Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Ф. Каморников, О некоторых свойствах тотально локальных формаций, *Матем. заметки*, 1996, том 60, выпуск 1, 24–29

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1800>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.183.62

26 апреля 2023 г., 11:13:39

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ТОТАЛЬНО ЛОКАЛЬНЫХ ФОРМАЦИЙ

С. Ф. Каморников

В работе рассматриваются только конечные группы. Все используемые здесь определения и обозначения стандартны, их можно найти в [1], [2]. Напомним лишь некоторые. Следуя [1], всякую формацию конечных групп будем называть 0-кратно локальной. Если формация $\mathfrak{F}$ обладает таким локальным экраном f , что для всех $p \in \pi(\mathfrak{F})$ формация $f(p)$ $(n-1)$ -кратно локальна, то $\mathfrak{F}$ называется n -кратно локальной. Наконец, формация $\mathfrak{F}$, n -кратно локальная для всех целых неотрицательных n , называется тотально локальной.

Если $\mathfrak{X}$ – некоторое множество групп, то наименьшая тотально локальная формация, содержащая $\mathfrak{X}$ (т.е. пересечение всех тотально локальных формаций, содержащих $\mathfrak{X}$), обозначается через $l_\infty \text{ form } \mathfrak{X}$ ($l_\infty \text{ form } G$, если $\mathfrak{X} = \{G\}$).

В настоящей работе описывается строение формации $l_\infty \text{ form } G$, где G – конечная неабелева простая группа. Полученное описание используется для решения двух задач, связанных с тотально локальными формациями. Одна из задач предложена автору профессором А. Н. Скибой. Она заключается в описании строения тотально локальной формации $\mathfrak{F}$, у которой каждая тотально локальная подформация замкнута относительно подгрупп. Эта задача решается в теоремах 2–4 настоящей работы. Отметим, что аналогичная задача для 0-кратно локальных формаций решена в [3], [4], а для n -кратно локальных формаций ($n \geq 1$) – в [5].

Как известно (см., например, [6]), всякое многообразие групп, не являющееся идемпотентом полугруппы многообразий, может быть представлено в виде произведения конечного числа неразложимых многообразий. В теореме 1 показывается, что аналогичное утверждение для полугруппы G_∞ тотально локальных формаций конечных групп неверно. Тем самым дается отрицательное решение проблемы 10.5 из [1].

В дальнейшем через $\mathfrak{S}$ обозначается класс всех разрешимых конечных групп, а через $\mathfrak{S}_\pi$ – класс всех разрешимых π -групп (π – некоторое непустое множество простых чисел). Группа G называется *моноклической*, если она обладает единственной минимальной нормальной подгруп-

пой (монолитом).

