Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. В. Зайцев, С. П. Мищенко, О кодлине многообразий линейных алгебр, *Матем. заметки*, 2006, том 79, выпуск 4, 553–559

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm2724>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.7.115

26 апреля 2023 г., 10:40:46

УДК 512.8

О КОДЛИНЕ МНОГООБРАЗИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБР

М. В. Зайцев, С. П. Мищенко

В работе построен пример многообразия неассоциативных алгебр, в котором выполняется система тождеств Капелли малого ранга, а функция кодлины растет экспоненциально. Известно, что в ассоциативном или лиевском случае тождества Капелли влекут полиномиальный рост кодлины.

Библиография: 8 названий.

Работа связана с исследованием числовых характеристик многообразий линейных алгебр. Характеристика основного поля предполагается равной нулю. В этом случае вся информация о рассматриваемом многообразии содержится в полилинейных компонентах этого многообразия. Поэтому асимптотическое поведение числовых характеристик, связанных с этими компонентами, таких, как коразмерность, кратность, кодлина, является важным классификационным признаком многообразия и существенно влияет на его свойства. Известно, что в ассоциативном случае кодлина любого нетривиального многообразия растет полиномиально. В любом многообразии алгебр Ли с тождествами Капелли рост кодлины также полиномиален. Кроме того, любое многообразие, порожденное конечномерной алгеброй, имеет полиномиально ограниченный рост кодлины. Основным результатом работы является построение многообразия неассоциативных алгебр с экспоненциальным ростом кодлины, в котором выполняется система тождеств Капелли.

Пусть Φ – основное поле нулевой характеристики. Напомним некоторые сведения из теории представлений симметрической группы, которые используются нами при исследовании тождеств линейных алгебр (см., например, [1]).

Пусть $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_k)$ – разбиение числа n , т.е. $n = \sum_{i=1}^k \lambda_i$, $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_k > 0$. Если соответствующую диаграмму Юнга, в которой i -я строка состоит из λ_i клеток, заполнить числами от 1 до n , то получится *таблица Юнга*. Таблица называется *стандартной*, если числа возрастают по строкам и столбцам. Как обычно, каждой таблице Юнга T_λ (не обязательно стандартной) поставим в соответствие максимальную подгруппу R_{T_λ} группы S_n , которая оставляет инвариантными множества чисел каждой строки таблицы Юнга (строчный стабилизатор). Аналогично определяется группа C_{T_λ} , которая оставляет инвариантными множества чисел столбцов таблицы (столбцовый стабилизатор).

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты № 01-01-00728 и № 02-01-00219, программы “Ведущие научные школы”, грант № НШ-1910.2003.1, и программы “Университеты России”, грант № 04.01.036.

Хорошо известно, что элемент

$$e_{T_\lambda} = \sum_{\sigma \in R_{T_\lambda}, \tau \in C_{T_\lambda}} (-1)^\tau \sigma \tau$$

группового кольца ΦS_n порождает минимальный левый идеал $\Phi S_n e_{T_\lambda}$. Соответствующий неприводимый характер обозначим χ_λ . Кроме того, для любого ΦS_n -модуля M с характером χ_λ можно найти элемент $g = e_{T_\lambda} \cdot f$, $f \in M$, который порождает модуль M . Заметим, что в этом случае $\sigma \cdot g = g$ для любого $\sigma \in R_{T_\lambda}$. Сформулируем еще один результат, доказательство которого можно найти в [1, лемма 3.2.5, с. 110].

ЛЕММА 1 (Ф. Нейман). Пусть $\lambda \vdash n$, $x \in \Phi S_n$ и для любых элементов $\sigma \in R_{T_\lambda}$, $\tau \in C_{T_\lambda}$ выполняется равенство $\sigma x \tau = (-1)^\tau x$. Тогда $x = \gamma e_{T_\lambda}$ для некоторого рационального числа γ .

Используя эту лемму, докажем необходимый в дальнейшем результат.

