Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. С. Мустафаев, Банаховы алгебры с ограниченными группами образующих и свойство Шура, *Матем. заметки*, 2002, том 71, выпуск 5, 725–731

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm380>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 14:20:13

УДК 517.98

БАНАХОВЫ АЛГЕБРЫ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ГРУППАМИ ОБРАЗУЮЩИХ И СВОЙСТВО ШУРА

Г. С. Мустафаев

Напомним, что банахово пространство X обладает свойством Шура, если всякое слабо компактное множество в X является сильно компактным. В этой заметке рассматривается банахова алгебра A с ограниченной группой образующих. Наряду с другими результатами устанавливается, что если A^* обладает свойством Шура, то пространство Гельфанда алгебры A есть вполне несовершенное множество и, кроме того, A^* обладает свойством Радона–Никодима.

Библиография: 9 названий.

1. Введение и предварительные сведения. Хорошо известно, что в пространстве суммируемых последовательностей l^1 всякое слабо компактное множество является сильно компактным. Банахово пространство X , обладающее этим свойством, называется пространством со свойством Шура. Пусть (Ω, Σ, μ) – пространство с конечной мерой. Говорят [1, с. 61], что X обладает свойством Радона–Никодима, если для каждой μ -непрерывной векторной меры $G: \Sigma \rightarrow X$ с ограниченной вариацией найдется $g \in L^1(\mu, X)$ такое, что

$$G(E) = \int_E g \, d\mu \quad \text{для всех } E \in \Sigma.$$

В дальнейшем нам понадобится следующий факт [1, с. 81–82]: если любое сепарабельное подпространство сопряженного пространства X^* содержится в некотором сепарабельном сопряженном пространстве, то X^* обладает свойством Радона–Никодима.

Пусть G – локально компактная абелева группа, K – компактное подмножество G и $PM(K)$ – пространство псевдомер, сосредоточенных в K . Ф. Лю-Пикар [2, теорема 1] доказал, что если K – вполне несовершенное множество, т.е. если оно не содержит непустого совершенного подмножества, то $PM(K)$ обладает свойством Шура (а также и свойством Радона–Никодима [3, теорема 2.8]). Если K метризуемо, то верно и обратное утверждение [2, предложение 3]. В работе [4] дана некоторая характеристика пространств $PM(K)$ со свойством Шура. В частности, доказано, что если $PM(K)$ обладает свойством Шура, то K – вполне несовершенное множество.

В этой заметке мы будем рассматривать коммутативные банаховы алгебры A с ограниченными группами образующих. Наряду с другими результатами мы покажем, что если A^* обладает свойством Шура, то пространство Гельфанда Σ_A алгебры A вполне несовершенное множество; кроме того, A^* обладает свойством Радона–Никодима.

Принятые здесь обозначения более или менее стандартны: X – банахово пространство, X^* – его сопряженное, X^{**} – его второе сопряженное и $X_{(1)}$ – замкнутый единичный шар в X . Для $\varphi \in X^*$ и $x \in X$ через $\langle \varphi, x \rangle$ будем обозначать естественную двойственность между X и X^* . Слабую топологию в X и $*$ -слабую топологию в X^* будем обозначать через w и w^* соответственно. Через $\overline{E}$ будем обозначать замыкание по норме множества $E \subset X$.

Пусть A – произвольная (комплексная) коммутативная банахова алгебра. Как известно [5], [6], в A^{**} можно определить умножение (после чего A^{**} становится банаховой алгеброй), которое является естественным продолжением исходного умножения в A . Это умножение определяется следующим образом: если $a, b \in A$, $\varphi \in A^*$ и $F, G \in A^{**}$, то положим $\langle \varphi \cdot a, b \rangle = \langle \varphi, ab \rangle$, $\langle G \cdot \varphi, a \rangle = \langle G, \varphi \cdot a \rangle$ и $\langle F \cdot G, \varphi \rangle = \langle F, G \cdot \varphi \rangle$. Алгебра A называется *регулярной по Аренсу*, если два естественных произведения, определенных на A^{**} , совпадают. В дальнейшем алгебру A будем считать подалгеброй A^{**} . Напомним также, что $\varphi \in A^*$ называется *слабо почти периодическим (почти периодическим) функционалом*, если $\{\varphi \cdot a \mid a \in A_{(1)}\}$ слабо предкомпактно (предкомпактно). Обозначим через $\text{war}(A)$ ($\text{ар}(A)$) множество всех слабо почти периодических (почти периодических) функционалов в A . Легко видеть, что $\text{war}(A)$ и $\text{ар}(A)$ являются замкнутыми подпространствами в A^* . Как известно [6], регулярность по Аренсу алгебры A равносильна выполнению равенства $\text{war}(A) = A^*$.