ЛЕММА 1. Пусть $\mathfrak{F}$ – некоторая формация. Тогда и только тогда $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$, когда $\mathfrak{F}$ обладает локальным экраном f таким, что $f(p) = \mathfrak{F}$ для всех $p \in \pi(\mathfrak{F})$ и $f(p) = \emptyset$ для всех $p \notin \pi(\mathfrak{F})$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть формация $\mathfrak{F}$ обладает таким локальным экраном f , что $f(p) = \mathfrak{F}$ для всех $p \in \pi(\mathfrak{F})$ и $f(p) = \emptyset$ для всех $p \notin \pi(\mathfrak{F})$. Покажем, что $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$. Включение $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$ очевидно. Предположим, что $\mathfrak{F} \subset \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$. Пусть G – группа наименьшего порядка из $\mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F} \setminus \mathfrak{F}$. Тогда G – монолитическая группа с монолитом $N = G^{\mathfrak{F}}$. Так как формация $\mathfrak{F}$ локальна, то $\Phi(G) = \{1\}$. Так как $G \in \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$, то N – абелева p -группа для некоторого $p \in \pi(\mathfrak{F})$. Поэтому $C_G(N) = N$. Отсюда имеем $G/G^{\mathfrak{F}} = G/C_G(N) \in f(p) = \mathfrak{F}$. Значит, подгруппа N f -центральна в G . А это противоречит тому, что $N = G^{\mathfrak{F}}$. Следовательно, $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$. Покажем, что $\mathfrak{F}$ обладает таким локальным экраном f , что $f(p) = \mathfrak{F}$ для всех $p \in \pi(\mathfrak{F})$ и $f(p) = \emptyset$ для всех $p \notin \pi(\mathfrak{F})$. Включение $\mathfrak{F} \subseteq \langle f \rangle$ очевидно. Допустим, что $\mathfrak{F} \subset \langle f \rangle$. Выберем в $\langle f \rangle \setminus \mathfrak{F}$ группу G наименьшего порядка. Тогда G будет монолитической группой с монолитом $N = G^{\mathfrak{F}}$. Если N – неабелева группа, то из $G \in \langle f \rangle$ имеем $G/C_G(N) \cong G \in f(N) \subseteq f(p) = \mathfrak{F}$ для любого $p \in \pi(N)$. Противоречие. Если N – абелева p -группа для некоторого $p \in \pi(\mathfrak{F})$, то из $G/N \in \mathfrak{F}$ и $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})}\mathfrak{F}$ имеем $G \in \mathfrak{F}$. Снова пришли к противоречию. Значит, $\mathfrak{F} = \langle f \rangle$. Лемма доказана.

Следующая лемма вытекает из [1, теорема 8.3].

ЛЕММА 2. Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторый класс групп. Тогда формация $\mathfrak{F} = l_{\infty} \text{ form } \mathfrak{X}$ обладает единственным минимальным тотально локальным экраном f , причем $f(p) = \emptyset$, если $p \in \pi'(\mathfrak{X})$, и $f(p) = l_{\infty} \text{ form } (A/F_p(A) \mid A \in \mathfrak{X})$ при всех $p \in \pi(\mathfrak{X})$.

ЛЕММА 3. Если A – простая неабелева группа, то

$$l_{\infty} \text{ form } A = \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Ввиду леммы 2 формация $\mathfrak{F} = l_{\infty} \text{ form } A$ обладает тотально локальным экраном f таким, что $f(p) = \emptyset$, если $p \in \pi'(A)$, и $f(p) = l_{\infty} \text{ form } A/F_p(A) = l_{\infty} \text{ form } A = \mathfrak{F}$ при всех $p \in \pi(A)$. Ввиду леммы 1 $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(A)}\mathfrak{F}$. Отсюда следует, что $\mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A \subseteq \mathfrak{F}$. Так как формация $\mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$ тотально локальна, то $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Значит, $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Лемма доказана.

ЛЕММА 4. Если A – простая неабелева группа, то $\mathfrak{S}_{\pi(A)}$ – единственная максимальная тотально локальная подформация $l_{\infty} \text{ form } A$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\mathfrak{M}$ – произвольная собственная тотально локальная подформация формации $\mathfrak{F} = l_\infty \text{ form } A$. Предположим, что $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{S}_{\pi(A)}$. Ввиду леммы 3 $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Поэтому $A \in \mathfrak{M}$. Ввиду леммы 3 $\mathfrak{M} = \mathfrak{F}$. Это противоречит выбору формации $\mathfrak{M}$. Таким образом, $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}_{\pi(A)}$. Лемма доказана.

Множество всех тотально локальных формаций конечных групп, рассматриваемое вместе с операцией произведения формаций, является полугруппой. Эта полугруппа обозначается через G_∞ . Элемент $\mathfrak{F}$ полугруппы G_∞ называется неразложимым, если равенство $\mathfrak{F} = \mathfrak{M}\mathfrak{H}$, где $\mathfrak{M}, \mathfrak{H} \in G_\infty$, возможно лишь в случае, когда один из множителей $\mathfrak{M}, \mathfrak{H}$ является единичной формацией.

