Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Г. Колесников, О рациональности и 2-рефлексивности
сплетений конечных групп, *Матем. заметки*, 2006,
том 80, выпуск 3, 395–402

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm2825>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.91.87.62

26 апреля 2023 г., 16:08:28

УДК 519.54

О РАЦИОНАЛЬНОСТИ И 2-РЕФЛЕКСИВНОСТИ СПЛЕТЕНИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С. Г. Колесников

Конечная группа G называется рациональной, если каждый ее неприводимый комплексный характер принимает только рациональные значения, и 2-рефлексивной, если каждый ее элемент разлагается в произведение не более двух инволюций. В статье найдены необходимые и достаточные условия рациональности и 2-рефлексивности сплетения двух конечных групп. А именно, показано, что сплетение $H \wr K$ двух конечных групп H и K является рациональной (аналогично, 2-рефлексивной) группой тогда и только тогда, когда H – рациональная (соответственно, 2-рефлексивная) группа, а K – элементарная абелева 2-группа. Как следствие получено описание классических линейных групп над конечными полями нечетной характеристики с рациональными и 2-рефлексивными силовскими 2-подгруппами.

Библиография: 9 названий.

Введение. Группы, значения всех комплексных неприводимых характеров которых рациональны (следуя Я. Г. Берковичу [1; вопрос 15.25], будем называть их *рациональными группами*), стали привлекать к себе интерес, прежде всего, в связи с выявившейся рациональностью симметрических групп и, более общо, групп Вейля (см., например, обзоры Ж.-П. Серра [2] и А. И. Кострикина, И. А. Чубарова [3], там же отмечается роль рациональных групп). Отвечая на вопрос Берковича [1; вопрос 15.25], автор в [4] доказал рациональность силовских 2-подгрупп симметрических групп S_{2^n} . А как известно (см., например, [5; § 5.9]), силовская 2-подгруппа группы S_{2^n} изоморфна группе вида $(\dots((Z_2 \wr Z_2) \wr Z_2) \dots) \wr Z_2$ (Z_2 встречается n раз). Поэтому естественно возникает следующий

ВОПРОС. *Каким необходимым и достаточным условиям должны удовлетворять конечные неединичные группы H и K , чтобы их сплетение $H \wr K$ было рациональной группой?*

Полный ответ на поставленный вопрос содержится в теореме 1 настоящей статьи. Оказывается, для рациональности $H \wr K$ необходимо и достаточно, чтобы группа H сама была рациональной, а группа K была элементарной абелевой 2-группой.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 03-01-00905, и гранта Президента РФ № МК-1133.2005.1.

Отметим, что вопросом о том, какие свойства групп H и K переносятся на их сплетение $H \wr K$, посвящен ряд работ разных авторов. В частности, Баумслагом в [6] найдены необходимые и достаточные условия нильпотентности сплетения двух групп, а в работе В. Н. Ремесленникова [7] найдены необходимые и достаточные условия, при выполнении которых дискретное сплетение двух финитно аппроксимируемых относительно сопряженности групп (ФАС-групп) остается ФАС-группой.

Группа G называется 2-рефлексивной, если каждый ее элемент раскладывается в произведение не более, чем двух инволюций (элементов порядка 2) группы G . Интерес к 2-рефлексивным группам поддерживается как рядом известных нерешенных вопросов (в частности, вопросом об описании конечных простых 2-рефлексивных групп [1; вопрос 14.42]), так и их геометрическими приложениями. Например, в [8] 2-рефлексивные группы возникают при характеристизации различных геометрий их группами движений. В п. 2 устанавливается аналог теоремы 1 для 2-рефлексивных групп. Более точно, доказываем, что группа $H \wr K$ является 2-рефлексивной тогда и только тогда, когда группа H является 2-рефлексивной, а K – элементарной абелевой 2-группой.

В п. 3, как следствие полученных результатов, приводится описание классических линейных групп над конечными полями нечетной характеристики с рациональными и 2-рефлексивными силовскими 2-подгруппами.

1. Теорема о рациональности сплетения групп. Доказывается следующая

ТЕОРЕМА 1. *Сплетение $H \wr K$ двух конечных неединичных групп H и K является рациональной группой тогда и только тогда, когда H – рациональная группа, а K – элементарная абелева 2-группа.*

Прежде чем приступить к доказательству теоремы, напомним необходимые определения и свойства сплетений и сформулируем один критерий рациональности характеров группы.