2. Свойства Шура и Радона–Никодима. Пусть A – коммутативная банахова алгебра. Предположим, что в A имеется группа Γ обратимых элементов A такая, что $\sup\{\|\gamma\| : \gamma \in \Gamma\} = C_\Gamma < \infty$ и $\overline{\text{span}} \Gamma = A$. В этом случае будем говорить, что A имеет ограниченную группу образующих. Пусть G – локально компактная абелева группа, $A(G)$ – алгебра Фурье и J_K – наименьший замкнутый идеал в $A(G)$ с компактной оболочкой K . Тогда фактор алгебра $A(G)/J_K$ имеет ограниченную группу образующих [4]. Заметим также, что $PM(K)$ является сопряженным к $A(G)/J_K$ пространством.

Основным результатом этой заметки является следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1. Пусть A – коммутативная банахова алгебра с ограниченной группой образующих. Если A^* обладает свойством Шура, то справедливы следующие утверждения:

- а) Σ_A – вполне несовершенное множество;
- б) $A^* = \overline{\text{span}} \Sigma_A$;
- с) A^* обладает свойством Радона–Никодима.

Для доказательства этой теоремы нам понадобятся некоторые предварительные результаты.

Пусть A – коммутативная банахова алгебра, Γ – ограниченная группа образующих в A . Задавая в Γ дискретную топологию, определим отображение $\omega: L^1(\Gamma) \rightarrow A$ равенством

$$\omega(f) = \int_{\Gamma} f(\gamma) \gamma^{-1} d\gamma.$$

Нетрудно видеть, что ω есть непрерывный гомоморфизм с плотным образом. Отсюда легко следует, что A регулярна (по Шилову). Если положить $\text{sr}(\omega) = h(\text{Ker } \omega)$, то легко видеть, что $\text{sr}(\omega)$ есть замкнутое подмножество $\widehat{\Gamma}$ -группы характеров Γ . Стандартная

техника банаховых алгебр [7, с. 80] показывает, что Σ_A можно отождествить с $\text{sp}(\omega)$. Если обозначить через $\hat{a}$ преобразование Гельфанда элемента $a \in A$, то легко видеть, что

$$\widehat{\omega(f)}(\chi) = \hat{f}(\chi), \quad \chi \in \text{sp}(\omega),$$

где $\hat{f}$ – преобразование Фурье $f \in L^1(\Gamma)$.

Для произвольного $\varphi \in A^*$ положим $\tilde{\varphi} = \omega^* \varphi$. Очевидно, что $\tilde{\varphi} \in L^\infty(\Gamma)$, $\tilde{\varphi}(\gamma) = \langle \varphi, \gamma \rangle$ и $\|\tilde{\varphi}\|_\infty \leq C_\Gamma \|\varphi\|$. Заметим, что $\widehat{\varphi \cdot s} = \tilde{\varphi}_s$ ($s \in \Gamma$), где $\tilde{\varphi}_s$ есть сдвиг функции $\tilde{\varphi}$.

А теперь рассмотрим следующее множество:

$$S = \{\varphi \in A^* \mid \tilde{\varphi} \in \text{AP}(\Gamma)\},$$

где $\text{AP}(\Gamma)$ есть пространство почти периодических функций. Нетрудно видеть, что S является замкнутым подпространством в A^* . Заметим, что если $\varphi \in S$, то $\varphi \cdot a \in S$ для произвольных $a \in A$. Действительно, если $\varphi \in S$ и $f \in L^1(\Gamma)$, то из легко проверяемого равенства $\varphi \cdot \widehat{\omega(f)} = \tilde{\varphi} * f$ следует, что $\varphi \cdot \omega(f) \in S$. А в силу плотности $\{\omega(f), f \in L^1(\Gamma)\}$ в A получим, что $\varphi \cdot a \in S$ для произвольных $a \in A$.