ТЕОРЕМА 1. *Если A – простая неабелева группа, то формация $l_\infty \text{ form } A$ не допускает представления в виде произведения конечного числа неразложимых элементов из G_∞ .*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть A – простая неабелева группа. Допустим, что $\mathfrak{F} = l_\infty \text{ form } A = \mathfrak{M}_1 \mathfrak{M}_2 \cdots \mathfrak{M}_n$, где $\mathfrak{M}_i$ – неразложимая в G_∞ тотально локальная формация, $i = 1, 2, \dots, n$.

Очевидно, $\mathfrak{M}_n$ – подформация $\mathfrak{F}$. Пусть $\mathfrak{M}_n \subset \mathfrak{F}$. Тогда ввиду леммы 4 $\mathfrak{M}_n \subseteq \mathfrak{S}_{\pi(A)}$. Так как $A \in \mathfrak{F}$, то $A^{\mathfrak{M}_n} = A \in \mathfrak{M}_1 \cdots \mathfrak{M}_{n-1}$. Пусть Z_p – циклическая группа порядка p , $p \in \pi(\mathfrak{M}_n)$. Пусть K – база регулярно сплетения $\Gamma = A \wr Z_p$. Тогда $\Gamma = K \rtimes Z_p$. Так как $\mathfrak{M}_n \subseteq \mathfrak{S}_{\pi(A)}$, то $\Gamma^{\mathfrak{M}_n} = K$. Поэтому $\Gamma \in \mathfrak{M}_1 \cdots \mathfrak{M}_{n-1} \mathfrak{M}_n = \mathfrak{F}$. Но ввиду леммы 3 $\Gamma \in \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Пришли к противоречию со строением группы Γ . Значит, $\mathfrak{M}_n = \mathfrak{F}$ и $\mathfrak{F}$ – неразложимая в G_∞ формация. Но ввиду леммы 3 $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(\mathfrak{F})} \mathfrak{F}$. Противоречие с неразложимостью $\mathfrak{F}$. Теорема доказана.

Ввиду леммы 3 формация $l_\infty \text{ form } A$, где A – простая неабелева группа, не является идемпотентом полугруппы G_∞ . Поэтому теорема 1 дает отрицательный ответ на вопрос 10.5 из [1].

ЛЕММА 5. *Пусть A – некоторая группа. Если все тотально локальные подформации из $l_\infty \text{ form } A$ наследственны, то $A \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ – класс всех простых минимальных неразрешимых групп.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Применим индукцию по порядку группы A . Пусть $S(A)$ – разрешимый радикал A , т.е. наибольшая нормальная разрешимая подгруппа группы A .

Пусть $S(A) \neq \{1\}$. Так как $l_\infty \text{ form } A/S(A) \subseteq l_\infty \text{ form } A$, то для $A/S(A)$ все условия леммы выполняются. Поэтому по индукции $A/S(A) \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$. Отсюда имеем $A \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$.

Пусть $S(A) = \{1\}$. Пусть N – минимальная нормальная подгруппа группы A . По индукции $A/N \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$. Если в A найдется еще одна минимальная нормальная подгруппа L , то из $A/N \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$ и $A/L \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$ следует, что $A \cong A/N \cap L \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$. Противоречие.

Итак, A – монолитическая группа с неабелевым монолитом N . Пусть P – силовская p -подгруппа группы A . Допустим, что NP – собственная подгруппа A . Тогда по индукции $NP \in \mathfrak{S} \text{ form } \mathfrak{X}$. Если $S(NP) \neq \{1\}$, то $C_G(N) \neq \{1\}$, что противоречит монолитичности A . Значит, $S(NP) = \{1\}$. Тогда $NP \in \text{form } \mathfrak{X}$. Так как любая группа из $\text{form } \mathfrak{X}$ является прямым произведением групп, принадлежащих $\mathfrak{X}$, то $P \subseteq N$. Значит, $N = NP$. Таким образом, случай $|\pi(A/N)| > 1$ невозможен. Следовательно, найдется силовская p -подгруппа P из A , для которой $PN = A$. Отсюда следует, что A/N – p -группа.

