Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Заитов, Теорема об открытом отображении пространств слабо аддитивных однородных функционалов, *Матем. заметки*, 2010, том 88, выпуск 5, 683–688

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm4042>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.90.164.192

26 апреля 2023 г., 18:22:19

Теорема об открытом отображении пространств слабо аддитивных однородных функционалов

А. А. Зайтов

В работе устанавливается, что для метрических компактов X и Y открытость отображения $OH(f): OH(X) \rightarrow OH(Y)$ пространств слабо аддитивных однородных функционалов равносильна открытости непрерывного сюръективного отображения $f: X \rightarrow Y$.

Библиография: 5 названий.

Как известно, теорема об открытых отображениях является одним из основных принципов функционального анализа. Одной из основополагающих теорем об отображениях пространств вероятностных мер является теорема Дитора и Эйфлера [1], которая гласит, что отображение $P(f): P(X) \rightarrow P(Y)$ пространств $P(X)$ и $P(Y)$ вероятностных мер открыто тогда и только тогда, когда непрерывное сюръективное отображение $f: X \rightarrow Y$ компактов X и Y открыто. В [2] установлена теорема об открытом отображении для вероятностных мер на метрических пространствах. В настоящей работе устанавливается, что открытость отображения $OH(f): OH(X) \rightarrow OH(Y)$ пространств слабо аддитивных однородных функционалов равносильна открытости сюръективного отображения $f: X \rightarrow Y$ метрических компактов.

Пусть X – компакт. Через $C(X)$ обозначим множество всех непрерывных функций $\varphi: X \rightarrow \mathbb{R}$ с топологией равномерной сходимости и поточечными алгебраическими операциями. Для каждого $c \in \mathbb{R}$ через c_X обозначим постоянную функцию, определяемую по формуле $c_X(x) = c$, $x \in X$. Пусть $\varphi, \psi \in C(X)$. Мы говорим, что $\varphi \leq \psi$ тогда и только тогда, когда $\varphi(x) \leq \psi(x)$ для всех $x \in X$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1 [3]. Функционал $\nu: C(X) \rightarrow \mathbb{R}$ называется

- 1) *слабо аддитивным*, если $\nu(\varphi + c_X) = \nu(\varphi) + c\nu(1_X)$ для всех $\varphi \in C(X)$ и $c \in \mathbb{R}$;
- 2) *сохраняющим порядок*, если для любых φ, ψ из $C(X)$ из того, что $\varphi \leq \psi$ вытекает неравенство $\nu(\varphi) \leq \nu(\psi)$;
- 3) *положительно однородным*, если $\mu(\lambda\varphi) = \lambda\mu(\varphi)$ для всех $\varphi \in C(X)$, $\lambda \in \mathbb{R}_+ = [0; +\infty)$.

Множество всех слабо аддитивных, сохраняющих порядок, положительно однородных функционалов обозначим через $WH(X)$. Для краткости элементы $WH(X)$

Работа выполнена при поддержке Фонда фундаментальных исследования АН РУз (грант № 44-06).

назовем *слабо аддитивными однородными* функционалами. Множество $WH(X)$ снабжается топологией поточечной сходимости. Базу окрестностей слабо аддитивного однородного функционала $\nu \in WH(X)$ относительно этой топологии образуют множества вида

$$\langle \nu; \varphi_1, \dots, \varphi_k; \varepsilon \rangle = \{ \mu \in WH(X) : |\mu(\varphi_i) - \nu(\varphi_i)| < \varepsilon, i = 1, \dots, k \},$$

где $\varepsilon > 0$, $\varphi_i \in C(X)$, $i = 1, \dots, k$.

Пусть $X, Y \in \text{Comp}$ и $f: X \rightarrow Y$ – непрерывное отображение. Определим отображение $WH(f): WH(X) \rightarrow WH(Y)$ по формуле

$$WH(f)(\mu)(\varphi) = \mu(\varphi \circ f),$$

где $\mu \in WH(X)$ и $\varphi \in C(Y)$.