Пусть заданы две группы H и K . Обозначим через H^K полное прямое произведение семейства групп H^k , $k \in K$, изоморфных группе H . Зафиксируем изоморфизмы между H и H^k , $k \in K$, и будем обозначать через h^k элемент из H^k , соответствующий $h \in H$. Всякий элемент $k_0 \in K$ определяет автоморфизм группы H^K , действующий по правилу: $\phi_{k_0}(h^k) = h^{k k_0}$ для всех $h \in H$ и $k \in K$. Следовательно, определено полупрямое произведение $G = H^K \rtimes K$. Полученная таким образом группа G называется *сплетением* группы H с группой K и обозначается через $H \wr K$.

Пусть теперь H и K – конечные группы и $G = H \wr K$. Обозначим через s порядок группы K и пусть $k_1, k_2, \dots, k_s$ – множество всех ее элементов. Каждый элемент прямого произведения

$$H^{k_1} \times H^{k_2} \times \dots \times H^{k_s} \quad (1)$$

допускает единственное представление $h_1^{k_1} h_2^{k_2} \dots h_s^{k_s}$, где $h_1, h_2, \dots, h_s \in H$. Группа K действует точно сопряжениями на прямом произведении (1) и поэтому каждый элемент $g \in G$ единственным образом представим в виде

$$g = k \cdot h_1^{k_1} h_2^{k_2} \dots h_s^{k_s}, \quad \text{где } k \in K, \quad h_1, h_2, \dots, h_s \in H. \quad (2)$$

Разложение (2) будем называть *каноническим разложением* элемента g .

Отметим, что группу G можно определить внутренним образом. А именно, группа G является сплетением двух своих подгрупп H и K , если выполняются следующие условия:

- 1) $H \cap K = 1$ и группа G порождается подгруппами H и K ;
- 2) элементы подгрупп H^k и $H^{k'}$ попарно перестановочны и $H^k \cap H^{k'} = 1$, если $k, k' \in K$ и $k \neq k'$.

Ниже мы, часто без ссылок, будем использовать свойства 1) и 2).

Также в доказательстве теоремы мы будем использовать следующий критерий рациональности характеров группы (см., например, [2; с. 61]).

ЛЕММА 1. Пусть G – произвольная конечная группа и $g \in G$. Следующие условия эквивалентны:

- 1) каждый характер G принимает на g рациональное значение;
- 2) если целое число i взаимно просто с порядком элемента g , то элементы g и g^i сопряжены в G .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 1. Предположим, что группа $G = H \wr K$ рациональна. Нам необходимо показать, что группа H тоже рациональна, а K является элементарной абелевой 2-группой.

Сначала докажем рациональность H . Обозначим через s порядок группы K и пусть $k_1, k_2, \dots, k_s$ – множество всех элементов группы K . Возьмем неединичный элемент $h \in H$ и число n взаимно простое с порядком элемента h . Так как G является рациональной группой, найдется такой элемент $x \in G$, что $h^x = h^n$. Пусть

$$x = k_i \cdot x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_s^{k_s}, \quad \text{где } x_1, x_2, \dots, x_s \in H,$$

– каноническое разложение элемента x . Тогда

$$h^x = (x_1^{-1})^{k_1} \dots (x_s^{-1})^{k_s} k_i^{-1} h k_i x_1^{k_1} \dots x_s^{k_s} = (x_1^{-1} x_1)^{k_1} \dots (x_i^{-1} h x_i)^{k_i} \dots (x_s^{-1} x_s)^{k_s}.$$

Из равенства $h^x = h^n$ и единственности разложения (2) следует, что $k_i = 1$ и $x_i^{-1} h x_i = h^n$. Значит, H является рациональной группой.