ЛЕММА 1. *Имеют место включения $\overline{\text{rap}} \Sigma_A \subset \text{ap}(A) \subset S$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Первое включение очевидно. Чтобы доказать второе включение, предположим, что $\varphi \in \text{ap}(A)$. Поскольку $\{\varphi \cdot \gamma \mid \gamma \in \Gamma\}$ предкомпактно в A^* , оно имеет конечную ε -сеть $\{\varphi \cdot \gamma_1, \dots, \varphi \cdot \gamma_n\}$. С другой стороны, поскольку

$$\|\tilde{\varphi}_s - \tilde{\varphi}_t\|_\infty \leq C_\Gamma \|\varphi \cdot s - \varphi \cdot t\|, \quad s, t \in \Gamma,$$

отсюда следует, что $\{\tilde{\varphi}_{\gamma_1}, \dots, \tilde{\varphi}_{\gamma_n}\}$ является ε -сетью для $\{\tilde{\varphi}_\gamma \mid \gamma \in \Gamma\}$ и потому $\tilde{\varphi} \in \text{AP}(\Gamma)$, т.е. $\varphi \in S$.

Пусть K – компакт, $M(K)$ – пространство комплексных регулярных борелевских мер в K , $M_c(K)$ – непрерывные меры из $M(K)$. Напомним [8, с. 52], что K является вполне несовершенным тогда и только тогда, когда $M_c(K) = \{0\}$.

Заметим, что $M(\Sigma_A)$ можно рассматривать как подмножество A^* относительно двойственности

$$\langle \mu, a \rangle = \int_{\Sigma_A} \hat{a}(\varphi) d\mu(\varphi),$$

где $a \in A$ и $\mu \in M(\Sigma_A)$.

ЛЕММА 2. *Имеем $S \cap M_c(\Sigma_A) = \{0\}$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что существует ненулевая $\mu \in S \cap M_c(\Sigma_A)$. Мере μ можно считать элементом $M(\hat{\Gamma})$ с условием $\text{supp } \mu \subset \Sigma_A$. Тогда мы имеем

$$\tilde{\mu}(\gamma) = \langle \mu, \gamma \rangle = \int_{\Sigma_A} \hat{\gamma}(\chi) d\mu(\chi) = \int_{\hat{\Gamma}} \chi(\gamma) d\mu(\chi) = \mu^\wedge(\gamma^{-1}),$$

где $\mu^\wedge(\gamma)$ есть преобразование Фурье–Стилтьеса меры μ . Пусть Φ есть инвариантное среднее в $\text{AP}(\Gamma)$. Поскольку

$$\langle \Phi, \chi \rangle = \begin{cases} 1, & \chi = 0, \\ 0, & \chi \neq 0, \end{cases}$$

где $\chi \in \widehat{\Gamma}$, то нетрудно видеть, что

$$\langle \Phi, \overline{\chi(\gamma)} \mu^\wedge(\gamma^{-1}) \rangle = \mu\{\chi\} = 0.$$

Это означает, что все коэффициенты Фурье–Бора функции $\mu^\wedge(\gamma^{-1})$ равны нулю. По теореме единственности для почти периодических функций имеем $\mu^\wedge(\gamma^{-1}) \equiv 0$ и, следовательно, $\mu = 0$.

Напомним, что ω^* -спектр функционала $\varphi \in A^*$ определяется равенством $\sigma(\varphi) = \overline{\varphi \cdot A}^{\omega^*} \cap \Sigma_A$. Нетрудно видеть, что $\sigma(\varphi) = h(I_\varphi)$, где $I_\varphi = \{a \in A \mid \varphi \cdot a = 0\}$ – замкнутый идеал в A . Если обозначать через $G_\chi, \chi \in \widehat{\Gamma}$, коэффициенты Фурье–Бора функции $f \in \text{AP}(\Gamma)$, то боровский спектр $\sigma_B(f)$ функции f определяется как множество тех $\chi \in \widehat{\Gamma}$, для которых $G_\chi(f) \neq 0$. Хорошо известно, что если $f \in \text{AP}(\Gamma)$, то $\sigma_B(f) \subset \sigma(f)$ и, более того, $\overline{\sigma_B(f)}^{\omega^*} = \sigma(f)$.

Известная теорема Люмиса [9] утверждает, что функции из $L^\infty(\Gamma)$ с вполне несовершенным ω^* -спектром являются почти периодическими.