ЛЕММА 2. Пусть T – таблица Юнга, соответствующая разбиению $\lambda \vdash n$, и $M = M_1 \oplus \dots \oplus M_m$ – ΦS_n -модуль, где M_i – изоморфные неприводимые подмодули с характером χ_λ . Тогда m равно максимальному числу линейно независимых элементов $g \in M$ таких, что $\sigma \cdot g = g$ для любого элемента $\sigma \in R_T$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Очевидно, что достаточно доказать лемму в случае $m = 1$. Пусть кроме $g = e_T \cdot f$, $f \in M$, существует элемент $h = a e_T \cdot f$, $a \in \Phi S_n$, такой, что $\sigma \cdot h = h$ для любого элемента $\sigma \in R_T$. Тогда $\sigma a e_T - a e_T = b$ будет обладать свойством, что $b f = 0$. Предположим, что $b \neq 0$, и рассмотрим базис $\Phi S_n e_T$; обозначим его $b, b_2, \dots, b_t$. Так как f порождает модуль M , то $M = \text{Span}\{b f, b_2 f, \dots, b_t f\}$. Учитывая, что $\dim M = \dim \Phi S_n e_T$, получаем противоречие. Таким образом, $b = 0$ и, следовательно, $\sigma a e_T = a e_T$ для любого элемента $\sigma \in R_T$. Очевидно, что $a e_T \tau = (-1)^\tau a e_T$. Поэтому по лемме Неймана $a e_T = \gamma e_T$ для некоторого $\gamma \in \Phi$ и $h = \gamma g$. Лемма доказана.

Пусть теперь $\mathbf{V}$ – многообразие линейных алгебр. Обозначим через $F = F(X, \mathbf{V})$ относительно свободную алгебру многообразия $\mathbf{V}$ со счетным множеством свободных образующих $X = \{x_1, x_2, \dots\}$. Обозначим через $P_n = P_n(\mathbf{V})$ совокупность всех полилинейных элементов от $x_1, \dots, x_n$ в алгебре F . Действие $\sigma(x_i) = x_{\sigma(i)}$ симметрической группы S_n естественным образом продолжается до автоморфизма алгебры $F = F(X, \mathbf{V})$. Пространство P_n становится при этом S_n -модулем. Исследование структуры P_n как S_n -модуля играет важную роль при изучении многообразия $\mathbf{V}$. Модуль P_n является вполне приводимым, рассмотрим разложение его характера в целочисленную комбинацию неприводимых характеров

$$\chi_n(\mathbf{V}) = \chi(P_n(\mathbf{V})) = \sum_{\lambda \vdash n} m_\lambda \chi_\lambda. \quad (1)$$

Асимптотическое поведение размерности $c_n = c_n(\mathbf{V})$ пространства $P_n = P_n(\mathbf{V})$ определяет рост многообразия. Число слагаемых

$$l_n = l_n(\mathbf{V}) = \sum_{\lambda \vdash n} m_\lambda \quad (2)$$

в сумме (1) называют *кодлинной* многообразия. Важными числовыми характеристиками многообразия являются также кратности m_λ в сумме (1).

Обозначим через d_λ размерность соответствующего λ неприводимого модуля, $d_\lambda = \deg \chi_\lambda$. Отметим, что для введенных числовых характеристик выполняется такое соотношение:

$$c_n(\mathbf{V}) = \dim P_n(\mathbf{V}) = \sum_{\lambda \vdash n} m_\lambda d_\lambda. \quad (3)$$

Напомним, что в случае многообразий ассоциативных алгебр рост кратностей и кодлина многообразия ограничены полиномиальной функцией n^r для подходящего r (см., например, [2, теорема 16]). В случае алгебр Ли это свойство может нарушаться. Так в работах авторов [3], [4] указана серия многообразий, имеющих различный экспоненциальный рост кодлин, а также многообразия, кодлина которых имеет сверхэкспоненциальный рост. Интересным в смысле роста кодлин является многообразие алгебр Ли $\mathbf{AN}_2$ (см. [5], [6]). Кодлина этого многообразия имеет промежуточный рост, т.е. растет быстрее любой полиномиальной функции, но медленнее любой экспоненциальной функции. Однако этот эффект достигается за счет числа различных слагаемых в сумме (1), в то время как рост самих кратностей m_λ этого многообразия ограничен одной для всех полиномиальной функцией.