Для компакта X положим

$$OH(X) = \{ \mu \in WH(X) : \mu(1_X) = 1 \}.$$

Напомним, что функционалы, для которых имеет место равенство $\mu(1_X) = 1$, называются *нормированными*. Множество $OH(X)$ является выпуклым компактом в топологии поточечной сходимости. Пусть $f: X \rightarrow Y$ – непрерывное отображение компактов. Определим отображение $OH(f): OH(X) \rightarrow WH(Y)$ как $OH(f) = WH(f) | OH(X)$, при этом $OH(f)(OH(X)) \subset OH(Y)$. Иными словами, отображение $OH(f)$ переводит компакт $OH(X)$ в компакт $OH(Y)$. Кроме того, $OH(f)$ является аффинным отображением. Заметим, что $P(X) \subset OH(X)$ для любого компакта X .

Очевидно, что всякий линейный функционал $\nu: C(X) \rightarrow \mathbb{R}$ является элементом $WH(X)$, но обратное, вообще говоря, неверно.

ПРИМЕР 1. Пусть $X = \{0, 1, 2\}$. Тогда $C(X) = \mathbb{R}^3$. Обеспечим $\mathbb{R}^3$ с поточечным порядком, т.е. с порядком, определяемым по правилу

$$(x_1, y_1, z_1) \leq (x_2, y_2, z_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \leq x_2, \\ y_1 \leq y_2, \\ z_1 \leq z_2, \end{cases}$$

для троек $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$. Определим на $\mathbb{R}^3$ алгебраические операции также поточечно.

Рассмотрим функционал $\mu: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, определенный по правилу

$$\mu(x, y, z) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x + y + z), & \text{если } x = y = z, \\ \frac{1}{3} \left(x + y + z + \frac{1}{4} \frac{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2}{|x - y| + |y - z| + |z - x|} \right), & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Слабая аддитивность, положительная однородность и нормированность функционала μ проверяется тривиально.

Взяв частные производные от μ по переменным x , y и z , можно показать, что $\mu'_x \geq 0$, $\mu'_y \geq 0$ и $\mu'_z \geq 0$. Иными словами, для фиксированных пар x и y или x и z , или y и z функция μ неубывающая, т.е. функционал μ сохраняет порядок по каждой переменной x , y и z в отдельности.

Пусть теперь $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$ – произвольные точки такие, что выполнено $(x_1, y_1, z_1) \leq (x_2, y_2, z_2)$. Тогда

$$\mu(x_1, y_1, z_1) \leq \mu(x_2, y_1, z_1) \leq \mu(x_2, y_2, z_1) \leq \mu(x_2, y_2, z_2),$$

т.е. $\mu(x_1, y_1, z_1) \leq \mu(x_2, y_2, z_2)$. Значит, функционал μ сохраняет порядок на $\mathbb{R}^3$.

Таким образом, функционал μ слабо аддитивен, сохраняет порядок, положительно однороден, нормирован, но не является линейным.

Заметим, что для двух нормированных, сохраняющих порядок, линейных функционалов μ и ν функционал $\min\{\mu, \nu\}$ слабо аддитивен, сохраняет порядок, положительно однороден, но не всегда является линейным.

ТЕОРЕМА 1. Пусть X – метризуемый компакт. Существуют вещественнозначные непрерывные функции $g_1, \dots, g_n, \dots$ на X , $\|g_n\| \leq 1$, $n = 1, 2, \dots$, такие, что функция ρ , определенная по формуле

$$\rho(\mu, \nu) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(\mu - \nu)(g_n)|}{2^n}, \quad \mu, \nu \in WH(X), \quad (1)$$

