\varphi, \psi) &:= (\delta_{\mathfrak{g}}(\varphi, \psi), \delta_{\mathfrak{M}}(\varphi, \psi)), \quad \delta_{\mathfrak{g}}(\varphi, \psi) := \delta(\varphi), \\ \delta_{\mathfrak{M}}(\varphi, \psi)(x_1, \dots, x_p; m) &:= \sum_{1 \leq i \leq p} (-1)^{i+1} [x_i, \psi(x_1, \dots, \hat{x}_i, \dots, x_p; m)] + (-1)^{p+1} [\varphi(x_1, \dots, x_p), m] \\ &+ \sum_{1 \leq i < j \leq p} (-1)^{i+j} \psi([x_i, x_j], x_1, \dots, \hat{x}_i, \dots, \hat{x}_j, \dots, x_p; m) \\ &+ \sum_{1 \leq i \leq p} (-1)^i \psi(x_1, \dots, \hat{x}_i, \dots, x_p; [x_i, m]), \quad (\varphi, \psi) \in C^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}). \end{aligned}$$

(Здесь и далее, ради графической простоты, приходится использовать одни и те же квадратные скобки для коммутаторов и лиевых действий алгебр на модулях, но смысл при этом однозначно определен элементами, участвующими в композициях.)

ЗАМЕЧАНИЕ. В специальном случае, когда $\mathfrak{g}$ – коммутаторная алгебра $V^{(-)}$ [5, с. 181, 239] левосимметричной алгебры (алгебры Винберга) V [6, с. 322], $\mathfrak{M} = V$, $V^{(-)}$ действует на V левыми умножениями алгебры V , $\delta_{\mathfrak{M}}(\psi, \psi)$ совпадает с конструкцией кограницы для построенного в [7, с. 94] комплекса.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ. $\Delta \circ \Delta = 0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточно вычислить $\delta_{\mathfrak{M}}(\delta(\varphi), \delta_{\mathfrak{M}}(\varphi, \psi))$.

Пусть $\mathfrak{g}$ – пуассонова K -алгебра, $\mathfrak{M}$ – $\mathfrak{g}$ -модуль, $C^0(\mathfrak{g}|\mathfrak{M})$, при $p \geq 1$ $D^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) := K$ -подмодуль в $C^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M})$, состоящий из таких (φ, ψ) , что φ – p -дифференцирование [8, с. 89] ассоциативной алгебры $\mathfrak{g}$, отображение $(x_1, \dots, x_{p-1}) \mapsto \psi(x_1, \dots, x_{p-1}; m)$ есть $(p-1)$ -дифференцирование ассоциативной алгебры $\mathfrak{g}$, а

отображение $m \mapsto \psi(x_1, \dots, x_{p-1}; m)$ есть дифференцирование модуля $\mathfrak{M}$ над дифференцированием $x \mapsto \varphi(x_1, \dots, x_{p-1}, x)$ [8, с. 201]:

$$\psi(x_1, \dots, x_{p-1}; x \cdot m) = \varphi(x_1, \dots, x_{p-1}, x) \cdot m + x \cdot \psi(x_1, \dots, x_{p-1}; m), \\ x_1, \dots, x_{p-1}, x \in \mathfrak{g}, \quad m \in \mathfrak{M}.$$

Положим $D^\bullet(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) := \bigoplus_{p \geq 0} D^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M})$.

ЛЕММА. Дифференциал Δ допускает ограничение на $D^\bullet(\mathfrak{g}|\mathfrak{M})$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Непосредственная проверка.

Коцепи, коциклы и т.д. комплекса $(D^\bullet(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}), \Delta)$ будем называть *модульными $(\mathfrak{g}, \mathfrak{M})$ -коцепями, -коциклами* и т.д.