Недавно авторами установлено, что в произвольном классе линейных алгебр достаточным условием для полиномиальности роста кодлин, является возможность порождения многообразия некоторой конечномерной алгеброй (см. [7]). В случае алгебр Ли достаточное условие можно ослабить: для полиномиальности роста кодлин достаточно, чтобы многообразие имело ассоциативный тип [8]. Такими будут, в частности, многообразия, в которых выполняется система тождеств Капелли некоторого ранга. В данной работе будет показано, что в классе произвольных линейных алгебр наличие системы тождеств Капелли некоторого ранга не гарантирует полиномиальность и даже промежуточность роста кодлин многообразия.

Напомним, что *система тождеств Капелли* ранга m состоит из тождественных соотношений вида

$$\sum_{\tau \in S_m} (-1)^\tau \cdot f(x_{\tau(1)}, \dots, x_{\tau(m)}, y_1, \dots, y_k) = 0,$$

где $f(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_k)$ — любой неассоциативный полилинейный многочлен, а сумма берется по элементам симметрической группы S_m с учетом четности перестановки. Легко понять, что любая m -мерная алгебра удовлетворяет системе тождеств Капелли ранга $m + 1$. Отметим, что выполнение системы тождеств Капелли ранга $m + 1$ равносильно принадлежности кохарактера $\chi_n(\mathbf{V})$ полосе ширины m , т.е. в сумме (1) с ненулевыми кратностями, $m_\lambda \neq 0$, присутствуют лишь слагаемые для не более, чем m -членных разбиений $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$, т.е. $\lambda_{m+1} = 0$.

Перейдем теперь к построению линейной алгебры, которая порождает многообразие с заявленными ранее свойствами.

Пусть $K = \{k_i\}_{i \geq 1}$ — последовательность положительных целых чисел. Определим линейную алгебру $A(K)$ таблицей умножения базисных векторов. Базис бесконечномерной алгебры $A(K)$ состоит из множества

$$\{a, b\} \cup Z_1 \cup Z_2 \cup \dots,$$

где

$$Z_i = \{z_j^{(i)}, 1 \leq j \leq k_i\}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Базисный вектор a действует на каждом множестве Z_i умножением справа по следующему правилу:

$$z_1^{(i)}a = z_2^{(i)}, \dots, z_{k_i-1}^{(i)}a = z_{k_i}^{(i)}, z_{k_i}^{(i)}a = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \quad k_i \geq 2,$$

и $z_1^{(i)}a = 0$, если $k_i = 1$. Элемент b действует на множестве векторов

$$Z = Z_1 \cup Z_2 \cup \dots$$

умножением справа таким образом:

$$z_{k_i}^{(i)}b = z_1^{(i+1)}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Все остальные произведения базисных векторов равны 0.

Обозначим через $\mathbf{V} = \mathbf{V}(K)$ многообразие, порожденное алгеброй $A(K)$. Отметим, что в алгебре $A(K)$ выполнено тождество $x_1(x_2x_3) \equiv 0$, которое оставляет ненулевыми только одночлены с левонормированной расстановкой скобок. Договоримся в случае такой левонормированной расстановки опускать скобки, т.е. $abc = ((ab)c)$. Кроме того, наличие в алгебре $A(K)$ идеала $\text{Span } Z$ коразмерности два с нулевым умножением накладывает следующие ограничения на форму диаграмм Юнга, соответствующих разбиениям $\lambda \vdash n$ с возможно ненулевыми кратностями m_λ в сумме (1).

ЛЕММА 3. Пусть $\lambda \vdash n$. Если $\lambda_3 \geq 2$ или $\lambda_3 = \lambda_4 = 1$, то в сумме (1) кратность $m_\lambda = 0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Учитывая кососимметризацию, в обоих случаях приходится подставлять как минимум два элемента из идеала $\text{Span } Z$, что приводит к равенству нулю соответствующих этому разбиению неприводимых модулей в разложении полилинейной части $P_n(\mathbf{V})$ многообразия $\mathbf{V}$. Лемма доказана.

