Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Т. А. Береговая, А. М. Себельдин, Определяемость вполне разложимых абелевых групп без кручения группами гомоморфизмов, *Матем. заметки*, 2003, том 73, выпуск 5, 643–648

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm212>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.92.164.108

26 апреля 2023 г., 13:59:09

УДК 512.541

ОПРЕДЕЛЯЕМОСТЬ ВПОЛНЕ РАЗЛОЖИМЫХ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ ГРУППАМИ ГОМОМОРФИЗМОВ

Т. А. Береговая, А. М. Себельдин

Пусть C – абелева группа. Абелева группа A из некоторого класса $\mathcal{X}$ абелевых групп C - H -определяется в классе $\mathcal{X}$, если для всякой группы $B \in \mathcal{X}$ из изоморфизма $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$ следует изоморфизм $A \cong B$. Если каждая группа из $\mathcal{X}$ C - H -определяется в $\mathcal{X}$, то класс $\mathcal{X}$ называется C - H -классом. В статье исследуются условия, при которых класс вполне разложимых абелевых групп без кручения является C - H -классом, где C – вполне разложимая абелева группа без кручения.

Библиография: 8 названий.

Известная проблема 34 [1] была решена отрицательно в работах П. Хилла [2] и А. М. Себельдина [3], а именно, не существует такой абелевой группы C , что для любых групп A, B из $\text{Hom}(A, C) \cong \text{Hom}(B, C)$ вытекает $A \cong B$. Кроме того, в [3] найдены вполне разложимые неизоморфные абелевы группы A и B такие, что $\text{Hom}(A, C) \cong \text{Hom}(B, C)$ для любой абелевой группы C . В настоящей работе рассматривается обратная задача (см. также [4]).

Пусть C – абелева группа. Класс $\mathcal{X}$ абелевых групп назовем C - H -классом, если для любых групп $A, B \in \mathcal{X}$ из $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$ следует $A \cong B$.

В работе получены необходимые и достаточные условия, которым должна удовлетворять вполне разложимая абелева группа без кручения C , чтобы заданный подкласс класса $\mathfrak{F}_{cd}$ вполне разложимых абелевых групп без кручения был C - H -классом.

Все группы, рассматриваемые в работе, абелевы без кручения. Введем следующие обозначения: $\text{rg}(A)$ – ранг группы A , $\tau(A)$ – тип абелевой группы A без кручения ранга 1, Ω – множество всех различных типов абелевых групп без кручения ранга 1, $\Omega(A)$ – множество всех различных типов прямых слагаемых ранга 1 вполне разложимой абелевой группы A без кручения, $\Omega_0(A)$ – множество всех типов из $\Omega(A)$, характеристики которых не содержат символов ∞ .

Пусть

$$A = \bigoplus_{i \in I} A_i, \quad B = \bigoplus_{j \in J} B_j, \quad C = \bigoplus_{k \in K} C_k,$$

где $\text{rg}(A_i) = \text{rg}(B_j) = \text{rg}(C_k) = 1$, – вполне разложимые абелевы группы без кручения, имеющие следующие канонические разложения:

$$A = \bigoplus_{\tau \in \Omega(A)} \bigoplus_{i \in I(\tau)} A_i, \quad B = \bigoplus_{\tau \in \Omega(B)} \bigoplus_{j \in J(\tau)} B_j, \quad C = \bigoplus_{\tau \in \Omega(C)} \bigoplus_{k \in K(\tau)} C_k,$$

где $I(\tau) = \{i \in I \mid \tau(A_i) = \tau\}$, $J(\tau) = \{j \in J \mid \tau(B_j) = \tau\}$, $K(\tau) = \{k \in K \mid \tau(C_k) = \tau\}$. Через $(\dots, h_p^\tau, \dots)$ обозначим характеристику, принадлежащую типу τ ; $P_\infty(\tau)$ – множество тех простых чисел p , для которых $h_p^\tau = \infty$.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $C \in \mathfrak{S}_{cd}$. Класс $\mathfrak{S}_{cd}$ является CH -классом тогда и только тогда, когда группа C удовлетворяет следующим условиям:

- 1) C имеет прямое слагаемое, изоморфное $\mathbf{Z}$;
- 2) $\Omega(C)$ содержит только идемпотентные типы (см. [5]);
- 3) C имеет конечный ранг.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточность. По условию $C = \bigoplus_{k=1}^n C_k$, где $\text{rg}(C_k) = 1$, $C_1 \cong \mathbf{Z}$ и $\Omega(C)$ содержит только идемпотентные типы. Пусть $A, B \in \mathfrak{S}_{cd}$ такие, что $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$. Учитывая, что $\text{rg}(C) < \aleph_0$, согласно [6] имеем

$$A \oplus \left(\bigoplus_{k=2}^n \bigoplus_{i \in I} \text{Hom}(C_k, A_i) \right) \cong B \oplus \left(\bigoplus_{k=2}^n \bigoplus_{j \in J} \text{Hom}(C_k, B_j) \right). \quad (1)$$

Пусть $\tau_0 \in \Omega(A)$. Так как $\tau(\mathbf{Z}) \in \Omega(C)$, то $\Omega(A) \subset \Omega(\text{Hom}(C, A))$, откуда $\tau_0 \in \Omega(\text{Hom}(C, A))$. Следовательно, $\tau_0 \in \Omega(\text{Hom}(C, B))$. Но поскольку все типы $\tau(C_k)$ идемпотентны, имеем $\text{Hom}(C_k, B_j) \cong B_j$ или $\text{Hom}(C_k, B_j) = 0$. Таким образом, $\Omega(\text{Hom}(C, B)) \subset \Omega(B)$ и $\tau_0 \in \Omega(B)$, т.е. $\Omega(A) \subset \Omega(B)$. Обратное включение доказывается аналогично, откуда $\Omega(A) = \Omega(B)$.

Пусть $|T(\tau')|$ – мощность множества групп ранга 1 типа τ' в разложении группы $\text{Hom}(C, A)$. Тогда $|T(\tau')| = m'|I(\tau')|$, где $m' \neq 0$ – число групп C_k ($k \in K$), типы которых $\tau(C_k) \leq \tau'$. С другой стороны, $|T(\tau')| = m'|J(\tau')|$, откуда, учитывая конечность m' , $|I(\tau')| = |J(\tau')|$. Следовательно, $A \cong B$.

Необходимость. Докажем сначала необходимость третьего условия. Предположим противное: $C = \bigoplus_{k \in K} C_k$, где $|K| \geq \aleph_0$.

Положим $A = \mathbf{Q}$, $B = \mathbf{Q} \oplus \mathbf{Q}$. Тогда

$$\begin{aligned} \text{Hom}(C, A) &= \text{Hom}\left(\bigoplus_{k \in K} C_k, \mathbf{Q}\right) \cong \prod_{k \in K} \text{Hom}(C_k, \mathbf{Q}) \cong \prod_{|K|} \mathbf{Q}, \\ \text{Hom}(C, B) &= \text{Hom}\left(\bigoplus_{k \in K} C_k, \mathbf{Q} \oplus \mathbf{Q}\right) \cong \prod_{|K|} (\mathbf{Q} \oplus \mathbf{Q}) \\ &\cong \prod_{|K|} \mathbf{Q} \oplus \prod_{|K|} \mathbf{Q} \cong \prod_{|K|} \mathbf{Q}. \end{aligned}$$

Таким образом, $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$, но $A \not\cong B$.

Предположим теперь, что в разложении группы C нет прямых слагаемых, изоморфных группе $\mathbf{Z}$. Тогда найдутся неизоморфные группы $A, B \in \mathfrak{S}_{cd}$ такие, что $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$. Действительно, рассмотрим два случая.

1) $\Omega_0(C) = \emptyset$. Тогда возьмем группы A и B ранга 1, типы которых содержат характеристики $(0, 0, 0, \dots)$ и $(1, 1, 1, \dots)$, соответственно. Очевидно, что $\text{Hom}(C, A) = \text{Hom}(C, B) = 0$, но $A \not\cong B$.

2) $\Omega_0(C) \neq \emptyset$. Пусть τ_1 – один из минимальных типов в $\Omega_0(C)$. Поскольку $\tau_1 \neq \tau(\mathbf{Z})$, во множестве Ω найдутся типы τ' и τ'' , $\tau' \neq \tau''$, такие, что $\tau' < \tau_1$ и $\tau'' < \tau_1$.