2. Частные. Пусть A – коммутативная ассоциативная унитарная K -алгебра, M – унитарный A -модуль [9, с. 27], Q – мультипликативный подмоноид [10, с. 73] в алгебре A , $Q^{-1}A$ – K -алгебра частных, $Q^{-1}M$ – $Q^{-1}A$ -модуль частных, $\text{кан}_A: A \rightarrow Q^{-1}A$, $x \mapsto x/1$, $\text{кан}_M: M \rightarrow Q^{-1}M$, $m \mapsto m/1$ – канонические морфизмы [9, с. 49].

ЛЕММА. Пусть $p \in \mathbb{N}$, $\varphi: A^{\times p} \rightarrow M$ – p -дифференцирование, $\psi: A^{\times(p-1)} \times M \rightarrow M$ – $(p-1)$ -дифференцирование алгебры A , дифференцирование модуля M над дифференцированием $x \mapsto \varphi(x_1, \dots, x_{p-1}, x)$, $x_1, \dots, x_{p-1}, x \in A$. Тогда

- 1) существует и притом единственное p -дифференцирование $Q^{-1}\varphi: (Q^{-1}A)^{\times p} \rightarrow Q^{-1}M$ такое, что $Q^{-1}\varphi \circ \text{кан}_A^{\times p} = \text{кан}_M \circ \varphi$;
- 2) существует и притом единственное $(p-1)$ -дифференцирование алгебры $Q^{-1}A$, дифференцирование $Q^{-1}A$ -модуля $Q^{-1}M$ над дифференцированием

$$\frac{x^0}{x^1} \mapsto Q^{-1}\varphi\left(\frac{x^0}{x^1}, \dots, \frac{x^0}{x^1}, \frac{x^0}{x^1}\right), \\ x^0_1, \dots, x^0_{p-1}, x^0 \in A, \quad x^1_1, \dots, x^1_{p-1}, x^1 \in Q, \\ Q^{-1}\psi: (Q^{-1}A)^{\times(p-1)} \times Q^{-1}M \rightarrow Q^{-1}M$$

такое, что $Q^{-1}\psi \circ (\text{кан}_A^{\times(p-1)} \times \text{кан}_M) = \text{кан}_M \circ \psi$;

- 3) если φ, ψ кососимметричны, то и $Q^{-1}\varphi, Q^{-1}\psi$ кососимметричны.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Если отображение $Q^{-1}\varphi$ существует, то оно определено однозначно:

$$Q^{-1}\varphi\left(\frac{x^0_1}{x^1_1}, \dots, \frac{x^0_p}{x^1_p}\right) = \sum_{(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p)} (-1)^{\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_p} x^{1+\varepsilon_1}_1 \dots x^{1+\varepsilon_p}_p \cdot \frac{\varphi(x^{\varepsilon_1}_1, \dots, x^{\varepsilon_p}_p)}{(x^1_1 \dots x^1_p)^2},$$

где $x^0_1, \dots, x^0_p \in A$, $x^1_1, \dots, x^1_p \in Q$, суммирование – по всем $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p) \in (\mathbb{Z}/\mathbb{Z} \cdot 2)^{\times p}$, а проверка показывает, что эта композиция не зависит от выбора

представителей классов дробей и корректно определяет искомое отображение. Аналогично,

$$Q^{-1}\psi\left(\frac{x_1^0}{x_1^1}, \dots, \frac{x_{p-1}^0}{x_{p-1}^1}; \frac{m}{x_p^1}\right) = \sum_{(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{p-1})} (-1)^{\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_{p-1}} x_1^{1+\varepsilon_1} \dots x_{p-1}^{1+\varepsilon_{p-1}} \cdot \frac{x_p^1 \cdot \psi(x_1^{\varepsilon_1}, \dots, x_{p-1}^{\varepsilon_{p-1}}; m) - \varphi(x_1^{\varepsilon_1}, \dots, x_{p-1}^{\varepsilon_{p-1}}, x_p^1) \cdot m}{(x_1^1 \dots x_p^1)^2}, \quad m \in M.$$

Пусть $\mathfrak{g}$ – пуассонова K -алгебра, Q – мультипликативный подмодуль в ассоциативной алгебре $\mathfrak{g}$. Тогда ассоциативная K -алгебра $Q^{-1}\mathfrak{g}$ имеет и притом единственную структуру пуассоновой алгебры такую, что $[x/1, y/1] = [x, y]/1$, $x, y \in \mathfrak{g}$ [11].