Таким образом, кохарактер $\chi_n(\mathbf{V})$ лежит в полосе высоты 3, т.е. в многообразии $\mathbf{V}$ выполняется система тождеств Капелли ранга 4. Более точно, используя лемму 3, мы можем уточнить сумму (1) следующим образом:

$$\chi_n(\mathbf{V}) = \sum_{t=0}^{[n/2]} m_{(n-t,t)} \chi_{(n-t,t)} + \sum_{t=1}^{[(n-1)/2]} m_{(n-t-1,t,1)} \chi_{(n-t-1,t,1)}, \quad (4)$$

где $[a]$ — целая часть числа a .

Так как в силу тождества $x_1(x_2x_3) \equiv 0$ все элементы пространства $P_n(\mathbf{V})$ имеют левонормированную расстановку скобок, то кратности m_λ не могут превосходить размерности d_λ соответствующего неприводимого модуля. Это позволяет, используя формулу крюков, получить верхнюю оценку на кодлину многообразия $\mathbf{V}$. Сначала сформулируем несложную техническую лемму об оценке размерности некоторых неприводимых модулей.

ЛЕММА 4. Пусть $\nu = (n-t, t)$ и $\mu = (n-t-1, t, 1)$ — разбиения числа n . Тогда для размерностей d_ν, d_μ соответствующих неприводимых модулей выполняются неравенства

$$\frac{1}{n} \binom{n}{t} \leq d_\nu \leq \binom{n}{t}, \quad d_\mu \leq (n-1) \binom{n}{t},$$

где $\binom{n}{t}$ — биномиальный коэффициент.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Подсчитаем по формуле крюков (см., например, [1, п. 3.2.8, с. 113]) размерности для этих разбиений:

$$d_\nu = \frac{n!(n-2t+1)}{t!(n-t)!(n-t+1)}, \quad d_\mu = \frac{n!t(n-2t)(n-t)}{t!(n-t)!(n-t+1)(t+1)}.$$

Очевидные соображения завершают доказательство леммы.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. Пусть $\mathbf{V} = \mathbf{V}(K)$. Тогда для кодлы многообразия $\mathbf{V}$ выполняются неравенства $l_n(\mathbf{V}) \leq n \cdot 2^n$, $n = 1, 2, \dots$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Используя разложение (4), формулу для кодлы (2), а также лемму 4, получаем

$$l_n(\mathbf{V}) = \sum_{\lambda} m_{\lambda} \leq \sum_{t=0}^{[n/2]} \binom{n}{t} + (n-1) \cdot \left(\sum_{t=1}^{[(n-1)/2]} \binom{n}{t} \right) \leq n \cdot 2^n.$$

Наша цель построить такую последовательность K , чтобы нижняя оценка кодлы соответствующего многообразия была близка к верхней. Будем строить последовательность по шагам.

Пусть $n = 2t + 1$ – нечетное натуральное число. Зафиксируем разбиение $\mu = (t, t, 1)$ и стандартную таблицу Юнга

$$T_\mu(j_1, \dots, j_t) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline i_1 & i_2 & \dots & i_t \\ \hline j_1 & j_2 & \dots & j_t \\ \hline n & & & \\ \hline \end{array},$$

однозначно определенную подмножеством $\{j_1, \dots, j_t\} \subseteq \{1, \dots, n\}$. В случае четного $n = 2t + 2$ зафиксируем разбиение $\mu = (t + 1, t, 1)$. Аналогично предыдущему случаю рассмотрим стандартную таблицу

$$T_\nu(j_1, \dots, j_t) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline i_1 & i_2 & \dots & i_t & i_{t+1} \\ \hline j_1 & j_2 & \dots & j_t & \\ \hline n & & & & \\ \hline \end{array}.$$

Для каждого фиксированного $n = 3, 4, \dots$ упорядочим все такие стандартные таблицы, считая, что $T_\lambda(j_1, \dots, j_t) > T_\lambda(j'_1, \dots, j'_t)$ тогда и только тогда, когда существует такое s , $1 \leq s < t$, что $j_1 = j'_1, \dots, j_s = j'_s$, но $j_{s+1} > j'_{s+1}$. Будем также считать, что $T_\mu < T_\nu$, если $\mu \vdash n_1, \nu \vdash n_2, n_1 < n_2$.