Тогда в качестве A и B возьмем группы ранга 1 типов τ' и τ'' соответственно. Ясно, что $\text{Hom}(C, A) = \text{Hom}(C, B) = 0$ и $A \not\cong B$. Полученное противоречие доказывает необходимость первого условия.

Докажем необходимость второго условия теоремы. Предположим $C = C' \oplus C''$, где $\tau(\mathbf{Z}) \in \Omega(C')$, все типы из $\Omega(C')$ идемпотентны, $C'' \neq 0$ и все типы из $\Omega(C'')$ неидемпотентны и, наконец, $\text{rg}(C) < \aleph_0$. Обозначим через τ^0 идемпотентный тип, соответствующий типу τ , т.е., если $\mathbf{Q}(\tau)$ – группа ранга 1 типа τ , то $\tau^0 = \tau(\text{Hom}(\mathbf{Q}(\tau), \mathbf{Q}(\tau)))$.

Положим

$$\begin{aligned} A &= A' \oplus A'' = \left(\bigoplus_{\tau \in \Omega(C'')} \bigoplus_{\alpha} \mathbf{Q}(\tau^0) \right) \oplus \left(\bigoplus_{\tau \in \Omega(C'')} \bigoplus_{\gamma} \mathbf{Q}(\tau) \right), \\ B &= B' \oplus B'' = \left(\bigoplus_{\tau \in \Omega(C'')} \bigoplus_{\beta} \mathbf{Q}(\tau^0) \right) \oplus \left(\bigoplus_{\tau \in \Omega(C'')} \bigoplus_{\gamma} \mathbf{Q}(\tau) \right), \end{aligned}$$

где α, β, γ – бесконечные кардиналы такие, что $\alpha < \beta < \gamma$. Учитывая, что $\tau(\mathbf{Z}) \in \Omega(C')$, имеем

$$\begin{aligned} \text{Hom}(C, A) &\cong \text{Hom}(C', A) \oplus \text{Hom}(C'', A) \\ &\cong A \oplus \text{Hom}(C'', A') \oplus \text{Hom}(C'', A'') \\ &\cong A' \oplus A'' \oplus \text{Hom}(C'', A') \oplus \text{Hom}(C'', A''). \end{aligned}$$

Заметим, что в $\text{Hom}(C'', A'')$ содержится прямое слагаемое, изоморфное A' , и прямое слагаемое, изоморфное $\text{Hom}(C'', A')$, поэтому

$$A' \oplus \text{Hom}(C'', A') \oplus \text{Hom}(C'', A'') \cong \text{Hom}(C'', A'').$$

Таким образом,

$$\text{Hom}(C, A) \cong A'' \oplus \text{Hom}(C'', A'').$$

Аналогично имеем

$$\text{Hom}(C, B) \cong B'' \oplus \text{Hom}(C'', B'').$$

Учитывая, что $A'' \cong B''$, получаем $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$ и $A \not\cong B$. Теорема доказана.

Заметим, что в классе вполне разложимых абелевых групп без кручения имеются подклассы, для которых соответственно условия 1, 2 и 3 теоремы 1 не являются необходимыми. Как будет показано ниже, такими подклассами являются, например, следующие классы:

- $\mathfrak{S}_{cd}^{ad}$ почти делимых вполне разложимых групп (т.е. для $G \in \mathfrak{S}_{cd}^{ad}$ выполнено $pG = G$ почти для всех простых p);
- $\mathfrak{S}_{cd}^*$ вполне разложимых групп A , где $\Omega(A)$ содержит только несравнимые типы;
- $\mathfrak{S}_1$ групп ранга 1.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. Пусть $C \in \mathfrak{S}_{cd}$. Класс $\mathfrak{S}_{cd}^{ad}$ почти делимых вполне разложимых абелевых групп без кручения является $\mathcal{CH}$ -классом тогда и только тогда, когда группа C удовлетворяет следующим условиям:

- 1) $\Omega_0(C) \neq \emptyset$;
- 2) C имеет конечный ранг.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточность. Пусть условия 1 и 2 выполнены. Рассмотрим $A, B \in \mathfrak{Z}_{cd}^{ad}$ такие, что $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$. Пусть $C = C' \oplus C''$, где

$$C' = \bigoplus_{\tau \in \Omega_0(C)} \bigoplus_{k \in K(\tau)} C_k, \quad C' \neq 0, \quad C'' = \bigoplus_{\tau \in \Omega(C) \setminus \Omega_0(C)} \bigoplus_{k \in K(\tau)} C_k.$$

Тогда

$$\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C', A) \oplus \text{Hom}(C'', A) \cong \bigoplus_{\text{rg}(C')} A \oplus \text{Hom}(C'', A).$$

Следовательно, $\Omega(A) \subset \Omega(\text{Hom}(C, A))$. Как и при доказательстве достаточности в теореме 1 можно показать, что $\Omega(A) = \Omega(B)$ и $|I(\tau)| = |J(\tau)|$. Следовательно, $A \cong B$.

