Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. А. Чалов, Тензорные произведения разнотипных
степенных пространств Кёте, *Матем. заметки*, 2008,
том 83, выпуск 4, 629–635

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm4571>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.108.108

26 апреля 2023 г., 12:37:45

Тензорные произведения разнотипных степенных пространств Кёте

П. А. Чалов

К изоморфной классификации тензорных произведений вида $E_0(a) \hat{\otimes} E_\infty(b)$ применяются многопрямоугольные характеристики $\mu_m^{(\lambda, c)}$. Выделен подкласс тензорных произведений такой, что двухпрямоугольная характеристика $\mu_2^{(\lambda, c)}$ является полным инвариантом на этом классе.

Библиография: 10 названий.

Пространством Кёте, определяемым матрицей Кёте $A = (a_{i,p})_{i,p \in \mathbb{N}}$, называют пространство Фреше

$$K(A) := K(a_{i,p}) = \left\{ x = (\xi_i) : |x|_p := \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i| a_{i,p} < \infty, p \in \mathbb{N} \right\}$$

с топологией, задаваемой системой преднорм $\{|\cdot|_p\}_{p \in \mathbb{N}}$ (см., например, [1], [2]); символом $e = (e_i)_{i \in \mathbb{N}}$, где $e_i = (\delta_{i,j})_{j \in \mathbb{N}}$, $i \in \mathbb{N}$, обозначают канонический базис этого пространства. В [3; с. 122] Гротендик ввел важный класс пространств

$$E_\alpha(a) := K(\exp(\alpha_p a_i)), \quad \text{где } a = (a_i), \quad a_i \geq 1, \quad \alpha_p \uparrow \alpha \quad (-\infty < \alpha \leq +\infty),$$

называемых [4] *степенными пространствами Кёте конечного типа*, если $\alpha < \infty$, и *бесконечного типа*, если $\alpha = \infty$ (их также называют центрами шкал Рисса [5] или пространствами степенных рядов [6]). Поскольку при $\alpha < +\infty$ пространства $E_\alpha(a)$ изоморфны между собой, обычно рассматривают только $E_0(a)$ и $E_\infty(a)$.

Следуя [7], [4], *степенным пространством Кёте первого рода* называют пространство

$$E(\lambda, c) := K\left(\exp\left(\left(-\frac{1}{p} + \lambda_i p\right) c_i\right)\right), \quad (1)$$

где $c = (c_k)_{k \in \mathbb{N}}$ и $\lambda = (\lambda_k)_{k \in \mathbb{N}}$ – последовательности положительных чисел. Поскольку пространства $E(\lambda, c)$ и $E(\tilde{\lambda}, c)$, где $\tilde{\lambda}_k = \min\{\lambda_k, 1\}$, совпадают, далее предполагаем, что

$$\lambda_k \leq 1, \quad k \in \mathbb{N}. \quad (2)$$

Кроме этого, будем считать, что $E(\lambda, c)$ – монтелевское пространство, т.е. $c_k \rightarrow \infty$.

Пространства $K(A)$ и $K(B)$ называются *перестановочно изоморфными*, если существует изоморфизм $T: K(A) \rightarrow K(B)$, определяемый формулой $Te_k = e_{\sigma(k)}$, $k \in \mathbb{N}$, где σ – биективное отображение $\mathbb{N}$ на себя.

Символом $X \widehat{\otimes} Y$ обозначают проективное тензорное произведение локально выпуклых пространств X и Y (см. [3], а также [8; с. 119]). Если $X = K(A)$, $Y = K(B)$, пространство $X \widehat{\otimes} Y$ естественно изоморфно пространству Кёте $K(C)$ с матрицей $C = (c_{k,p})$, где $c_{k,p} = a_{i_k,p} b_{j_k,p}$, а $k \mapsto (i_k, j_k)$ – какая-нибудь перенумерация элементов множества $\mathbb{N}^2$.

