Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. В. Коваль, О свойствах бесконечномерного уравнения Риккати, возникающего в многофермионной задаче, *Матем. заметки*, 1996, том 60, выпуск 2, 298–299

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm1828>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.157.27.8

26 апреля 2023 г., 03:55:52

О СВОЙСТВАХ БЕСКОНЕЧНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ, ВОЗНИКАЮЩЕГО В МНОГОФЕРМИОННОЙ ЗАДАЧЕ

Г. В. Коваль

В работе [1] для асимптотики решения уравнения Вигнера для системы большого числа частиц предъявлено выражение (29), которое строится с помощью решения уравнения (28) типа бесконечномерного уравнения Риккати. Нахождение антисимметричных решений уравнения Шрёдингера в статье [2] сводится к решению уравнения Вигнера. В данном случае уравнение Риккати (28) работы [1] принимает в стационарном случае вид

$$\begin{aligned}
 & R(i_1, j_1; i_2, j_2)(\varepsilon_{i_1} - \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{i_2} - \varepsilon_{j_2}) + \frac{2}{N} V_{i_1 i_2 j_2 j_1} (n_{j_1} n_{j_2} - n_{i_1} n_{i_2}) \\
 & + \frac{2}{N} \sum_{k, l=1}^{\infty} (R(k, l; i_2, j_2) V_{i_1 l k j_1} (n_{j_1} n_l - n_{i_1} n_k) \\
 & + R(i_1, j_1; k, l) V_{i_2 l k j_2} (n_{j_2} n_l - n_{i_2} n_k)) \\
 & + \frac{2}{N} \sum_{k_1, l_1, k_2, l_2=1}^{\infty} R(i_1, j_1; k_1, l_1) R(k_2, l_2; i_2, j_2) V_{l_1 l_2 k_2 k_1} (n_{l_1} n_{l_2} - n_{k_1} n_{k_2}),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где N – число фермионов в системе, $\varepsilon_i \in \mathbb{R}$, $V_{i_1 i_2 j_2 j_1} = V_{i_2 i_1 j_1 j_2} = V_{j_1 j_2 i_2 i_1}^*$,

$$n_i = \begin{cases} 1, & 1 \leq i \leq N, \\ 0, & N < i. \end{cases}$$

Мы получили, что решение уравнения (1) может быть представлено следующим образом:

$$R(i_1, j_1; i_2, j_2) = n_{j_1} n_{j_2} A(i_1, j_1; i_2, j_2) + n_{i_1} n_{i_2} B(i_1, j_1; i_2, j_2) + n_{i_1} n_{j_2} C(i_1, j_1; i_2, j_2) + n_{j_1} n_{i_2} D(i_1, j_1; i_2, j_2). \quad (2)$$

При этом выполняются соотношения

$$\begin{aligned} A(i_1, j_1; i_2, j_2) &= A(i_2, j_2; i_1, j_1) = B^*(j_1, i_1; j_2, i_2), \\ C(i_1, j_1; i_2, j_2) &= D(i_2, j_2; i_1, j_1) = C^*(j_2, i_2; j_1, i_1), \end{aligned} \quad (3)$$

и $A(i_1, j_1; i_2, j_2)$ и $C(i_1, j_1; i_2, j_2)$ должны удовлетворять уравнениям

$$\begin{aligned} & A(i_1, j_1; i_2, j_2)(\varepsilon_{i_1} - \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{i_2} - \varepsilon_{j_2}) + \frac{2}{N} V_{i_1 i_2 j_2 j_1} \\ & + \frac{2}{N} \sum_{k, l=1}^{\infty} [V_{i_1 l k j_1} (n_l A(k, l; i_2, j_2) + n_l n_k C(k, l; i_2, j_2)) \\ & + V_{i_2 l k j_2} (n_l A(i_1, j_1; k, l) + n_k n_l C(k, l; i_1, j_1))] \\ & + \frac{2}{N} \sum_{k_1, l_1, k_2, l_2=1}^{\infty} V_{l_1 l_2 k_2 k_1} (n_{l_1} n_{l_2} - n_{k_1} n_{k_2}) (n_{l_1} A(i_1, j_1; k_1, l_1) \\ & + n_{k_1} C(k_1, l_1; i_1, j_1)) (n_{l_2} A(k_2, l_2; i_2, j_2) + n_{k_2} C(k_2, l_2; i_2, j_2)) = 0, \quad (4) \\ & C(i_1, j_1; i_2, j_2)(\varepsilon_{i_1} - \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{i_2} - \varepsilon_{j_2}) \\ & - \frac{2}{N} \sum_{k, l=1}^{\infty} [V_{i_1 l k j_1} (n_k C(k, l; i_2, j_2) + n_k n_l A(k, l; i_2, j_2)) \\ & - V_{i_2 l k j_2} (n_l C(i_1, j_1; k, l) + n_k n_l A^*(j_1, i_1; l, k))] \\ & + \frac{2}{N} \sum_{k_1, l_1, k_2, l_2=1}^{\infty} V_{l_1 l_2 k_2 k_1} (n_{l_1} n_{l_2} - n_{k_1} n_{k_2}) (n_{k_1} A^*(j_1, i_1; l_1, k_1) \\ & + n_{l_1} C(i_1, j_1; k_1, l_1)) (n_{l_2} A(k_2, l_2; i_2, j_2) + n_{k_2} C(k_2, l_2; i_2, j_2)) = 0. \end{aligned}$$

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
10.06.96

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maslov V. P., Shvedov O. Yu. // Russian J. Math. Phys. 1995. V. 3. № 1. P. 65–80. 2. Maslov V. P. // Russian J. Math. Phys. 1996.