Ввиду леммы 1 формация $\mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$ тотально локальна. Поэтому $l_\infty \text{ form } A \subseteq \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Ввиду [1, лемма 18.2] $\text{form } A/N$ – единственная максимальная подформация $\text{form } A$. Значит, $N \notin \text{form } A$. Так как по условию формация $l_\infty \text{ form } A$ наследственна, то $N \in l_\infty \text{ form } A$. Но тогда $N \in \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$, т.е. $N^{\text{form } A} \in \mathfrak{S}_{\pi(A)}$. Значит, $N \in \text{form } A$. Противоречие.

Остается рассмотреть случай $N = A$. Так как A монолитична, то A – простая неабелева группа. Ввиду леммы 3 $l_\infty \text{ form } A = \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Пусть B – неразрешимая подгруппа A . Так как $B \in \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$, то $B^{\text{form } A} \in \mathfrak{S}_{\pi(A)}$, а $B/B^{\text{form } A} \in \text{form } A$. Из строения $\text{form } A$ следует, что $B/B^{\text{form } A}$ – прямое произведение групп, изоморфных A . Но это невозможно, так как $|B| < |A|$. Значит, $B = B^{\text{form } A} \in \mathfrak{S}_{\pi(A)}$. Снова получили противоречие. Лемма доказана.

ЛЕММА 6. Если $G = MS(G)$, то $M \in l_\infty \text{ form } G$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $l(S(G)) = n$ – нильпотентная длина группы $S(G)$. Ввиду [1, лемма 8.10] $M \in l_n \text{ form } G$. Так как $l_n \text{ form } G \subseteq l_\infty \text{ form } G$, то $M \in l_\infty \text{ form } G$. Лемма доказана.

ЛЕММА 7. Пусть A – простая минимальная неразрешимая группа. Тогда формация $l_\infty \text{ form } A$ наследственна.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Ввиду леммы 3 $\mathfrak{F} = l_\infty \text{ form } A = \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$. Допустим, что лемма не верна. Выберем среди всех групп из $\mathfrak{F}$, обладающих подгруппами не входящими в $\mathfrak{F}$, группу G наименьшего порядка. Тогда G обладает максимальной подгруппой $M \notin \mathfrak{F}$. Пусть $S = S(G) \neq \{1\}$. По индукции $MS/S \cong M/M \cap S \in \mathfrak{F}$. Отсюда из $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi(A)} \text{ form } A$ имеем $M \in \mathfrak{F}$. Противоречие. Значит, $S = \{1\}$. Тогда $G = A_1 \times \dots \times A_n$, где $A_i \cong A$, $i = 1, 2, \dots, n$. По индукции $MA_i/A_i \in \mathfrak{F}$. Из изоморфизма $MA_i/A_i \cong M/M \cap A_i$ имеем $M/M \cap A_i \in \mathfrak{F}$. Так как $\mathfrak{F}$ – формация, то $M/(M \cap A_1) \cap \dots \cap (M \cap A_n) \in \mathfrak{F}$. Если $n > 1$, то $M \in \mathfrak{F}$, что противоречит выбору группы G . Значит, $G \cong A$. Так как A является минимальной неразрешимой группой, то $M \in \mathfrak{S}_{\pi(A)} \subseteq \mathfrak{F}$. Лемма доказана.

ЛЕММА 8. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс всех простых минимальных неразрешимых групп. Если $G \in \text{form } \mathfrak{X}$, то $\mathfrak{F} = l_\infty \text{ form } G$ – наследственная формация.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $j(G)$ – длина композиционного ряда группы G . Применим индукцию по $j(G)$. Если $j(G) = 1$, то утверждение леммы следует из леммы 7.