Пусть $a = (a_i) \rightarrow \infty$, $b = (b_j) \rightarrow \infty$. Пространство $E_0(a) \widehat{\otimes} E_\infty(b)$ можно отождествлять с пространством $E(\lambda, c)$ с $\lambda = (\lambda_k)$ и $c = (c_k)$, определяемыми формулами

$$c_k = \max\{a_{i_k}, b_{j_k}\}, \quad \lambda_k = \frac{b_{j_k}}{c_k}, \quad k \in \mathbb{N}, \quad (3)$$

где $k \mapsto (i_k, j_k)$ – какая-либо биекция $\mathbb{N}$ на $\mathbb{N}^2$. Заметим, что

$$c_k = a_{i_k}, \quad \text{если } \lambda_k < 1, \quad (4)$$

$$c_k = b_{j_k}, \quad \text{если } \lambda_k = 1. \quad (5)$$

Для каждой пары последовательностей (λ, c) , $\lambda = (\lambda_k)$, $c = (c_k)$, и m прямоугольников

$$P_l := [\delta_l, \varepsilon_l] \times [\tau_l, t_l], \quad (6)$$

определяемых четверкой m -мерных векторов

$$\delta = (\delta_l), \quad \varepsilon = (\varepsilon_l), \quad \tau = (\tau_l), \quad t = (t_l) \quad (7)$$

с $0 \leq \delta_l \leq \varepsilon_l$, $0 < \tau_l \leq t_l$, $l = 1, \dots, m$, введем m -прямоугольную характеристику, подсчитывающую число точек (λ_k, c_k) , попадающих в объединение прямоугольников P_l , $l = 1, \dots, m$:

$$\mu_m^{(\lambda, c)}(\delta, \varepsilon; \tau, t) = \left| \bigcup_{l=1}^m P_l^{(\lambda, c)} \right| := \left| \bigcup_{l=1}^m \{k : \delta_l \leq \lambda_k \leq \varepsilon_l, \tau_l \leq c_k \leq t_l\} \right|; \quad (8)$$

здесь $|M|$ означает число элементов множества M (или $+\infty$, если M бесконечно).

Будем говорить, что характеристики $\mu_m^{(\lambda, c)}$ и $\mu_m^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}$ эквивалентны, если существует константа $\alpha > 1$ и непрерывная биекция $\varphi: [0, 2] \rightarrow [0, 1]$, $\varphi(0) = 0$, такие, что выполняются оценки

$$\mu_m^{(\lambda, c)}(\delta, \varepsilon; \tau, t) \leq \mu_m^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}\left(\varphi(\delta), \varphi^{-1}(\varepsilon); \frac{\tau}{\alpha}, \alpha t\right), \quad (9)$$

$$\mu_m^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}(\delta, \varepsilon; \tau, t) \leq \mu_m^{(\lambda, c)}\left(\varphi(\delta), \varphi^{-1}(\varepsilon); \frac{\tau}{\alpha}, \alpha t\right) \quad (10)$$

для любого набора параметров (7) с $\varepsilon_l \leq 1$, $l = 1, \dots, m$. Иначе говоря, оценка (9) означает, что количество точек последовательности (λ_k, c_k) , попадающих в объединение m прямоугольников (6), не превосходит числа точек $(\tilde{\lambda}_l, \tilde{c}_l)$, содержащихся в объединении (α, φ) -расширений этих прямоугольников:

$$Q_l := [\varphi(\delta_l), \varphi^{-1}(\varepsilon_l)] \times \left[\frac{\tau_l}{\alpha}, \alpha t_l \right], \quad l = 1, \dots, m;$$

то же самое относится к оценке (10), если поменять ролями (λ, c) и $(\tilde{\lambda}, \tilde{c})$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1 [9; теорема 7]. Если пространства $E(\lambda, c)$ и $E(\tilde{\lambda}, \tilde{c})$ изоморфны, то для каждого $m \in \mathbb{N}$ функции $\mu_m^{(\lambda, c)}$ и $\mu_m^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}$ эквивалентны.