Пусть $\mathfrak{M}$ – пуассонов $\mathfrak{g}$ -модуль, $D^\bullet(\mathfrak{g}; \mathfrak{M})$ – комплекс коцепей алгебры $\mathfrak{g}$ со значениями в $\mathfrak{M}$ [1], [4].

ТЕОРЕМА. *Модуль $Q^{-1}\mathfrak{M}$ над ассоциативной алгеброй $Q^{-1}\mathfrak{g}$ имеет и притом единственную структуру модуля над пуассоновой алгеброй $Q^{-1}\mathfrak{g}$ такую, что $[x/1, m/1] = [x, m]/1$, $x \in \mathfrak{g}$, $m \in \mathfrak{M}$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В силу предыдущей леммы

$$\left[\frac{x}{q}, \frac{m}{r}\right] = \frac{qr \cdot [x, m] - q[x, r] \cdot m - xr \cdot [q, m] + x[q, r] \cdot m}{q^2 r^2},$$

$$x \in \mathfrak{g}, \quad q, r \in Q, \quad m \in \mathfrak{M}.$$

Рутинное вычисление обнаруживает, что эта композиция является левым действием пуассоновой алгебры $Q^{-1}\mathfrak{g}$ на $Q^{-1}\mathfrak{M}$.

ТЕОРЕМА. 1) *Прямая сумма отображений*

$$D^p(\mathfrak{g}; \mathfrak{M}) \ni \varphi \mapsto Q^{-1}\varphi \in D^p(Q^{-1}\mathfrak{g}; Q^{-1}\mathfrak{M}), \quad p \geq 0,$$

есть морфизм комплексов.

2) *Прямая сумма отображений*

$$D^p(\mathfrak{g}|\mathfrak{M}) \ni (\varphi, \psi) \mapsto (Q^{-1}\varphi, Q^{-1}\psi) \in D^p(Q^{-1}\mathfrak{g}|Q^{-1}\mathfrak{M}), \quad p \geq 0,$$

есть морфизм комплексов.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Вычисления показывают, что отображения $\varphi \mapsto Q^{-1}\varphi$ и $(\varphi, \psi) \mapsto (Q^{-1}\varphi, Q^{-1}\psi)$ перестановочны с дифференциалами.

3. Гомотопии. Пусть $\mathfrak{g}$ – пуассонова K -алгебра, $\text{hmt}(\mathfrak{g})$ – алгебра гомотопий алгебры $\mathfrak{g}$ [12], $\mathfrak{M}$ – $\mathfrak{g}$ -модуль. Обозначим $\text{hmt}(\mathfrak{g}; \mathfrak{M})$ множество элементов $t \in \text{hmt}(\mathfrak{g})$, для которых выполнено тождество $\text{cycl}_{(x, y, t)}[x, y] \cdot [t, m] = 0$, $x, y \in \mathfrak{g}$, $m \in \mathfrak{M}$. Имеют место очевидные включения $\text{cen}(\mathfrak{g}) \cap \text{cen}_{\mathfrak{g}}(\mathfrak{M}) \leq \text{hmt}(\mathfrak{g}; \mathfrak{M}) \leq \text{hmt}(\mathfrak{g}) \leq \mathfrak{g}$, где $\text{cen}(\mathfrak{g})$ – центр алгебры Ли $\mathfrak{g}$, $\text{cen}_{\mathfrak{g}}(\mathfrak{M})$ – централизатор модуля $\mathfrak{M}$ в алгебре Ли $\mathfrak{g}$. Пусть $\mathfrak{g}(t)$ – гомотопия алгебры $\mathfrak{g}$ при помощи элемента $t \in \text{hmt}(\mathfrak{g})$ [12].