ЛЕММА 3. *Если Σ_A вполне несовершенно, то $S = A^*$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По теореме Люмиса достаточно показать, что

$$\sigma(\tilde{\varphi}) \subseteq \text{sp}(\omega) \quad \text{для всех } \varphi \in A^*.$$

Пусть для некоторого $\varphi \in A^*$ найдется такое $\chi_0 \in \sigma(\tilde{\varphi})$, что $\chi_0 \notin \text{sp}(\omega)$. Тогда существует $f \in L^1(\Gamma)$ такое, что $\hat{f}(\chi_0) \neq 0$ и $\hat{f} \equiv 0$ в некоторой окрестности $\text{sp}(\omega)$. Отсюда следует, что $\hat{f}_s \equiv 0$ ($s \in \Gamma$) в некоторой окрестности $\text{sp}(\omega)$. Таким образом, f_s ($s \in \Gamma$) принадлежит наименьшему идеалу в $L^1(\Gamma)$ с оболочкой $\text{sp}(\omega)$ и потому $\omega(f_s) = 0$. Нетрудно видеть, что $\tilde{\varphi} * f = \langle \varphi, \omega(f_s) \rangle = 0$ и потому $f \in I_{\tilde{\varphi}}$. Поскольку $\chi_0 \in \sigma(\tilde{\varphi})$, имеем $\hat{f}(\chi_0) = 0$, что противоречит $\hat{f}(\chi_0) \neq 0$.

Следующая лемма доказана в [4].

ЛЕММА 4. *Пусть A – произвольная банахова алгебра. Если A^* обладает свойством Шура, то $\text{ap}(A) = A^*$.*

Ниже мы докажем теорему, которая по нашему мнению представляет самостоятельный интерес.

ТЕОРЕМА 2. *Пусть A – коммутативная банахова алгебра с ограниченной группой образующих. Если A регулярна по Аренсу, то*

$$S = \text{ap}(A) = \overline{\text{span}} \Sigma_A.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть Γ – ограниченная группа (с дискретной топологией) образующих в A . В силу леммы 1 достаточно показать, что

$$S \subset \overline{\text{span}} \Sigma_A.$$

Пусть $F \in A^{**}$ такое, что $\langle F, \chi \rangle = 0$ для всех $\chi \in \Sigma_A$. Нам надо доказать, что $\langle F, \varphi \rangle = 0$ для всех $\varphi \in S$. Пусть G – боровская компактификация группы Γ , $\tilde{f}(g)$ ($g \in G$) –

боровское продолжение $f \in \text{AP}(\Gamma)$. Боровское продолжение характеров $\chi(\gamma)$ из $\widehat{\Gamma}$ будем обозначать через $\chi(g)$ ($g \in G$).

Для $\varphi \in S$ и $g \in G$ определим $\varphi \cdot g \in A^*$ следующим образом: в силу плотности Γ в G имеется направленность (γ_λ) в Γ такая, что $\gamma_\lambda \rightarrow g$ в G . Заметим, что $(\varphi \cdot \gamma_\lambda)$ равномерно ограничено и, кроме того,

$$\lim_{\lambda} \langle \varphi \cdot \gamma_\lambda, a \rangle = \overline{\varphi \cdot a}(g), \quad a \in A.$$

Это дает возможность определить $\varphi \cdot g \in A^*$ как

$$\varphi \cdot g = \omega^* - \lim_{\lambda} \varphi \cdot \gamma_\lambda. \quad (1)$$

По определению имеем

$$\langle \varphi \cdot g, a \rangle = \overline{\varphi \cdot a}(g). \quad (2)$$

Из равенства (1) ясно, что $\varphi \cdot g$ является единственной слабо предельной точкой множества $(\varphi \cdot \gamma_\lambda)$. С другой стороны, поскольку A регулярно по Аренсу, $(\varphi \cdot \gamma_\lambda)$ слабо предкомпактно в A^* и потому

$$\varphi \cdot g = \omega - \lim_{\lambda} \varphi \cdot \gamma_\lambda.$$

Значит, $\{\varphi \cdot g \mid g \in G\}$ слабо предкомпактно в A^* (в силу компактности G оно предкомпактно и по норме). Теперь, используя (2) подобным же образом, получим, что $g \rightarrow \varphi \cdot g$ слабо непрерывно в G . Отсюда следует, что $\widetilde{F \cdot \varphi} \in \text{AP}(\Gamma)$ и, следовательно, $F \cdot \varphi \in S$. Заметим также, что

$$\langle F, \varphi \cdot g \rangle = \overline{F \cdot \varphi}(g), \quad g \in G. \quad (3)$$