является метрикой на $WH(X)$, причем топология на $WH(X)$, порожденная этой метрикой, эквивалентна топологии поточечной сходимости на $WH(X)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Поскольку $C(X)$ сепарабельно, существует множество $C = \{\psi_1, \psi_2, \dots\}$, всюду плотное в $C(X)$. Без ограничения общности можно считать, что $\|\psi_n\| \neq 0$. Положим $g_n = \psi_n / \|\psi_n\|$, $n = 1, 2, \dots$. Сначала докажем, что функция ρ , определенная по формуле (1), удовлетворяет аксиомам метрики. Очевидно, что ρ неотрицательна и симметрична. Проверим аксиому тождества. Если $\mu = \nu$, то ясно, что $\rho(\mu, \nu) = 0$. Пусть $\rho(\mu, \nu) = 0$. Тогда для всех n верно $\mu(g_n) = \nu(g_n)$, откуда $\mu(\psi_n) = \nu(\psi_n)$. Следовательно, в силу всюду плотности C в $C(X)$ и непрерывности μ и ν имеем $\mu(\varphi) = \nu(\varphi)$ для всех $\varphi \in C(X)$. Покажем, что верна аксиома треугольника:

$$\begin{aligned} \rho(\mu, \nu) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(\mu - \nu)(g_n)|}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(\mu - \lambda + \lambda - \nu)(g_n)|}{2^n} \\ &\leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(\mu - \lambda)(g_n)| + |(\lambda - \nu)(g_n)|}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(\mu - \lambda)(g_n)|}{2^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|(\lambda - \nu)(g_n)|}{2^n} \\ &= \rho(\mu, \lambda) + \rho(\lambda, \nu), \end{aligned}$$

где $\mu, \nu, \lambda \in WH(X)$. Таким образом, ρ – метрика на $WH(X)$.

Для доказательства эквивалентности топологии поточечной сходимости и топологии, порожденной метрикой ρ , достаточно заметить, что

$$WH(X) = \bigcup \{\alpha OH(X) : \alpha \in [0, +\infty)\},$$

и показать непрерывность тождественного отображения $OH(X) \rightarrow (OH(X), \rho)$.

Пусть функции $\varphi_1, \dots, \varphi_k \in C(X)$ и число $\varepsilon > 0$ произвольны. Выберем такие $\psi_{n_1}, \dots, \psi_{n_k} \in C$, что $\|\psi_{n_i}\| = \|\varphi_i\|$ и $\|\psi_{n_i} - \varphi_i\| < \delta = \varepsilon / (M + 2)$, $i = 1, \dots, k$, где $M = \max\{\|\varphi_i\| : i = 1, \dots, k\}$. Положим

$$U_\delta(\nu) = \{\mu \in OH(X) : \rho(\mu, \nu) < \delta\}.$$

Тогда для любого $\mu \in U_\delta(\nu)$ имеем $\rho(\mu, \nu) = \sum_{n=1}^{\infty} |(\mu - \nu)(g_n)|/2^n < \delta$. Откуда $|(\mu - \nu)(g_{n_i})| < \delta$ и, следовательно, $|(\mu - \nu)(\psi_{n_i})| < \|\psi_{n_i}\|\delta \leq M\delta$. Имеем

$$\begin{aligned}\psi_{n_i} - \delta &\leq \varphi_i \leq \psi_{n_i} + \delta, \\ \mu(\psi_{n_i}) - \delta &\leq \mu(\varphi_i) \leq \mu(\psi_{n_i}) + \delta, \quad -\nu(\psi_{n_i}) - \delta \leq -\nu(\varphi_i) \leq -\nu(\psi_{n_i}) + \delta, \\ \mu(\psi_{n_i}) - \nu(\psi_{n_i}) - 2\delta &\leq \mu(\varphi_i) - \nu(\varphi_i) \leq \mu(\psi_{n_i}) - \nu(\psi_{n_i}) + 2\delta.\end{aligned}$$

Возможны следующие два случая:

1) если $\mu(\varphi_i) - \nu(\varphi_i) \geq 0$, то

$$|(\mu - \nu)(\varphi_i)| \leq |(\mu - \nu)(\psi_{n_i}) + 2\delta| \leq |(\mu - \nu)(\psi_{n_i})| + 2\delta < M\delta + 2\delta = (M+2)\delta = \varepsilon;$$