Необходимость второго условия доказана в теореме 1, так как построенные там группы A и B принадлежат классу $\mathfrak{Z}_{cd}^{ad}$. Докажем необходимость первого условия. Пусть, от противного, для любого типа τ из $\Omega(C)$ $P_\infty(\tau) \neq \emptyset$. Построим множество P' , выбрав по одному p из каждого множества $P_\infty(\tau)$. Тогда в качестве группы A возьмем группу ранга 1, тип которой содержит характеристику $(\dots, h_p, \dots)$, где $h_p \neq \infty$ при $p \in P'$; $h_p = \infty$ при $p \notin P'$. Положим $B = A \oplus A$. Очевидно, что $A \not\cong B$, но $\text{Hom}(C, A) = \text{Hom}(C, B) = 0$. Противоречие. Предложение 1 доказано.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Пусть $C \in \mathfrak{Z}_{cd}$. Класс $\mathfrak{Z}_1$ является CH -классом тогда и только тогда, когда группа C удовлетворяет одному из следующих условий:

- 1) C содержит прямое слагаемое, изоморфное $\mathbf{Z}$;
- 2) $\tau(\mathbf{Z}) \notin \Omega(C)$, и для любого типа $\tau' \in \Omega$, где $\tau' \neq \tau(\mathbf{Z})$, найдется тип $\tau \in \Omega(C)$ такой, что $\tau \leq \tau'$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточность. Пусть C удовлетворяет первому условию теоремы, т.е. $\tau(\mathbf{Z}) \in \Omega(C)$. Пусть $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$. Так как $A, B \in \mathfrak{Z}_1$, ясно, что $\text{Hom}(C, A)$ редуцированная тогда и только тогда, когда A , а значит, и B редуцированные. В этом случае $\text{Hom}(C, A)$ – векторная группа [5] и, следовательно [7], $\text{Hom}(C, A)$ и $\text{Hom}(C, B)$ обладают изоморфными разложениями

$$\prod_{k \in K} \text{Hom}(C_k, A) \cong \prod_{k \in K} \text{Hom}(C_k, B);$$

в частности, $\Omega(\text{Hom}(C, A)) = \Omega(\text{Hom}(C, B))$. Так как $\tau(\mathbf{Z}) \in \Omega(C)$, то $\tau(A) = \tau(\text{Hom}(\mathbf{Z}, A))$ и $\tau(B)$ принадлежат $\Omega(\text{Hom}(C, A)) = \Omega(\text{Hom}(C, B))$. Далее, найдется индекс $k \in K$ такой, что $\tau(A) = \tau(\text{Hom}(C_k, B))$. Из [8] следует, что $\tau(A) \leq \tau(B)$. Аналогично получаем, что $\tau(B) \leq \tau(A)$. Следовательно, $\tau(B) = \tau(A)$.

Пусть теперь группа $C = \bigoplus_{k \in K} C_k$, $\text{rg}(C_k) = 1$, удовлетворяет второму условию теоремы. Предположим, что существуют такие неизоморфные группы A и B ранга 1, что $\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B)$. Как и в первом случае, достаточно рассмотреть случай, когда A и B редуцированные. Тогда [5]

$$\prod_{k \in K} \text{Hom}(C_k, A) \cong \prod_{k \in K} \text{Hom}(C_k, B)$$

и $\Omega(\text{Hom}(C, A)) = \Omega(\text{Hom}(C, B))$ (см. [7]). Зафиксируем в типе $\tau(A)$ группы A характеристику $(\dots, \alpha_p, \dots)$, в типе $\tau(B)$ группы B характеристику $(\dots, \beta_p, \dots)$. Положим

$$P_1 = \{p \in P \mid \beta_p > \alpha_p\}, \quad P_2 = \{p \in P \mid \alpha_p > \beta_p\}.$$

Пусть, например, $|P_1| \geq |P_2|$. Возможны два случая.