А теперь найдем коэффициенты Фурье–Бора функции $\widetilde{F \cdot \varphi}$. В силу слабой непрерывности отображения $g \rightarrow \varphi \cdot g$ в G существует векторнозначный интеграл

$$\varphi_\chi = \int_G \overline{\chi(g)} (\varphi \cdot g) dg.$$

Далее, нетрудно видеть, что для произвольного $a \in A$

$$C_\chi(\widetilde{\varphi \cdot a}) = \hat{a}(\chi) C_\chi(\tilde{\varphi}),$$

и потому имеем

$$\begin{aligned} \langle \varphi_\chi, a \rangle &= \int_G \overline{\chi(g)} \langle \varphi \cdot g, a \rangle dg = \int_G \overline{\chi(g)} \overline{\varphi \cdot a}(g) dg \\ &= C_\chi(\widetilde{\varphi \cdot a}) = \hat{a}(\chi) C_\chi(\tilde{\varphi}). \end{aligned}$$

Следовательно, $\varphi_\chi = \chi C_\chi(\tilde{\varphi})$. Используя (3), получим, что

$$\begin{aligned} C_\chi(\widetilde{F \cdot \varphi}) &= \int_G \overline{\chi(g)} \widetilde{F \cdot \varphi}(g) dg = \int_G \overline{\chi(g)} \langle F, \varphi \cdot g \rangle dg \\ &= \langle F, \varphi_\chi \rangle = \langle F, \chi \rangle C_\chi(\tilde{\varphi}). \end{aligned}$$

Таким образом, мы имеем

$$C_\chi(\widetilde{F \cdot \varphi}) = \langle F, \chi \rangle C_\chi(\tilde{\varphi}).$$

Поскольку $\sigma_B(\widetilde{F \cdot \varphi}) \subset \Sigma_A$ и $\langle F, \chi \rangle = 0$ для всех $\chi \in \Sigma_A$, из последнего равенства получим, что все коэффициенты Фурье–Бора функций $\widetilde{F \cdot \varphi}$ равны нулю. По теореме единственности имеем $\widetilde{F \cdot \varphi} \equiv 0$ или $\langle F, \varphi \cdot \gamma \rangle = 0$ для всех $\gamma \in \Gamma$. В частности, получим, что $\langle F, \varphi \rangle = 0$ для всех $\varphi \in S$. Теорема доказана.

Отметим одно следствие этой теоремы.

СЛЕДСТВИЕ 1. Пусть A – регулярная по Аренсу коммутативная банахова алгебра с ограниченной группой образующих. Если Σ_A вполне несовершенно, то

$$A^* = \overline{\text{span}} \Sigma_A.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. В силу леммы 3 имеем $S = A^*$ и в силу теоремы 2 $S = \overline{\text{span}} \Sigma_A$.

ТЕОРЕМА 3. Если A – коммутативная банахова алгебра с ограниченной группой образующих, то

$$\text{ap}(A) = \overline{\text{span}} \Sigma_A.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Доказательство проводится аналогично доказательству теоремы 2 с заменой S на $\text{ap}(A)$. Надо учесть, что при такой замене мы не нуждаемся в условии регулярности по Аренсу.

А теперь докажем основную теорему.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 1. Предположим что A^* обладает свойством Шура.

а) В силу леммы 4 имеем $\text{ap}(A) = A^*$. По лемме 1 $S = A^*$. Применяя лемму 2, получим, что $M_c(\Sigma_A) = \{0\}$. Это означает, что Σ_A – вполне несовершенно множество [8, с. 52].

б) Поскольку $\text{ap}(A) = A^*$, в силу теоремы 3 получим, что $A^* = \overline{\text{span}} \Sigma_A$.

с) Чтобы доказать, что A^* обладает свойством Радона–Никодима, достаточно показать, что любое сепарабельное подпространство пространства A^* содержится в некотором сепарабельном сопряженном пространстве [1, с. 81–82]. Пусть M – сепарабельное подпространство пространства A^* и $(\varphi_1, \varphi_2, \dots)$ – плотное счетное подмножество в M . В силу б) $A^* = \overline{\text{span}} \Sigma_A$. Поэтому $\varphi_i = \lim_j \varphi_{ij}$, где φ_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots$) есть конечная линейная комбинация характеров из Σ_A .