2) если $\mu(\varphi_i) - \nu(\varphi_i) \leq 0$, то

$$|(\mu - \nu)(\varphi_i)| \leq |(\mu - \nu)(\psi_{n_i}) - 2\delta| \leq |(\mu - \nu)(\psi_{n_i})| + 2\delta < M\delta + 2\delta = (M+2)\delta = \varepsilon.$$

Таким образом, $U_\delta(\nu) \subset \langle \nu; \varphi_1, \dots, \varphi_k; \varepsilon \rangle$. Теорема 1 доказана.

Заметим, что конструкция $ОН$ является функториальной [4]. Кроме того, функтор $ОН$ полунормален. Поэтому естественно возникает следующий

ВОПРОС 1. Является ли функтор $ОН$ слабо аддитивных однородных функционалов метризуемым?

Определение и факты, относящиеся к полунормальным и метризуемым функторам, можно найти в [5].

Обозначим $\mu_n \rightarrow \mu$, если последовательность $(\mu_n) \subset WH(X)$ сходится к $\mu \in WH(X)$ в топологии поточечной сходимости.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Пусть $\mu_n, \mu \in WH(X)$, $\mu_n \rightarrow \mu$. Предположим, что $\nu \leq \mu$, $\nu \in WH(X)$. Тогда существует последовательность $(\nu_n) \subset WH(X)$ такая, что $\nu_n \leq \mu_n$ и $\nu_n \rightarrow \nu$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Для произвольного $\varepsilon > 0$ существует $g \in C(X)$ такая, что $0 \leq g \leq 1$ и $\rho(g\mu, \nu) < \varepsilon$, где $g\mu$ определяется по правилу $g\mu(\varphi) = \mu(g\varphi)$, $\varphi \in C(X)$. Покажем это. Согласно теореме 1 топология на $WH(X)$, порожденная метрикой (1), эквивалентна топологии поточечной сходимости на $WH(X)$. Поэтому достаточно найти базисную окрестность ν , содержащую $g\mu$. Для этой цели рассмотрим неотрицательные непрерывные функции $\varphi_1, \dots, \varphi_k$ такие, что $\text{supp } \varphi_i \cap \text{supp } \varphi_j = \emptyset$ при $i \neq j$. Здесь через $\text{supp } \varphi_i$ обозначен носитель функции φ_i . Так как $\nu \leq \mu$, существуют числа $a_1, \dots, a_k$, $0 \leq a_i \leq 1$, такие, что $\nu(\varphi_i) = a_i \mu(\varphi_i)$, $i = 1, \dots, k$. Выберем такую непрерывную функцию $g: X \rightarrow \mathbb{R}$, чтобы $0 \leq g \leq 1$ и $g(x) = a_i$ при $x \in \text{supp } \varphi_i$, $i = 1, \dots, k$. Теперь очевидно, что $g\mu \in \langle \nu; \varphi_1, \dots, \varphi_k; \varepsilon \rangle$. Следовательно, можно выбрать последовательность (g_k) непрерывных функций таких, что $0 \leq g_k \leq 1$ и $g_k \mu \rightarrow \nu$. Но $g_k \mu_n \rightarrow g_k \mu$ при $n \rightarrow \infty$. Таким образом, существует последовательность чисел $k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_n \leq \dots$ такая, что $k_n \rightarrow \infty$ и $\nu_n = g_{k_n} \mu_n \rightarrow \nu$. Предложение 2 доказано.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Пусть X — метризуемый компакт, $0 < \alpha < 1$. Тогда отображение $(\mu, \nu) \rightarrow \alpha\mu + (1 - \alpha)\nu$ открыто на $WH(X) \times WH(X)$ и на $ОН(X) \times ОН(X)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Фиксируем функционалы $\mu, \nu \in WH(X)$, и положим $\lambda = \alpha\mu + (1 - \alpha)\nu$. Предположим, что последовательность $(\lambda_n) \subset WH(X)$ сходится к λ . Так как $\alpha\mu \leq \lambda$, в силу предложения 2 существует последовательность $(\mu_n) \subset WH(X)$ такая, что $\mu_n \leq \lambda_n$ и $\mu_n \rightarrow \alpha\mu$. Следовательно,

$$\frac{1}{\alpha}\mu_n \rightarrow \mu, \quad \frac{1}{1-\alpha}(\lambda_n - \mu_n) \rightarrow \nu.$$

