Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Маслов, О минимизации операционных рисков,
Матем. заметки, 2006, том 80, выпуск 4, 569–572

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm2849>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.12

26 апреля 2023 г., 15:16:42

УДК 519

О МИНИМИЗАЦИИ ОПЕРАЦИОННЫХ РИСКОВ

В. П. Маслов

Приводится формула для государственных вложений, минимизирующая риск. При этом учитывается закон “нулевого интеллекта” финансовых рынков.

Библиография: 3 названия.

Заместитель председателя Центрального Банка России Т. В. Парамонова поставила мне актуальную задачу о снижении операционных рисков. Операционные риски связаны, с одной стороны, со случайными происшествиями в системе управления инвестиционными вкладами государственных структур, подобных ЦБ, и, с другой стороны, с рисками самих вложений, определяемыми финансовыми рынками. Отметим, что разложение вкладов государственных структур по банкам, фирмам или финансовым инструментам не носит статистического характера, а является индивидуальным набором (последовательностью) и, следовательно, не относится к математической статистике и теории вероятностей. Эта задача ближе к теории колмогоровской сложности.

Специфика задачи состоит в том, что предприятия, в которые государство хочет сделать вложения, задаются заранее. Возможно, из политических соображений, или соображений доходности, или же из общих экономических стратегий заранее задаются предприятия $A_1, A_2, \dots, A_s$, где s достаточно велико. Кроме того, государство устанавливает порядок приоритетов среди этих предприятий: предприятие A_i более перспективно, чем предприятие A_{i-1} . Это означает, что акций (облигаций) у предприятия A_{i-1} нужно купить не больше, чем у A_i . В остальном же нужно разложить деньги (купить акции) по этим предприятиям так, чтобы операционный риск был минимальным. Государственный орган указывает, сколько вложить в наиболее приоритетное предприятие A_s и в наименее приоритетное предприятие A_1 , а также бюджетное ограничение.

В решении этой задачи мы будем придерживаться концепции “отсутствия интеллекта” (*zero intelligence*) для финансовых рынков. Эта концепция возникла при исследовании Лондонской фондовой биржи. Этот феномен обсуждается в постоянно возрастающем потоке публикаций. Однако с нашей точки зрения [1] этот эффект вполне естественен.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 05-01-00824.

Эффект заключается в том, что трейдеры по данным биржи случайным образом (“не прибегая” к интеллекту) составляют свои портфели. Однако согласно концепции Колмогорова случайность – это большая сложность. Так, если мы будем случайным образом делать ставки на орла или решку, или же построим длинный алгоритм и будем его придерживаться, все равно примерно в половине случаев выпадет орел, а в половине – решка.

Продолжим это сравнение. Мы кидаем монетку S раз, где S велико, и при этом повторяем S бросаний еще N раз. Все варианты выпадения, в том числе одних орлов или попеременного выпадения орлов и решек, равновероятны (и очень мало вероятны). Но большинство из вариантов будет сходиться к примерно равному числу орлов и решек. Это означает, в частности, что если мы будем играть в орла и решку и ставить в половине случаев на орла, а в половине на решку, то риск будет минимальный, но и выигрыш тоже.

Поэтому если мы найдем наибольшее “скопление” вариантов для нашей задачи, которые равновероятны в силу принципа “отсутствия интеллекта”, то именно такое разложение будет наименее опасное, безрисковое.

Пусть согласно условию C_i – число акций, приобретенных государством у i -го предприятия (банка), – удовлетворяет соотношению

$$C_{i+1} \geq C_i, \quad i = 1, 2, \dots, s, \quad C_s \leq M, \quad C_1 \geq K, \quad (1)$$

причем M и K заданы. Отсюда

$$C_s - C_1 \leq M - K. \quad (2)$$

Пусть p_i – цена акции i -го предприятия. Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^s C_i p_i \leq C_s \sum_{i=1}^s p_i.$$

Поэтому бюджетное ограничение Φ удовлетворяет соотношению

$$C_1 \sum_{i=1}^s p_i \leq \sum_{i=1}^s C_i p_i \leq \Phi \leq C_s \sum_{i=1}^s p_i, \quad (3)$$