а) $|P_1| = \aleph_0$. Разобьем множество $P_1 = P'_1 \cup P''_1$ так, чтобы $|P'_1| = |P''_1| = \aleph_0$. Построим характеристику $(\dots, \gamma_p, \dots)$ следующим образом: $\gamma_p = 1$, если $p \in P'_1$, и $\gamma_p = 0$, если $p \notin P'_1$, и пусть τ – тип, определяемый этой характеристикой. В разложении группы C существует такое прямое слагаемое C_1 ранга 1, что $\tau(C_1) = \tau_1$, $\tau_1 \leq \tau$ и $\tau_1 \neq \tau(\mathbf{Z})$. Согласно [8] $\text{Hom}(C_1, B) \neq 0$ и $\tau(\text{Hom}(C_1, B)) = \tau(B) - \tau_1 = \bar{\tau}$. Далее, тип $\bar{\tau}$ либо несравним с $\tau(A)$, либо больше его, так как $\bar{\tau}$ содержит характеристику $(\dots, \beta_p, \dots)$, где для всех $p \in P''_1$ $\beta_p = \beta_p > \alpha_p$. С другой стороны, для любого прямого слагаемого C_k имеем $\tau(\text{Hom}(C_k, A)) \leq \tau(A)$ или $\text{Hom}(C_k, A) = 0$. Следовательно, в разложении группы $\text{Hom}(C, A)$ нет группы, изоморфной группе $\text{Hom}(C_1, B)$, откуда $\text{Hom}(C, A) \not\cong \text{Hom}(C, B)$, что противоречит условию.

б) $|P_1| < \aleph_0$. Тогда найдется $q \in P_1$ с условием $\beta_q = \infty$. Далее, в $\Omega(C)$ существует тип $\tau_0 = \tau(Q^{(q)})$ (здесь $\tau(Q^{(q)})$ – подгруппа рациональных чисел, знаменатели которых – степени q). Имеем $\tau(\text{Hom}(C_0, B)) = \tau(B) - \tau_0 = \bar{\tau}_0$. Заметим, что тип $\bar{\tau}_0$ больше типа $\tau(A)$, либо несравним с ним, так как $\bar{\tau}_0$ содержит характеристику $(\dots, \bar{\gamma}_p, \dots)$, где $\bar{\gamma}_q = \beta_q = \infty$. Тогда, как и в случае а), получаем, что $\text{Hom}(C, A) \not\cong \text{Hom}(C, B)$.

Необходимость. Пусть для типа τ' из Ω , $\tau' \neq \tau(\mathbf{Z})$, в $\Omega(C)$ не найдется меньшего или равного τ' типа. Рассмотрим две неизоморфные группы A и B ранга 1 такие, что $\tau(A) = \tau(\mathbf{Z})$, $\tau(B) = \tau'$. Тогда $\text{Hom}(C, A) = \text{Hom}(C, B) = 0$. Полученное противоречие доказывает необходимость условий теоремы. Предложение 2 доказано.

СЛЕДСТВИЕ 1. Пусть $C \in \mathfrak{S}_{cd}$. Если $\Omega_0(C)$ – конечное множество (например, если $\text{rg}(C) < \aleph_0$), то класс $\mathfrak{S}_1$ является $\mathcal{CH}$ -классом в том и только в том случае, когда группа C содержит прямое слагаемое, изоморфное группе $\mathbf{Z}$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Пусть $C \in \mathfrak{S}_{cd}$. Класс $\mathfrak{S}_{cd}^*$ является $\mathcal{CH}$ -классом тогда и только тогда, когда группа C удовлетворяет следующим условиям:

- 1) C содержит прямое слагаемое, изоморфное $\mathbf{Z}$;
- 2) C имеет конечный ранг.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Достаточность. Пусть

$$\begin{aligned} A &= \bigoplus_{i \in I} A_i = \bigoplus_{\tau \in \Omega(A)} \bigoplus_{i \in I(\tau)} A_i, \quad \text{rg}(A_i) = 1, \\ B &= \bigoplus_{j \in J} B_j = \bigoplus_{\tau \in \Omega(B)} \bigoplus_{j \in J(\tau)} B_j, \quad \text{rg}(B_j) = 1, \\ C &= \bigoplus_{k=1}^n C_k, \quad C_1 \cong \mathbf{Z}, \quad \text{rg}(C_k) = 1 \end{aligned}$$

– фиксированные разложения групп A , B и C соответственно.