Таким образом, $(\mu, \nu) \rightarrow \alpha\mu + (1 - \alpha)\nu$ – это открытое отображение произведения $WH(X) \times WH(X)$ на пространство $WH(X)$. Из выпуклости $OH(X)$ сразу извлекается, что соответствие $(\mu, \nu) \mapsto \alpha\mu + (1 - \alpha)\nu$ есть открытое отображение топологического произведения $OH(X) \times OH(X)$ на $OH(X)$. Предложение 3 доказано.

ТЕОРЕМА 4. Пусть X, Y – метризуемые компакты и $f: X \rightarrow Y$ – непрерывное отображение “на”. Отображение f открыто тогда и только тогда, когда $OH(f): OH(X) \rightarrow OH(Y)$ открыто в топологии поточечной сходимости.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $OH(f): OH(X) \rightarrow OH(Y)$ – открытое отображение относительно топологии поточечной сходимости. Допустим, что f не открыто в некоторой точке $x_0 \in X$ и пусть $y_0 = f(x_0)$. Тогда существуют $\varepsilon > 0$ и последовательность $(y_n) \subset Y$ такие, что $y_n \rightarrow y_0$ и $\rho(x_0, f^{-1}(y_n)) \geq \varepsilon$ для всех n , начиная с некоторого $n_0 \in N$. Выберем $\varphi \in C(X)$ такую, что $\varphi(x_0) = 1$ и $\varphi(x) = 0$ при $x \in \{x \in X : \rho(x, x_0) \geq \varepsilon\}$. Так как $\langle \delta_{x_0}; \varphi; \varepsilon \rangle$ является окрестностью δ_{x_0} , существуют n_0 и $\mu_n \in \langle \delta_{x_0}; \varphi; \varepsilon \rangle$ такие, что $OH(f)(\mu_n) = \delta_{y_n}$ при $n \geq n_0$. Имеем $\text{supp } \mu_n \subset f^{-1}(y_n)$. Поэтому $\mu_n(f) = 0$ и, следовательно, $\mu_n \notin \langle \delta_{x_0}; \varphi; \varepsilon \rangle$. Мы пришли к противоречию.

Пусть теперь $OH(f)$ – открытое отображение, $\mu \in OH(X)$, $\varepsilon > 0$ и $\varphi_1, \dots, \varphi_n: X \rightarrow [0, 1]$ – непрерывные функции. Установим, что $OH(f)(\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle)$ – открытая окрестность функционала $OH(f)(\mu) \in OH(Y)$. Выберем $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_m \in OH(X)$ и $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m > 0$ такие, что

$$1) \mu = \sum_{j=0}^m \alpha_j \mu_j, \quad \sum_{j=0}^m \alpha_j = 1,$$

$$2) \alpha_0 < \varepsilon/2,$$

$$3) \text{ колебание функций } \varphi_i \text{ на } \text{supp } \mu_j \text{ меньше } \varepsilon/2 \text{ для всех } i = 1, \dots, n \text{ и } j = 1, \dots, m.$$

Очевидно, что

$$\alpha_0 \cdot OH(X) + \alpha_1 \cdot \langle \mu_1; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle + \dots + \alpha_m \cdot \langle \mu_m; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle \subset \langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle,$$

откуда имеем

$$\begin{aligned} & \alpha_0 \cdot OH(Y) + \alpha_1 \cdot OH(f)(\langle \mu_1; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle) + \dots + \alpha_m \cdot OH(f)(\langle \mu_m; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle) \\ & \subset OH(f)(\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle). \end{aligned}$$