Так как $G \in \text{form } \mathfrak{X}$, то $G = A_1 \times \cdots \times A_n$, где A_i – простые минимальные неразрешимые группы. Пусть $\mathfrak{F}^S$ – максимальная S -замкнутая подформация $\mathfrak{F}$. Допустим, что $\mathfrak{F}^S \subset \mathfrak{F}$. Пусть Γ – группа наименьшего порядка из $\mathfrak{F} \setminus \mathfrak{F}^S$, L – минимальная нормальная подгруппа Γ . Из выбора Γ следует, что $\Gamma/L \in \mathfrak{F}^S$. Очевидно, в Γ есть максимальная подгруппа M , которая не принадлежит $\mathfrak{F}$. Ввиду леммы 6 $M \supseteq S(\Gamma)$. Отметим еще, что L – единственная минимальная нормальная подгруппа группы Γ .

Пусть $S(\Gamma) \neq \{1\}$. Тогда $L \subseteq S(\Gamma)$. Пусть $|L| = p^\alpha$, p – простое число из $\pi(\Gamma)$. Так как L – единственная минимальная нормальная подгруппа группы Γ , то $L \subseteq O_p(\Gamma) = F_p(\Gamma)$. По лемме 4.5 из [2] $\Gamma/O_p(\Gamma) \in f(p)$, где f – минимальный тотально локальный экран формации $\mathfrak{F}$. Пусть f_1 – максимальный внутренний локальный экран $\mathfrak{F}$. Пусть $p \in \pi(\mathfrak{F}) \setminus \sigma(\mathfrak{F})$, где $\sigma(\mathfrak{F}) = \{q \in \pi(\mathfrak{F}) \mid f_1(q) \neq \mathfrak{F}\}$. Тогда $f_1(p) = \mathfrak{F}$. Согласно [2, теорема 3.3] $f_1(p) = \mathfrak{N}_p f(p)$. Так как $\Gamma/L \in \mathfrak{F}^S$ и $O_p(\Gamma) \subseteq M$, то $M/O_p(\Gamma) \in \mathfrak{F} = \mathfrak{N}_p f(p)$. Значит, $M \in \mathfrak{N}_p f(p) = \mathfrak{F}$. Противоречие. Пусть теперь $p \in \sigma(\mathfrak{F})$. Тогда $f_1(p) = \mathfrak{N}_p f(p) \subset \mathfrak{F}$. Ввиду леммы 2 $f(p) = l_\infty \text{form } G/F_p(G)$. Из строения группы G и условия $\mathfrak{N}_p f(p) \subset \mathfrak{F}$ имеем $G/F_p(G) \in \text{form } \mathfrak{X}$ и $j(G/F_p(G)) < j(G)$. Ввиду предположения формация $f(p)$ наследственна. Поэтому из $\Gamma/O_p(\Gamma) \in f(p)$ следует $M/O_p(\Gamma) \in f(p)$. Тогда $M \in \mathfrak{N}_p f(p)$. Так как f – внутренний экран $\mathfrak{F}$, то $M \in \mathfrak{F}$. Противоречие.

Пусть теперь $S(\Gamma) = \{1\}$. Пусть $\mathfrak{X}_1$ – класс всех групп, изоморфных композиционным факторам группы G . Так как $\Gamma \in l_\infty \text{form } G \subseteq \mathfrak{S} \text{form } \mathfrak{X}_1$, то $\Gamma \in \text{form } \mathfrak{X}_1$. Тогда $\Gamma = B_1 \times B_2 \times \cdots \times B_k$, где $B_i \in \mathfrak{X}_1$, $i = 1, 2, \dots, k$. Очевидно, подгруппа M не содержит хотя бы одну из подгрупп B_i . Пусть для определенности $B_1 \not\subseteq M$. Обозначим $D = B_1 \cap M$.

Пусть $D \neq \{1\}$. Тогда из $N_\Gamma(D) \supseteq \langle M, B_2, \dots, B_k \rangle$ и максимальной M следует, что $B_2, \dots, B_k \subseteq M$. Ввиду тождества Дедекинда

$$(M \cap B_1)B_2 \cdots B_k = M \cap \Gamma = M.$$

Таким образом, $M = (M \cap B_1) \times (B_2 \cdots B_k)$. Так как $B_2, \dots, B_k \in \text{form } G$, то $B_2, \dots, B_k \in l_\infty \text{form } G$. Ввиду леммы 3 $l_\infty \text{form } B_1 = \mathfrak{S}_{\pi(B_1)} \text{form } B_1$. Поэтому $M \cap B_1 \in l_\infty \text{form } B_1 \subseteq l_\infty \text{form } G$. Значит, $M \in l_\infty \text{form } G$. Противоречие с выбором группы Γ .