Используя этот порядок на таблицах Юнга, построим последовательность K следующим образом. Первая из таблиц имеет вид

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}.$$

Для нее $t = 1$, с ее помощью мы построим первые $t + 1 = 2$ члена последовательности, положив $k_1 = 2, k_2 = 1$. Предположим, что первые s_0 членов последовательности K

уже построены с использованием некоторого числа таблиц. Рассмотрим следующую таблицу $T_\lambda(j_1, \dots, j_t)$ и построим по ней левонормированные одночлены

$$g_{T_\lambda}(x, y) = x^{\alpha_1} y x^{\alpha_2} y \dots x^{\alpha_t} y x^{\alpha_{t+1}} \quad (5)$$

степени $n - 1$, в котором буквы y занимают места с номерами $j_1, \dots, j_t$. Теперь следующие $t + 1$ членов последовательности будут иметь вид $k_{s_0+i} = \alpha_i + 1, i = 1, \dots, t + 1$.

Для каждой определенной выше стандартной таблицы T_λ обозначим

$$f_{T_\lambda} = \sigma e_{T_\lambda}(x_n x_1 x_2 \dots x_{n-1})$$

— элемент из полилинейной части $P_n(\mathbf{V})$, в котором перестановка $\sigma \in S_n$ зависит от таблицы T_λ и определяется условием $\sigma(j_s) = s, s = 1, 2, \dots, t$ (на остальных индексах перестановка действует произвольным образом).

Для получения оценок для кодлинны нам потребуется следующее техническое замечание.

ЛЕММА 5. Пусть $T_\lambda = T_\lambda(j_1, \dots, j_t)$ и φ — гомоморфизм из свободной алгебры $F(X, \mathbf{V})$ в $A(K)$, переводящий $x_1, \dots, x_n$ в базисные векторы $A(K)$.

1) Если $\varphi(x_n) = z_i^j, \varphi(x_{j_1}) = \dots = \varphi(x_{j_t}) = b$ и $\varphi(x_l) = a$ для всех остальных x_l , то

$$\varphi(e_{T_\lambda}(x_n x_1 \dots x_{n-1})) = \gamma z_i^j g_{T_\lambda}(a, b) + \sum_{T'_\lambda < T_\lambda} \beta_{T'_\lambda} z_i^j g_{T'_\lambda}(a, b),$$

где $\gamma = t!$ при $n = 2t + 1$ и $\gamma = (t + 1)!$ при $n = 2t + 2$.

2) Если $\varphi(x_n) = z_i^j, \varphi(x_1) = \dots = \varphi(x_t) = b$ и $\varphi(x_l) = a$ для всех остальных x_l , то

$$\varphi(f_{T_\lambda}(x_n x_1 \dots x_{n-1})) = \gamma z_i^j g_{T_\lambda}(a, b) + \sum_{T'_\lambda < T_\lambda} \beta_{T'_\lambda} z_i^j g_{T'_\lambda}(a, b),$$

где $\gamma = t!$ при $n = 2t + 1$ и $\gamma = (t + 1)!$ при $n = 2t + 2$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Первое утверждение вытекает из правил умножения в $A(K)$ и структуры e_{T_λ} , а второе — непосредственное следствие первого.

ЛЕММА 6. Множество определенных выше элементов f_{T_λ} является линейно независимым.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим противное, что существует нетривиальное линейное соотношение $\sum_{T_\lambda} \alpha_{T_\lambda} f_{T_\lambda} = 0$. Будем считать, что $\alpha_{T_\lambda} \neq 0$ для какой-то таблицы T_λ , а для всех $T'_\lambda > T_\lambda$ коэффициенты $\alpha_{T'_\lambda}$ равны нулю. Подставим вместо образующих $x_1, x_2, \dots, x_n$ следующие элементы алгебры $A(K)$:

$$x_n = z_1^{s_0+1}, \quad x_1 = x_2 = \dots = x_t = b,$$

вместо остальных x_j — элемент a , где s_0 — то же самое число, которое использовалось при построении последовательности K , т.е. первые s_0 элементов $k_1, \dots, k_{s_0}$ были построены по всем таблицам, предшествовавшим T_λ , а $k_{s_0+1}, \dots, k_{s_0+t+1}$ — уже по самой T_λ .