Поэтому для завершения доказательства теоремы достаточно показать, что множество $OH(f)(\langle \mu_j; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle)$ является окрестностью $OH(f)(\mu_j)$. Для $j = 1, \dots, m$ выберем открытое в X множество U_j , которое содержит носитель функционала μ_j и колебания функций $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ на U_j меньше $\varepsilon/2$. Тогда $V_j = f(U_j)$ – открытое в Y множество, содержащее носитель функционала $\nu_j = OH(f)(\mu_j)$. Рассмотрим открытую окрестность $\langle \nu_j; \psi_j; \varepsilon/2 \rangle$, где $\psi_j \in C(Y)$ и $\chi_{\text{supp } \nu_j} \leq \psi_j \leq \chi_{V_j}$. Пусть $\nu \in \langle \nu_j; \psi_j; \varepsilon/2 \rangle$. Возьмем $\zeta_0 \in OH(Y)$ и $\zeta \in OH(Y)$, $\text{supp } \zeta \subset V_j$, такие, что $\nu = \varepsilon\zeta_0/2 + (1 - \varepsilon/2)\zeta$. Тогда существуют $\xi_0 \in OH(X)$ и $\xi \in OH(X)$, $\text{supp } \xi \subset U_j$, такие,

что $OH(f)(\xi_0) = \zeta_0$ и $OH(f)(\xi) = \zeta$. Тогда $OH(f)(\varepsilon\xi_0/2 + (1 - \varepsilon/2)\xi) = \nu$ и

$$\begin{aligned} & \left| \left(\mu_j - \left(\frac{\varepsilon}{2} \xi_0 + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \xi \right) \right) (\varphi_i) \right| \\ &= \left| \left(\frac{\varepsilon}{2} \mu_j - \frac{\varepsilon}{2} \xi_0 \right) (\varphi_j) + \left(\left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \mu_j - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \xi \right) (\varphi_i) \right| \\ &\leq \frac{\varepsilon}{2} |(\mu_j - \xi_0)(\varphi_j)| + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) |(\mu_j - \xi)(\varphi_j)| \\ &\leq \frac{\varepsilon}{2} |(\mu_j - \xi_0)(\varphi_j)| + |(\mu_j - \xi)(\varphi_j)| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon \end{aligned}$$

для всех $i = 1, \dots, n$. Таким образом,

$$\frac{\varepsilon}{2} \xi_0 + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \xi \in \langle \mu_j; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle,$$

и, следовательно, $\nu \in OH(f)(\langle \mu_j; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle)$, т.е.

$$\langle \nu_j; \psi_j; \varepsilon/2 \rangle \subset OH(f)(\langle \mu_j; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle).$$

Теорема 4 доказана.

Автор выражает свои искренние благодарности рецензенту за исправления недостатков в первоначальном варианте работы.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] S. Z. Ditor, L. Eifler, “Some open mapping theorems for measures”, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **164** (1972), 287–293.
- [2] L. Q. Eifler, “Open mapping theorems for probability measures on metric spaces”, *Pacific J. Math.*, **66**:1 (1976), 89–97.
- [3] Л. Б. Шапиро, “Об операторах продолжения функций и нормальных функторах”, *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех.*, 1992, № 1, 35–42.
- [4] Г. Ф. Джаббаров, *Локально слабо сепарабельные пространства и функтор слабо аддитивных положительно-однородных функционалов*, Дис. ... канд. физ.-матем. наук, Национальный университет Узбекистана им. М. Улутбека, Ташкент, 2006.
- [5] В. В. Федорчук, “Тройки бесконечных итераций метризуемых функторов”, *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **54**:2 (1990), 396–417.

А. А. Заитов

Институт математики им. В. И. Романовского НАН
Узбекистана, г. Ташкент
E-mail: adilbek_zaitov@mail.ru

Поступило

29.05.2006

Исправленный вариант

21.01.2010