Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Маслов, Об одном новом ранговом распределении,
Матем. заметки, 2006, том 80, выпуск 3, 469–470

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm2834>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 08:08:34

ОБ ОДНОМ НОВОМ РАНГОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ

В. П. Маслов

В ранговых распределениях, полученных автором, неизвестными (или подгоночными) являются четыре параметра:

- температура T ;
- параметр Ципфа или размерность D ;
- максимальный ранг $r_{\max} = N \gg 1$ и
- параметр лакуарности или префактор [1].

Если существует соотношение между этими параметрами, то мы по аналогии с термодинамикой будем называть эти соотношения *уравнениями состояний*. Два из этих параметров T и N уже содержатся в формулах распределения Бозе–Эйнштейна, а два другие – в законе Ципфа.

В ранговых распределениях участвуют только целые числа – *ранг (номер) r* объекта и *число встречаемости ω_r* объекта: задается ранг и ему сопоставляется число встречаемости. Если разность между ближайшими числами встречаемости ω_l и ω_{l+1} больше единицы, то говорят, что имеется *лакуна* с $\omega_l - \omega_{l+1} - 1$ точками. Мы получаем ранговые распределения из обобщенного распределения типа Бозе–Эйнштейна для частиц [2], сопоставляя частицам объекты более общего типа (например, слова в частотном словаре) и учитывая, что сумма всех частиц на уровнях $\lambda_i > \lambda_l$ есть ранг, отвечающий λ_l .

В исходных положениях распределения Бозе–Эйнштейна определяется число частиц, находящихся на данном уровне энергии λ_i . Однако согласно формуле Бозе–Эйнштейна [3] это число не будет целым. Это означает, что, например, если оно много меньше единицы, то на достаточно большом интервале энергий λ_i находится только одна частица. Значит, согласно формуле Бозе–Эйнштейна имеются уровни энергии λ_i , на которых нет частиц, что в свою очередь означает наличие значительных лакун с точки зрения теории рангов.

Постановка вопроса в формуле Бозе–Эйнштейна противоположна точке зрения обычного рангового распределения. В постановке задачи для распределения Бозе–Эйнштейна, наоборот, заданы уровни энергии и находится число частиц, которые им соответствуют.

Набор чисел встречаемости $\{\omega_i\}$ принадлежит набору целых чисел $\{i\}$, но мы не можем знать, какие точки лакун соответствуют уровням энергии, на которых “сидит” нуль частиц, а какие точки лакун нужно аннулировать – им не отвечают никакие уровни энергии. Положим $\lambda_i = [i + \alpha i^{1+\gamma}]$ (ангармонизм), где α и γ – подгоночные константы. Мы не требуем, чтобы набор $\{\omega_i\}$ принадлежал набору $\{\lambda_i\}$, – мы находим эти константы, сопоставляя окончательную теоретическую кривую, полученную на основе доказанного автором обобщенного распределения типа Бозе–Эйнштейна [4]–[6], с экспериментальными значениями ω_i .

В работе [6] мы предложили психологическую интерпретацию как функции предпочтения этой детерминистической лакуарности вида $\alpha \omega^{1+\gamma}$, аналогичную той, которая легла в основу нелинейного среднего [7].

Итак, в детерминистической лакуарности мы аннулируем ряд целых точек i , а из формулы Бозе–Эйнштейна мы находим, что некоторым из чисел λ_i соответствует пустое множество объектов (например, нуль слов в массиве текстов).

Если $T \sim 1$, то при $\omega \rightarrow \infty$ из [4; теорема 1] следует новое ранговое распределение

$$r = \sum_{\omega}^{\omega_{\max}} \frac{c}{e^{\beta(i+\alpha i^{\gamma+1})} - 1} \sim \int_{\omega}^{\infty} \frac{c}{(e^{\beta(x+\alpha x^{\gamma+1})} - 1)(1 + \alpha(1+\gamma)x^{\gamma})} dx \\ \sim \int_{\omega}^{\infty} e^{-\beta x - \alpha x^{1+\gamma}} (1 + \alpha(1+\gamma)x^{\gamma})^{-1} dx,$$

$c = \text{const.}$ Отсюда при $\omega \rightarrow \infty$

$$\log r + c_1 \omega^{1+\gamma} \sim 0.$$

Константы γ и c_1 могут быть определены по тем же программам, по которым это делается для распределения Ципфа.

Отметим, что при $\gamma = 0$ оно совпадает с ранговым распределением Гусейн-Заде [8], построенным на основе других соображений и для ситуации $N \sim 1$.

Заметим в заключение, что ранее автором было показано, что при условии $T \gg 1$ формула Бозе-Эйнштейна переходит в формулу (6) работы [4] тривиальным вычислением, а эта формула, в свою очередь, при $\omega \rightarrow \infty$ переходит в закон Ципфа. Именно, ранг r удовлетворяет соотношению, аналогичному [5], [6]:

$$\frac{r}{r_{\max}} = (1 + \gamma) \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha(\gamma + 1)\omega^{\gamma}} \right) - \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha\omega^{\gamma}} \right),$$

где ω – частота встречаемости объекта ранга r , и $r \sim T/(\gamma\alpha\omega^{2\gamma})$ при $\omega \rightarrow \infty$. Значит, в случае, когда $T \gg 1$, параметр 2γ может быть определен как $1/D$, где D – размерность, вычисленная по формуле Ципфа, $T/(\gamma\alpha)$ – префактор [1].

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Б. Мандельброт, *Фрактальная геометрия природы*, Ин-т компьютерных исследований, М., 2002. [2] V. P. Maslov, *Russ. J. Math. Phys.*, **12**:4 (2005), 483–488. [3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, М., 1964. [4] В. П. Маслов, *Матем. заметки*, **80**:2 (2006), 220–230. [5] V. P. Maslov, *Russ. J. Math. Phys.*, **13**:3 (2006). [6] В. П. Маслов, *Квантовая экономика*, Наука, М., 2005. [7] В. П. Маслов, *Матем. заметки*, **78**:3 (2005), 377–395. [8] С. М. Гусейн-Заде, *Проблемы передачи информации*, **24**:4 (1988), 102–107.

В. П. Маслов

Московский государственный университет

им. М. В. Ломоносова

E-mail: v.p.maslov@mail.ru

Поступило

08.08.2006