Докажем теперь, что K является элементарной абелевой 2-группой. Предположим противное, пусть $k \in K$ и $|k| = l > 2$. Рассмотрим элемент $g \in G$ вида $g = k \cdot h$, где h – фиксированный неединичный элемент из H . Обозначим через n порядок элемента g . Числа n и $n - 1$ взаимно просты, значит, ввиду рациональности G , элементы g и $g^{n-1} = g^{-1}$ сопряжены в G при помощи некоторого элемента x . Запишем элемент x в каноническом виде $x = b \cdot x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_s^{k_s}$, где $b \in K$ и $x_i \in H$. Не ограничивая общности, можно считать, что $k_1 = k$, $k_2 = k^2, \dots, k_l = k^l$. Тогда

$$g^x = (x_1^{-1})^k \dots (x_l^{-1})^{k^l} \dots (x_s^{-1})^{k_s} b^{-1} \cdot k h \cdot b x_1^k \dots x_l^{k^l} \dots x_s^{k_s}$$

или

$$g^x = k^b (x_1^{-1})^{k k^b} \dots (x_l^{-1})^{k^l k^b} \dots (x_s^{-1})^{k_s k^b} \cdot h^b \cdot x_1^k \dots x_l^{k^l} \dots x_s^{k_s}. \quad (3)$$

С другой стороны,

$$g^x = g^{-1} = h^{-1}k^{-1} = k^{-1}(h^{-1})^{k^{-1}}. \quad (4)$$

Сравнивая правые части равенств (3) и (4), получаем, что $k^b = k^{-1}$ и, значит, $b \notin \langle k \rangle$, поскольку $k \neq k^{-1}$, а также

$$x_1^{-1}x_l = 1, \quad x_2^{-1}x_1 = 1, \quad x_3^{-1}x_2 = 1, \quad \dots, \quad x_{l-1}^{-1}x_{l-2} = 1, \quad x_l^{-1}x_{l-1} = h^{-1}. \quad (5)$$

Перемножив левые части равенств (5) справа друг на друга в обратном порядке, получим

$$(x_l^{-1}x_{l-1})(x_{l-1}^{-1}x_{l-2}) \cdots (x_3^{-1}x_2)(x_2^{-1}x_1)(x_1^{-1}x_l) = 1.$$

В то же время, произведение правых частей равенств (5), взятых в любом порядке, равно h^{-1} . Значит, $h^{-1} = 1$. Но $h \neq 1$. Полученное противоречие показывает, что $|k| \leq 2$ и, следовательно, K является элементарной абелевой 2-группой.

Докажем обратное утверждение. Предположим, что группа H является рациональной, а K – элементарной абелевой 2-группой. В силу леммы 1 для доказательства рациональности G нам достаточно показать, что любой элемент g из G сопряжен с любой своей степенью взаимно простой с порядком g . Рассмотрим два возможных случая.

Случай 1. Пусть $g = h_1^{k_1}h_2^{k_2} \cdots h_s^{k_s}$, где $h_1, h_2, \dots, h_s \in H$ и, как и выше, $k_1, \dots, k_s$ – множество всех различных элементов группы K . Элементы $h_1^{k_1}, \dots, h_s^{k_s}$ попарно перестановочны, поэтому $g^n = (h_1^n)^{k_1}(h_2^n)^{k_2} \cdots (h_s^n)^{k_s}$ для любого целого числа n . Пусть $\text{НОД}(n, |g|) = 1$. Тогда $\text{НОД}(n, |h_i|) = 1$ для всех $i, 1 \leq i \leq s$. Так как группа H является рациональной, существует набор элементов $x_1, x_2, \dots, x_s$ из H таких, что $x_i^{-1}h_i x_i = h_i^n$ для всех i . Положим $x = x_1^{k_1}x_2^{k_2} \cdots x_s^{k_s}$. Ясно, что $g^x = g^n$.

Случай 2. Сначала предположим, что $|K| = 2$. Пусть $h, f \in H$, $K = \langle k \rangle$ и пусть $g = k \cdot h f^k$. Докажем равенства

$$g^{2n} = (fh)^n((hf)^n)^k, \quad (6)$$

$$g^{2n+1} = k \cdot ((hf)^n h)((fh)^n f)^k \quad (7)$$

для любого натурального числа n . Справедливость (6) и (7) при $n = 0$ очевидна. Индукция и следующие соотношения:

$$\begin{aligned} g^{2n+2} &= g^{2n} \cdot g \cdot g = (fh)^n((hf)^n)^k \cdot (k \cdot h f^k) \cdot (k \cdot h f^k) \\ &= k^2 \cdot (fh)^n((hf)^n)^k \cdot (h^k f) \cdot (h f^k) \\ &= ((fh)^n f h)((hf)^n h f)^k = (fh)^{n+1}((hf)^{n+1})^k, \\ g^{2n+3} &= g^{2n+1} \cdot g \cdot g = k \cdot ((hf)^n h)((fh)^n f)^k \cdot (k \cdot h f^k) \cdot (k \cdot h f^k) \\ &= k^3 \cdot ((hf)^n h)((fh)^n f)^k \cdot (h^k f) \cdot (h f^k) = k \cdot ((hf)^n h f h)((fh)^n f h f)^k \\ &= k \cdot ((hf)^{n+1} h)((fh)^{n+1} f)^k \end{aligned}$$

показывают, что равенства (6) и (7) верны для любого натурального n . Из (6) и (7) следует, что g имеет четный порядок, а порядки элементов hf и fh делят порядок g .