Из определения алгебры $A(K)$ и леммы 5 следует, что результат подстановки в $f_{T'_\lambda}$ будет равен 0, если $T'_\lambda < T_\lambda$. С другой стороны, результат подстановки в элемент f_{T_λ} будет с точностью до ненулевого коэффициента равен

$$z_1^{s_0+1} g_{T_\lambda}(a, b) = z_{\alpha_{t+1}+1}^{(s_0+t+1)} \neq 0,$$

что противоречит выбору ненулевого коэффициента α_{T_λ} . Лемма 5 доказана.

ТЕОРЕМА 1. В многообразии $\mathbf{V}$ выполнена система тождеств Капелли ранга 4, т.е. кохарактер многообразия лежит в полосе ширины 3. При этом кодлина $\mathbf{V}$ имеет экспоненциальный рост

$$\frac{1}{2n(n-1)}2^n \leq l_n(\mathbf{V}) \leq n \cdot 2^n.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Зафиксируем n и рассмотрим стандартные таблицы Юнга T , соответствующие разбиению $\nu = (t, t, 1)$ в случае нечетного $n = 2t + 1$ или разбиению $\mu = (t + 1, t, 1)$ в случае четного $n = 2t + 2$, а в единственную клетку третьей строки которых поставлено число n . Заметим, что по лемме 6 элементы f_{T_λ} линейно независимы и по лемме 2 кратности m_ν, m_μ не меньше, чем число таких таблиц. Заметим также, что после отбрасывания единственной клетки третьей строки мы получим стандартную таблицу, отвечающую разбиению $\nu' = (t, t) \vdash (n - 1)$ или $\mu' = (t + 1, t) \vdash (n - 1)$. Следовательно, количество линейно независимых полиномов f_{T_λ} не меньше, чем число стандартных таблиц, а последнее, как известно, равно размерности соответствующего неприводимого S_n -модуля.

Используя лемму 4, получаем

$$m_\lambda \geq \frac{1}{n-1} \binom{n-1}{t} = \frac{1}{2n(n-1)}2^n,$$

так как всегда $\binom{n}{t} > 2^n / (n + 1)$, и теорема доказана.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бахтурин Ю. А. Тождества в алгебрах Ли. М.: Наука, 1985.
- [2] Berele A., Regev A. Applications of hook diagrams to P.I. algebras // J. Algebra. 1983. V. 83. P. 559–567.
- [3] Зайцев М. В., Мищенко С. П. Асимптотика функций роста кодлин многообразий алгебр Ли // УМН. 1999. Т. 54. №3. С. 161–162.
- [4] Mishchenko S. P., Zaicev M. V. Asymptotic behaviour of colength of varieties of Lie algebras // Serdica Math. J. 2000. V. 26. №2. P. 145–154.
- [5] Giambruno A., Mishchenko S., Zaicev M. On the colength of a variety of Lie algebras // Intern. J. Algebra Comput. 1999. V. 9. №5. P. 483–491.
- [6] Зайцев М. В., Мищенко С. П. Новое экстремальное свойство многообразия алгебр Ли AN_2 // Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем., мех. 1999. №5. С. 18.
- [7] Giambruno A., Mishchenko S., Zaicev M. Algebras with intermediate growth of the codimensions // Adv. in Appl. Math. (to appear).
- [8] Зайцев М. В., Мищенко С. П. О полиномиальности роста кодлин многообразий алгебр Ли // Алгебра и логика. 1999. Т. 38. №2. С. 161–175.

(М. В. Зайцев) Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
(С. П. Мищенко) Ульяновский государственный университет
E-mail: zaicev@mech.math.msu.su, mishchenkos@ulsu.ru

Поступило
16.11.2004
Исправленный вариант
03.10.2005