ТЕОРЕМА. 1) *$\text{hmt}(\mathfrak{g}; \mathfrak{M})$ – ассоциативная подалгебра и левый идеал в пуассоновой алгебре $\mathfrak{g}$.*

2) *Для любого $t \in \text{hmt}(\mathfrak{g}; \mathfrak{M})$ модуль $\mathfrak{M}$ над ассоциативной алгеброй $\mathfrak{g}$ является модулем над пуассоновой алгеброй $\mathfrak{g}(t)$ относительно действия $(x, m) \mapsto t \cdot [x, m]$, $x \in \mathfrak{g}$, $m \in \mathfrak{M}$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1) Использовать тождество, аналогичное тому, которое применено в доказательстве предложения п. 1 [12].

2) Непосредственная проверка.

4. Деформации. Пусть $\mathfrak{g}$ и $\mathfrak{h}$ – пуассоновы K -алгебры, Q и R – мультипликативные подмодули в ассоциативных алгебрах $\mathfrak{g}$ и $\mathfrak{h}$ соответственно, $\mathfrak{M}$ – $\mathfrak{g}$ -модуль, $\mathfrak{N}$ – $\mathfrak{h}$ -модуль. Тензорные произведения пуассоновых алгебр и модулей над ними считаем наделенными каноническими пуассоновыми структурами [1].

Пусть $\theta: \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h} \rightarrow \mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ и $\lambda: \mathfrak{M} \otimes \mathfrak{h} \rightarrow \mathfrak{M} \otimes \mathfrak{h}$ – такие эндоморфизмы K -модулей, что θ – 2-дифференцирование пуассоновых алгебр [1, § 4], и для любых $x, y \in \mathfrak{g}$, $u, v \in \mathfrak{h}$, $m \in \mathfrak{M}$, выполнены следующие условия (*):

$$\begin{aligned} \lambda(x \cdot m \otimes u) &= \theta(x \otimes u) \cdot (m \otimes 1) + (x \otimes 1) \cdot \lambda(m \otimes u), \\ \lambda(m \otimes uv) &= (1 \otimes v) \cdot \lambda(m \otimes u) + (1 \otimes u) \cdot \lambda(m \otimes v), \\ \lambda([x, m] \otimes u) &= [\theta(x \otimes u), m \otimes 1] + [x \otimes 1, \lambda(m \otimes u)], \\ \lambda(m \otimes [u, v]) &= [1 \otimes u, \lambda(m \otimes v)] - [1 \otimes v, \lambda(m \otimes u)], \\ \theta((x \otimes 1)\theta(y \otimes u)) - (x \otimes 1)\theta(\theta(y \otimes u)) &= \\ &= \theta(\theta(x \otimes u)(y \otimes 1)) - \theta(\theta(x \otimes u))(y \otimes 1), \\ \theta((1 \otimes u)\theta(x \otimes v)) - (1 \otimes u)\theta(\theta(x \otimes v)) &= \\ &= \theta((1 \otimes v)\theta(x \otimes u)) - (1 \otimes v)\theta(\theta(x \otimes u)), \\ \lambda((x \otimes 1) \cdot \lambda(m \otimes u)) - (x \otimes 1) \cdot \lambda(\lambda(m \otimes u)) &= \\ &= \lambda(\theta(x \otimes u) \cdot (m \otimes 1)) - \theta(\theta(x \otimes u)) \cdot (m \otimes 1), \\ \lambda((1 \otimes u) \cdot \lambda(m \otimes v)) - (1 \otimes u) \cdot \lambda(\lambda(m \otimes v)) &= \\ &= \lambda((1 \otimes v) \cdot \lambda(m \otimes u)) - (1 \otimes v) \cdot \lambda(\lambda(m \otimes u)). \end{aligned}$$

ТЕОРЕМА. Если (ξ, μ) – модульный 1- $(\mathfrak{g}, \mathfrak{M})$ -коцикл, η – 1-коцикл алгебры $\mathfrak{h}$ со значениями в $\mathfrak{h}$, то $\theta_1 := \xi \otimes \eta$ и $\lambda_1 := \mu \otimes \eta$ удовлетворяют условиям (*).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Непосредственная проверка.