Обозначим через m целое положительное число, взаимно простое с порядком элемента g . Тогда $m = 2n + 1$ для некоторого целого n . Элемент hf лежит в H и его порядок взаимно прост с m . Так как группа H рациональна, найдется такой элемент $b \in H$, что $b^{-1}hf b = (hf)^{2n+1}$. Положим

$$a = h^{-1}b(hf)^n h. \quad (8)$$

Тогда

$$\begin{aligned} a^{-1} &= h^{-1}(hf)^{-n}b^{-1}h = h^{-1}(hf)^{-n}b^{-1}hfb b^{-1}f^{-1} \\ &= h^{-1}(hf)^{-n}(hf)^{2n+1}b^{-1}f^{-1} = h^{-1}(hf)^{n+1}b^{-1}f^{-1} = (fh)^n f b^{-1} f^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$a^{-1} = (fh)^n f b^{-1} f^{-1}. \quad (9)$$

Из равенств (8) и (9) следует, что

$$b^{-1}ha = (hf)^n h, \quad (10)$$

$$a^{-1}fb = (fh)^n f. \quad (11)$$

Положим $x = ab^k$. Используя соотношения (10) и (11), получаем

$$\begin{aligned} g^x &= (a^{-1}(b^{-1})^k) \cdot (k \cdot hf^k) \cdot (ab^k) = (k \cdot (a^{-1})^k b^{-1}) \cdot (hf^k) \cdot (ab^k) \\ &= k \cdot (b^{-1}ha)(a^{-1}fb)^k = k \cdot ((hf)^n h)((fh)^n f)^k = g^{2n+1} = g^m. \end{aligned}$$

Пусть теперь K имеет произвольный порядок $s = 2^n$. Покажем, что этот случай сводится к рассмотренному выше. Действительно, пусть $k_1, \dots, k_s$ – различные элементы группы K , k – неединичный элемент из K , $h_1, \dots, h_s \in H$ и $g = k \cdot h_1^{k_1} \cdots h_s^{k_s}$. Выберем в каждом смежном классе группы K по подгруппе $\langle k \rangle$ по одному представителю. Будем считать, переупорядочив, если нужно, элементы k_i , что это $k_1, \dots, k_m$, где $m = s/2$, и $k_{m+i} = k_i k$ для всех i , $1 \leq i \leq m$. Тогда элемент g можно представить так: $g = k \cdot (h_1^{k_1} h_{m+1}^{k_1 k}) \cdots (h_m^{k_m} h_{2m}^{k_m k})$. Далее рассуждения проводятся аналогично тому, как мы проводили их для произведения hf^k , только теперь их следует применить к каждому из произведений $h_i^{k_i} h_{m+i}^{k_i k}$. Теорема доказана.

2. Теорема о 2-рефлексивности сплетения групп. Следующая теорема является аналогом теоремы 1 для 2-рефлексивных групп.

ТЕОРЕМА 2. *Сплетение $H \wr K$ двух конечных неединичных групп H и K является 2-рефлексивной группой тогда и только тогда, когда H – 2-рефлексивная группа, а K – элементарная абелева 2-группа.*

Прежде чем приступить к доказательству теоремы, отметим одно свойство 2-рефлексивных групп, которым будем пользоваться в дальнейшем.

Пусть G – группа, a, b – инволюции из G и $g = a$ или $g = ab$. Тогда $g^a = g^{-1}$. Наоборот, если $g \in G$ и существует такая инволюция $a \in G$, что $g^a = g^{-1}$, то $g = (ga) \cdot a$ и $(ga)^2 = 1$. Таким образом, условие 2-рефлексивности группы G эквивалентно тому, что любой ее элемент инвертируется некоторой инволюцией.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 2. Необходимость условий, сформулированных в теореме 2, доказывается так же, как и в теореме 1.