т.е. при этом естественном неравенстве для бюджетного ограничения Φ

$$\sum_{i=1}^s C_i p_i \leq \Phi. \quad (4)$$

Имеем

$$\sum_{i=1}^s C_i p_i \equiv \sum_{i=2}^s (C_i - C_{i-1}) \sum_{j=i}^s p_j + C_1 \sum_{i=1}^s p_i \leq \Phi,$$

откуда

$$\sum_{i=2}^s (C_i - C_{i-1}) \sum_{j=i}^s p_j \leq \Phi - C_1 \sum_{i=1}^s p_i. \quad (5)$$

Обозначим

$$n_i = C_i - C_{i-1}, \quad \lambda_i = \sum_{j=i}^s p_j. \quad (6)$$

Отсюда

$$\sum_{j=2}^i n_j = C_i - C_1, \quad \lambda_i \leq \lambda_{i-1} \leq \dots \leq \lambda_1, \quad \lambda_1 = \sum_{j=1}^s p_s. \quad (7)$$

Мы получаем

$$\sum_{i=2}^s n_i \lambda_i \leq \Phi - K \sum_{j=1}^s p_s. \quad (8)$$

Обозначим $\Phi' = \Phi - \sum_{i=1}^s p_i C_1$.

Рассмотрим множество всех $\{n_i\}$ таких, что

$$\sum_{i=2}^s n_i \lambda_i \leq \Phi'. \quad (9)$$

Поскольку набор $\{C_i\}$ равновероятен при условиях (1) и (2), отсюда следует, что $n_i = C_i - C_{i-1}$, $i = 2, \dots, s$, удовлетворяющие равенству

$$\sum_{i=2}^s n_i \leq M - K, \quad (10)$$

равновероятны при условии $n_i \geq 0$ и условии (9).

ТЕОРЕМА 1. Пусть $R = \min(s, M - K)$. Доля наборов $\{n_i\}$, $i = 2, \dots, s$, таких, что выполнено (9), и для которых

$$\left| C_i - C_1 - \sum_{j=2}^i \frac{1}{e^{\beta \lambda_j - \sigma} - 1} \right| \geq R^{1/2+\varepsilon},$$

меньше, чем R^{-d} , где d сколь угодно велико, σ – константа, $i > \varepsilon R$, ε сколь угодно мало.

Константы σ и β находятся из условий

$$\sum_{j=2}^s \frac{1}{e^{\beta \lambda_j - \sigma} - 1} = M - K, \quad (11)$$

$$\sum_{j=2}^s \frac{\lambda_j}{e^{\beta \lambda_j - \sigma} - 1} = \Phi'. \quad (12)$$

Теорема 1 доказывается в работах [2] и [3].

СЛЕДСТВИЕ. Безрисковое вложение (покупка акций) при условиях (1)–(3) осуществляется, если

$$C_i = C_1 + \sum_{j=2}^i \frac{1}{e^{\beta \sum_{k=j}^s p_k - \sigma} - 1}, \quad i > \varepsilon R, \quad (13)$$

где σ и β определяются из условий

$$\sum_{j=2}^s \frac{1}{e^{\beta \sum_{k=j}^s p_k - \sigma} - 1} = M - K, \quad \sum_{i=2}^s p_i \sum_{j=2}^i \frac{1}{e^{\beta \sum_{k=j}^s p_k - \sigma} - 1} = \Phi - p_1 K.$$

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В. П. Маслов, “О принципе возрастания сложности формирования портфеля на фондовой бирже”, *Докл. РАН*, **404**:4 (2005), 446–450.
- [2] В. П. Маслов, “Закон “отсутствия предпочтения” и соответствующие распределения в частотной теории вероятностей”, *Матем. заметки*, **80**:2 (2006), 220–230.
- [3] V. P. Maslov, “The Zipf–Mandelbrot law: quantization and an application to the stock market”, *Russ. J. Math. Phys.*, **12**:4 (2005), 483–488.

В. П. Маслов

Московский государственный университет

им. М. В. Ломоносова

E-mail: v.p.maslov@mail.ru

Поступило

18.08.2006