Положим

$$I_{ij} = \{a \in A \mid \varphi_{ij} \cdot a = 0\} \quad \text{и} \quad I = \bigcap_{i,j=1}^{\infty} I_{ij}.$$

Заметим, что $M \subset I^\perp$. Действительно, если $a \in I$ и $\varphi \in M$, то $\varphi_{ij} \cdot a = 0$, что влечет $\langle \varphi_i, a \rangle = 0$ ($i = 1, 2, \dots$) и потому $\langle \varphi, a \rangle = 0$.

Очевидно, что

$$h(I) = \overline{\bigcup_{i,j=1}^{\infty} \sigma(\varphi_{ij})}^{\omega^*}.$$

Поскольку $\sigma(\varphi_{ij})$ ($i, j = 1, 2, \dots$) конечно, из последнего равенства получим, что $h(I)$ есть сепарабельное подмножество в Σ_A . В силу а) Σ_A есть вполне несовершенно множество и потому $h(I)$ счетно. А теперь заметим следующее:

- 1) A/I имеет ограниченную группу образующих;
- 2) A/I регулярна по Аренсу;
- 3) $\Sigma_{A/I} = h(I)$ счетно.

По следствию 1 имеем

$$(A/I)^* = \overline{\text{span}} h(I).$$

Следовательно, $(A/I)^*$ сепарабельно и $M \subset I^\perp = (A/I)^*$.

Теорема доказана.

Отметим, одно следствие этой теоремы.

Пусть A – произвольная комплексная банахова алгебра с единицей e . Элемент $a \in A$ называется *эрмитовым*, если $\|\exp(ita)\| = 1$ для всех $t \in \mathbb{R}$. Обозначим через A_a замкнутую подалгебру A , порожденную a и e . Нетрудно видеть, что

$$A_a = \overline{\text{span}} (\exp(ita) \mid t \in \mathbb{R}),$$

т.е. A_a имеет ограниченную группу образующих. Также заметим, что пространство Гельфанда алгебры A_a отождествляется со спектром $\sigma(a)$ элемента a .

СЛЕДСТВИЕ 2. *Если A_a^* обладает свойством Шура, то*

- а) $\sigma(a)$ – счетное множество;
- б) $A_a^* = \overline{\text{span}} (\varphi_\lambda \mid \lambda \in \sigma(a))$, где $\langle \varphi_\lambda, \exp(ita) \rangle = \exp(it\lambda)$;
- с) A_a^* обладает свойством Радона–Никодима.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Diestel J., Uhl J. J. Vector Measures. Math. Surveys. V. 15. Providence, R.I.: Amer. Math. Soc., 1977.
- [2] Lust-Piquard F. L'Espace des fonctions presque-periodiques dont le spectre est contenu dans un ensemble compact denombrable a la propriete de Schur // Colloq. Math. 1979. V. 41. № 2. P. 273–284.
- [3] Lust-Piquard F. Means on $CV_p(G)$, subspace of $CV_p(G)$ with RNP and Schur property // Ann. Inst. Fourier (Grenoble). 1989. V. 39. № 4. P. 969–1006.
- [4] Mustafayev H., Ülger A. A class of Banach algebras whose duals have the Schur property // Tr. J. Math. 1999. V. 23. № 3. P. 441–452.
- [5] Arens R. The adjoint of a bilinear operation // Proc. Amer. Math. Soc. 1951. V. 2. P. 839–848.
- [6] Duncan J., Hosseiniun S. A. R. The second dual of a Banach algebra // Proc. Royal Soc. Edinburgh. Ser. A. 1979. V. 84. P. 309–325.
- [7] Брудный Ю. А., Горин Е. А. Изометрические представления и дифференциальные неравенства. Ярославль: ЯГУ, 1981.
- [8] Lacey H. The Isometric Theory of Classical Banach Spaces. New York–Heidelberg: Springer-Verlag, 1974.
- [9] Loomis L. H. The spectral characterization of a class of almost periodic functions // Ann. Math. 1960. V. 72. P. 362–368.

Институт математики и механики АН Азербайджана, г. Баку

Поступило

08.09.1999

Исправленный вариант

10.10.2001