Докажем их достаточность. Пусть H является 2-рефлексивной группой, K – элементарной абелевой 2-группой и пусть $k_1, \dots, k_s$ – множество всех различных элементов группы K . Для доказательства 2-рефлексивности G нам достаточно показать, что каждый элемент из G инвертируется некоторой инволюцией из G . Как и выше рассмотрим два возможных случая.

Случай 1. Пусть $g = h_1^{k_1} h_2^{k_2} \dots h_s^{k_s}$, где $h_1, h_2, \dots, h_s \in H$. Так как группа H является 2-рефлексивной, то в H найдутся такие инволюции $x_1, x_2, \dots, x_s$, что $h_1^{x_1} = h_1^{-1}$, $h_2^{x_2} = h_2^{-1}$, $\dots$, $h_s^{x_s} = h_s^{-1}$. Пусть $x = x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_s^{k_s}$. Тогда $x^2 = 1$ и

$$g^x = (x_1 h_1 x_1)^{k_1} (x_2 h_2 x_2)^{k_2} \dots (x_s h_s x_s)^{k_s} = g^{-1}.$$

Случай 2. Как и в теореме 1 достаточно рассмотреть случай, когда $|K| = 2$. Пусть $h, f \in H$, k – неединичный элемент из K и $g = k \cdot h f^k$. Определим элемент z следующим образом. Положим $z = hf$, если $(hf)^2 = 1$. Если порядок элемента hf больше двух, то полагаем $z = y^k h y f$, где y – инволюция, инвертирующая элемент hf (она существует, так как группа H 2-рефлексивна). Пусть $x = z^k$. Очевидно, что $x^2 = 1$. Покажем, что $g^x = g^{-1}$. Имеем

$$\begin{aligned} g^{-1} &= k \cdot f^{-1} (h^{-1})^k, \\ g^x &= z^k \cdot (k \cdot h f^k) \cdot z^k = k \cdot z h f^k z^k = k \cdot z h (fz)^k. \end{aligned}$$

Следовательно, для доказательства равенства $g^x = g^{-1}$ нам достаточно показать, что

$$zh(fz)^k = f^{-1} (h^{-1})^k. \quad (12)$$

Рассмотрим три возможных случая:

- а) $hf = 1$,
- б) $|hf| = 2$,
- в) $|hf| > 2$.

Если выполняется условие а), то $x = 1$ и $h = f^{-1}$. Отсюда

$$zh(fz)^k = h f^k = f^{-1} (h^{-1})^k.$$

Если элемент hf является инволюцией, то

$$h^{-1} = f h f \quad \text{и} \quad f^{-1} = h f h. \quad (13)$$

Используя равенства (13), получаем

$$zh(fz)^k = h f h (f h f)^k = f^{-1} (h^{-1})^k.$$

Предположим, что выполняется условие в). Тогда

$$\begin{aligned} zh(fz)^k &= (y^k h y f h) (f y^k h y f)^k = (h y f h y) (y f h y f)^k \\ &= (h (f h)^{-1}) ((f h)^{-1} f)^k = f^{-1} (h^{-1})^k. \end{aligned}$$

Таким образом, равенство (12) справедливо во всех случаях. Значит, $g^x = g^{-1}$. Теорема доказана.

3. Приложение к классическим линейным группам. Доказанные в предыдущих разделах критерии рациональности и 2-рефлексивности сплетения двух конечных групп позволяют ответить на следующий вопрос: силовские 2-подгруппы каких классических линейных групп над конечным полем нечетной характеристики являются 2-рефлексивными, а каких – рациональными? Справедлива

ТЕОРЕМА 3. Пусть G – одна из классических линейных групп $GL_n(q)$, $Sp_{2n}(q)$, $U_n(q)$, $O_{2n+1}^+(q)O_{2n}^\pm(q)$ над полем нечетной характеристики и S – ее силовская 2-подгруппа. Тогда

- 1) S является 2-рефлексивной тогда и только тогда, когда G ортогональная группа $O_{2n+1}^+(q)$ или $O_{2n}^\pm(q)$;
- 2) S – рациональна тогда и только тогда, когда $G = Sp_{2n}(q)$, $O_{2n+1}^+(q)$, $O_{2n}^\pm(q)$ и $(q^2 - 1, 16) = 8$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Согласно [9] группа S раскладывается в прямое произведение сплетений вида $(\dots (W \wr Z_2) \wr \dots) \wr Z_2$, в каждом из которых число сомножителей Z_2 и структура подгруппы W определяется типом группы G . Исключение составляет лишь случай $G = O_{2n}^\pm(q)$, когда прямое произведение может содержать еще сомножитель вида $Z_2 \times Z_2$. Таким образом, чтобы доказать теорему 3 нам достаточно, в силу теорем 1 и 2, ответить на следующий вопрос: в каких случаях группа W является 2-рефлексивной, а когда – рациональной?