Пусть $D = \{1\}$. Тогда $M \cong \Gamma/B_1 \cong B_2 \times \cdots \times B_k \in \text{form } \mathfrak{X}_1 \subseteq l_\infty \text{form } G$. Противоречие. Лемма доказана.

ЛЕММА 9. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс всех простых минимальных неразрешимых групп. Если $G \in \mathfrak{S} \text{form } \mathfrak{X}$, то формация $\mathfrak{F} = f_\infty \text{form } G$ наследственна.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Применим индукцию по нильпотентной длине разрешимого радикала группы G . Если $l(S(G)) = 0$, то $G \in \text{form } \mathfrak{X}$. В этом случае утверждение леммы следует из леммы 8. Пусть $l(S(G)) = n > 0$. Ввиду леммы 2 $f(p) = l_\infty \text{form } G/F_p(G)$, где f – минимальный тотально локальный экран $\mathfrak{F}$. Так как $F_p(G) \supseteq F(S(G))$ для любого $p \in \pi(G)$, то $l(S(G/F_p(G))) < l(S(G)) = n$. По индукции $f(p)$ – наследственная формация. По лемме 2.19 из [1] формация $l_\infty \text{form } G$ наследственна. Лемма доказана.

Объединяя леммы 5 и 9, получаем следующую теорему.

ТЕОРЕМА 2. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс всех простых минимальных неразрешимых групп. Тогда и только тогда все тотально локальные подформации из $l_\infty \text{form } G$ наследственны, когда $G \in \mathfrak{S} \text{form } \mathfrak{X}$.

Результат Томпсона [7] о простых минимальных неразрешимых группах позволяет сформулировать теорему 2 в следующем виде.

ТЕОРЕМА 3. Тогда и только тогда все тотально локальные подформации из $l_\infty \text{form } G$ наследственны, когда $G \in \mathfrak{S} \text{form } \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X} = \{\text{PSL}(2, 2^p), p \in \mathbb{P}; \text{PSL}(2, 3^p), p \in \mathbb{P}, p > 2; \text{PSL}(2, p), p > 3 \text{ и } p^2 + 1 \equiv 0 \pmod{5}; \text{Sz}(2^p), p \in \mathbb{P}, p > 2; \text{PSL}(3, 3)\}$.

Приведем еще одну формулировку теоремы 2.

ТЕОРЕМА 4. Пусть $\mathfrak{F}$ – тотально локальная формация. Тогда и только тогда все тотально локальные подформации из $\mathfrak{F}$ наследственны, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S} \text{form } \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ – класс всех простых минимальных неразрешимых групп.

Гомельский государственный университет
им. Ф. Скорины

Поступило
29.03.93

Исправленный вариант
17.01.94

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Шеметков Л. А., Скиба А. Н. Формации алгебраических систем. М.: Наука, 1989.
- [2] Шеметков Л. А. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978.
- [3] Neumann P. M. A note on formations of finite nilpotent groups // Bull. London Math. Soc. 1970. V. 2. № 1. P. 91.
- [4] Скиба А. Н. Характеризация конечных метанильпотентных групп // Матем. заметки. 1980. Т. 28. № 5. С. 345–351.
- [5] Скиба А. Н. Характеризация конечных разрешимых групп заданной нильпотентной длины // Вопросы алгебры. Вып. 3. Минск: Университетское, 1987. С. 21–31.
- [6] Нейман Х. Многообразия групп. М.: Мир, 1969.
- [7] Thompson J. G. Nonsolvable finite groups all of whose local subgroups are solvable // Bull. Amer. Math. Soc. 1968. V. 74. № 3. P. 383–437.