СЛЕДСТВИЕ. Эндоморфизмы $\theta_2 := Q^{-1}\xi \otimes R^{-1}\eta \in \text{end}_K(Q^{-1}\mathfrak{g} \otimes R^{-1}\mathfrak{h})$ и $\lambda_2 := Q^{-1}\mu \otimes R^{-1}\eta \in \text{end}_K(Q^{-1}\mathfrak{M} \otimes R^{-1}\mathfrak{h})$ удовлетворяют условиям (*).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Согласно второй теореме п. 2, отображения перехода к частным сохраняют коциклы.

ТЕОРЕМА. Пусть $a, b \in K$.

- 1) Ассоциативная алгебра $\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ с коммутатором $[x \otimes u, y \otimes v]_{(a,b)} := a[x \otimes u, y \otimes v] + b(\theta(x \otimes v)(y \otimes u) - (x \otimes v)\theta(y \otimes u))$ является пуассоновой алгеброй.
- 2) Если, кроме того, пуассонова алгебра $\mathfrak{h}$ тривиальна [1], $t \in \mathfrak{h}$, и $\text{суд}_{(x,y,z)}([x, y] \otimes 1)\theta(z \otimes t) = 0$ тождественно по $x, y, z \in \mathfrak{g}$, то ассоциативная алгебра $\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ с коммутатором $[x \otimes u, y \otimes v](t)_{(a,b)} := a[x, y] \otimes tuv + b(\theta(x \otimes v)(y \otimes u) - (x \otimes v)\theta(y \otimes u))$ является пуассоновой алгеброй.
- 3) Модуль $\mathfrak{M} \otimes \mathfrak{h}$ над ассоциативной алгеброй $\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ является модулем над пуассоновой алгеброй утверждения 1) относительно действия $[x \otimes u, m \otimes v]_{(a,b)} := a[x \otimes u, m \otimes v] + b(\theta(x \otimes v) \cdot (m \otimes v) - (x \otimes v) \cdot \lambda(m \otimes u))$.

- 4) Если выполнены условия утверждения 2) и, кроме того, $([x, y] \otimes 1) \cdot \lambda(m \otimes t) + \theta(x \otimes t) \cdot ([y, t] \otimes 1) - \theta(y \otimes t) \cdot ([x, t] \otimes 1) = 0$ тождественно по $x, y \in \mathfrak{g}, t \in \mathfrak{M}$, то модуль $\mathfrak{M} \otimes \mathfrak{h}$ над ассоциативной алгеброй $\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ является модулем над пуассоновой алгеброй утверждения 2) относительно действия $[x \otimes u, m \otimes v](t)_{(a,b)} := a[x, m] \otimes tv + b(\theta(x \otimes v) \cdot (m \otimes u) - (x \otimes v) \cdot \lambda(m \otimes u))$.
- 5) Пусть (ξ, μ) – модульный 1- $(\mathfrak{g}, \mathfrak{M})$ -коцикл, (η, ν) – модульный 1- $(\mathfrak{h}, \mathfrak{N})$ -коцикл, $\theta = \xi \otimes \eta$. Тогда модуль $\mathfrak{M} \otimes \mathfrak{N}$ над ассоциативной алгеброй $\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ является модулем над пуассоновой алгеброй утверждения 1) относительно действия $[x \otimes u, m \otimes n]_{(a,b)} := a[x \otimes u, m \otimes n] + b(\xi(x) \cdot m \otimes u \cdot \nu(n) - x \cdot \mu(m) \otimes \eta(u) \cdot n)$.
- 6) Если выполнены условия утверждений 2) и 5), $\mathfrak{N}$ – тривиальный $\mathfrak{h}$ -модуль и, кроме того, $[x, y] \cdot \mu(m) + \xi(x) \cdot [y, t] - \xi(y) \cdot [x, t] = 0$, то модуль $\mathfrak{M} \otimes \mathfrak{N}$ над ассоциативной алгеброй $\mathfrak{g} \otimes \mathfrak{h}$ является модулем над пуассоновой алгеброй утверждения 2) относительно действия $[x \otimes u, m \otimes n](t)_{(a,b)} := a[x, m] \otimes tu \cdot n + b(\xi(x) \cdot m \otimes u \cdot \nu(n) - x \cdot \mu(m) \otimes \eta(u) \cdot n)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1) Следствие теоремы [1, § 4]. 2)–6) Рутинные вычисления.