Напомним строение 2-группы W . Обозначим через s наибольший целый показатель степени числа 2, делящей $q^2 - 1$. Хорошо известно [9], что группа W изоморфна обобщенной группе кватернионов порядка 2^s , если $G = Sp_{2n}(q)$, и циклической или полудиэдральной группам порядков ≥ 4 и ≥ 16 соответственно, когда $G = GL_n(q)$ или $G = U_n(q)$. Наконец, если G ортогональная группа $O_{2n+1}^+(q)$ или $O_{2n}^\pm(q)$, то W изоморфна диэдральной группе порядка 2^s .

Очевидно, что циклическая группа порядка 2^t является рациональной (2-рефлексивной) тогда и только тогда, когда $t = 1$, а в полудиэдральной группе

$$\langle x, y \mid x^{2^{t+1}} = 1, x^{2^t} = y^2, x^y = x^{2^t-1} \rangle$$

порядка $2^{t+2} \geq 16$ элементы x и x^{-1} не сопряжены, поэтому она не является ни рациональной, ни 2-рефлексивной. Отсюда следует, что силовские 2-подгруппы групп $GL_n(q)$ и $U_n(q)$ не являются ни рациональными, ни 2-рефлексивными.

Далее, диэдральная группа

$$\langle x, y \mid x^{2^{s-1}} = y^2 = 1, x^y = x^{-1} \rangle$$

порядка $2^s \geq 4$ является 2-рефлексивной при любом s , а рациональной – только, если $s = 2, 3$. Наконец, обобщенная группа кватернионов

$$\langle x, y \mid x^{2^{s-1}} = 1, x^{2^{s-2}} = y^2, x^y = x^{-1} \rangle$$

порядка $2^s \geq 4$ не является 2-рефлексивной, так как в ней элементы x и x^{-1} сопряжены не инволюцией, а элементом порядка 4. Рациональной она является тогда и

только тогда, когда $s = 2, 3$. В заключении остается заметить, что при нечетном q число $q^2 - 1$ всегда делится на 8. Теорема доказана.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] “Коуровская тетрадь”, *Нерешенные вопросы теории групп*, 15-е изд., ИМ СО РАН, Новосибирск, 2002.
- [2] Ж.-П. Серр, “Группы Галуа над $\mathbb{Q}$ ”, *Труды семинара Н. Бурбаки за 1988 г.*, Математика. Новое в зарубежной науке, **46**, Мир, М., 1990.
- [3] А. И. Кострикин, И. А. Чубаров, “Представление конечных групп”, *Итоги науки и техники. Алгебра, геометрия и топология. Фундамент. направления*, **23**, ВИНТИ, М., 1985, 119–196.
- [4] С. Г. Колесников, “О рациональности значений комплексных характеров силовских 2-подгрупп симметрических групп S_{2^n} ”, *Algebra and Model Theory*, **4**, НГТУ, Новосибирск, 2003, 44–46.
- [5] М. Холл, *Теория групп*, ИЛ, М., 1962.
- [6] G. Baumslag, “Wreath products and p -groups”, *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, **55** (1959), 224–231.
- [7] В. Н. Ремесленников, “Финитная аппроксимируемость групп относительно сопряженности”, *Сиб. матем. ж.*, **12**:5 (1971), 1085–1099.
- [8] Ф. Бахман, *Построение геометрии на основе понятия симметрии*, Наука, М., 1969.
- [9] R. Carter, P. Fong, “The Sylow 2-subgroups of the finite classical groups”, *J. Algebra*, **1**:2 (1964), 139–151.

С. Г. Колесников

Красноярский государственный университет

E-mail: sklsnkv@mail.ru

Поступило

21.03.2005

Исправленный вариант

20.09.2005