Учитывая, что $\text{rg}(C) < \aleph_0$, согласно [6] из

$$\text{Hom}(C, A) \cong \text{Hom}(C, B) \tag{2}$$

следует

$$A \oplus \left(\bigoplus_{k=2}^n \bigoplus_{i \in I} \text{Hom}(C_k, A_i) \right) \cong B \oplus \left(\bigoplus_{k=2}^n \bigoplus_{j \in J} \text{Hom}(C_k, B_j) \right). \quad (3)$$

Тогда для любой группы A_i найдется группа $\text{Hom}(C_k, B_j)$ такая, что $A_i \cong \text{Hom}(C_k, B_j)$, откуда $\tau(B_j) \geq \tau(A_i)$. Аналогично $B_j \cong \text{Hom}(C_t, A_l)$ для некоторой группы A_l и $\tau(B_j) \leq \tau(A_l)$, $t \in \{1, \dots, n\}$. Следовательно, $\tau(A_i) \leq \tau(B_j) \leq \tau(A_l)$, а так как все типы из $\Omega(A)$ несравнимы, то $A_i \cong B_j$.

Аналогично для любой группы B_j найдется группа A_i такая, что $B_j \cong A_i$. Следовательно, $\Omega(A) = \Omega(B)$.

Пусть $\tau \in \Omega(A)$. Тогда $\tau(\text{Hom}(C_k, A_i)) = \tau$ для некоторых $i \in I(\tau)$, $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, откуда $\tau(A_i) = \tau$, поскольку различные типы из $\Omega(A)$ попарно несравнимы. Далее, имеем $|T(\tau)| = m(\tau)|I(\tau)|$, где $|T(\tau)|$ – мощность множества групп ранга 1 типа τ из $\text{Hom}(C, A)$, $m(\tau)$ – число групп C_k , типы которых идемпотентны относительно типа τ (т.е. $\tau - \tau(C_k) = \tau$). С другой стороны, $|T(\tau)| = m(\tau)|J(\tau)|$. Следовательно, $A \cong B$.

Необходимость второго условия доказана в теореме 1, так как построенные там группы A и B принадлежат классу $\mathfrak{S}_{cd}^*$.

Докажем необходимость первого условия. Пусть в разложении группы C нет слагаемых, изоморфных группе $\mathbf{Z}$. Тогда положим $A \cong \mathbf{Z}$, $B \cong \mathbf{Z} \oplus \mathbf{Z}$. Очевидно, что $A, B \in \mathfrak{S}_{cd}^*$ и $\text{Hom}(C, A) = \text{Hom}(C, B) = 0$, но $A \not\cong B$. Предложение 3 доказано.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fuchs L. Recent Results and Problems on Abelian groups // Topics in Abelian groups. Chicago, 1963. P. 9–40.
- [2] Hill P. Two problems of L. Fuchs Concerning Tor and Hom // J. Algebra. 1971. V. 19. № 3. P. 379–383.
- [3] Себельдин А. М. О группах гомоморфизмов абелевых групп без кручения // Группы и модули. 1976. С. 70–77.
- [4] Антонова Н. Ю. Определяемость абелевых групп и модулей группами и модулями гомоморфизмов. Дис. . . . канд. физ.-матем. наук. М.: МПГУ, 1994.
- [5] Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т. 1, 2. М.: Мир, 1977.
- [6] Sebedin A. M. Isomorphisme naturel des groupes des homomorphismes des groupes abeliens // Ann. de L'IPGANG. Conakry. Ser. A. 1982. V. 7. P. 155–158.
- [7] Мишина А. П. О прямых слагаемых полных сумм абелевых групп без кручения ранга 1 // Сиб. матем. ж. 1962. № 3. С. 244–249.
- [8] Себельдин А. М. Группы гомоморфизмов вполне разложимых абелевых групп без кручения // Изв. ВУЗов. Матем. 1973. № 7. С. 77–84.

Нижегородский государственный педагогический университет
E-mail: cas@nspsu.sci-nnov.ru

Поступило
04.09.2001