ЗАМЕЧАНИЯ. а) Каноническим пуассоновым структурам соответствует $(a, b) = (1, 0)$.

б) Дополнительные условия утверждений 2), 4) (для случая $\theta = \xi \otimes \eta$, $\lambda = \mu \otimes \eta$) и б) на $\theta, \lambda, \xi, \mu$ выполнены, если (ξ, μ) – модульная 1- $(\mathfrak{g}, \mathfrak{M})$ -кограница: $\xi(x) = [x, h]$, $\mu(m) = -[h, m]$ для некоторого $h \in \text{hmt}(\mathfrak{g}; \mathfrak{M})$.

в) Модульные 1- $(Q^{-1}\mathfrak{g}, Q^{-1}\mathfrak{M})$ -коцикл $(Q^{-1}\xi, Q^{-1}\mu)$ и 1- $(R^{-1}\mathfrak{h}, R^{-1}\mathfrak{N})$ -коцикл $(R^{-1}\eta, R^{-1}\nu)$ определяют деформацию модуля $Q^{-1}\mathfrak{M} \otimes R^{-1}\mathfrak{N}$ согласно 5), а если (ξ, ν) – модульная 1- $(\mathfrak{g}, \mathfrak{M})$ -кограница, то – и согласно 6), так как если $h \in \text{hmt}(\mathfrak{g}; \mathfrak{M})$, то $h/1 \in \text{hmt}(Q^{-1}\mathfrak{g}, Q^{-1}\mathfrak{M})$.

Москва

Поступило
01.08.95

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черкашин В. П. // Матем. заметки. 1993. Т. 54. № 3. С. 141–151.
2. Nijenhuis A., Richardson R. W. // J. Math. Mech. 1967. V. 17. № 1. P. 89–105.
3. Карасев М. В., Маслов В. П. Нелинейные скобки Пуассона. Геометрия и квантование. М.: Наука, 1991.
4. Krasil'shchik I. S. // Lect. Notes in Math. 1988. V. 1334. P. 79–110.
5. Шестаков И. П., Кузьмин Е. Н. // Итоги науки и техн. Соврем. пробл. матем. Фундамент. направления. Т. 57. М.: ВИНТИ, 1990. С. 179–266.
6. Трофимов В. В. Введение в геометрию многообразий с симметриями. М.: МГУ, 1989.
7. Nijenhuis A. // Nieuw Archief voor Wiskunde. 1969. D. 17. № 2. P. 87–108.
8. Виноградов А. М., Красильщик И. С., Лычагин В. В. Введение в геометрию нелинейных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1986.
9. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. М.: Мир, 1972.
10. Фейс К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т. 1. М.: Мир, 1977.
11. Berger R. // C. R. Acad. Sci. Paris. Sér. A. 1979. V. 289. № 11. P. 583–585.
12. Черкашин В. П. // УМН. 1995. Т. 50. № 2. С. 225–226.