Последовательность $a = (a_i) \nearrow \infty$ называется лакунарной, если $\sup(a_{i+1}/a_i) = \infty$ и строго лакунарной, если $\lim(a_{i+1}/a_i) = \infty$. Последовательности $a = (a_i) \nearrow \infty$ и $\tilde{a} = (\tilde{a}_i) \nearrow \infty$ называются γ -согласованными ($\gamma > 1$), если

- (a) при каждом i таком, что $a_{i+1} > \gamma^2 a_i$, и при всех $j \in \mathbb{N}$ выполняется $\tilde{a}_j \notin (\gamma a_i, a_{i+1}/\gamma)$;
- (b) при каждом j таком, что $\tilde{a}_{j+1} > \gamma^2 \tilde{a}_j$, и при всех $i \in \mathbb{N}$ выполняется $a_i \notin (\gamma \tilde{a}_j, \tilde{a}_{j+1}/\gamma)$.

Если условия (a) и (b) выполняются с каким-нибудь $\gamma > 1$, последовательности a и $\tilde{a}$ будем называть просто согласованными.

ТЕОРЕМА 2. Пусть $a = (a_i) \nearrow \infty$, $b = (b_j) \nearrow \infty$, $\tilde{a} = (\tilde{a}_r) \nearrow \infty$ и $\tilde{b} = (\tilde{b}_s) \nearrow \infty$ – последовательности такие, что пространства $E_0(a) \hat{\otimes} E_\infty(b)$ и $E_0(\tilde{a}) \hat{\otimes} E_\infty(\tilde{b})$ изоморфны. Тогда последовательности a и $\tilde{a}$, а также b и $\tilde{b}$ согласованные.

ТЕОРЕМА 3. Пусть $d = (d_i)$ и $\tilde{d} = (\tilde{d}_i)$ – строго лакунарные последовательности положительных чисел, $(i_k)_{k \in \mathbb{N}}$ с $i_1 = 1$ и $(j_k)_{k \in \mathbb{N}}$ с $j_1 = 1$ – возрастающие последовательности натуральных чисел, последовательности $a = (a_i)$ и $\tilde{a} = (\tilde{a}_i)$ определены формулами

$$\begin{aligned} a_i &= d_k, & i_k \leq i < i_{k+1}, & & k \in \mathbb{N}, \\ \tilde{a}_r &= \tilde{d}_k, & j_k \leq r < j_{k+1}, & & k \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

и $b = (b_j) \rightarrow \infty$, $\tilde{b} = (\tilde{b}_s) \rightarrow \infty$. Тогда для пространств

$$X = E(\lambda, c) := E_0(a) \hat{\otimes} E_\infty(b) \quad \text{и} \quad \tilde{X} = E(\tilde{\lambda}, \tilde{c}) := E_0(\tilde{a}) \hat{\otimes} E_\infty(\tilde{b})$$

следующие утверждения равносильны:

- (i) функции $\mu_2^{(\lambda, c)}$ и $\mu_2^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}$ эквивалентны;
- (ii) пространства X и $\tilde{X}$ изоморфны;
- (iii) пространства X и $\tilde{X}$ перестановочно изоморфны.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 2. Так как пространства $E(\lambda, c)$ и $E(\tilde{\lambda}, \tilde{c})$ изоморфны, то по предложению 1 функции $\mu_1^{(\lambda, c)}$ и $\mu_1^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}$ эквивалентны, т.е. найдутся постоянная $\alpha > 1$ и непрерывная биекция $\varphi: [0, 2] \rightarrow [0, 1]$, $\varphi(0) = 0$, с которыми выполняются оценки

$$\mu_1^{(\lambda, c)}(\delta, \varepsilon; \tau, t) \leq \mu_1^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}\left(\varphi(\delta), \varphi^{-1}(\varepsilon); \frac{\tau}{\alpha}, \alpha t\right), \quad (11)$$

$$\mu_1^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}(\delta, \varepsilon; \tau, t) \leq \mu_1^{(\lambda, c)}\left(\varphi(\delta), \varphi^{-1}(\varepsilon); \frac{\tau}{\alpha}, \alpha t\right) \quad (12)$$

при всех значениях параметров $\delta, \varepsilon, \tau$ и t , удовлетворяющих условию

$$0 \leq \delta \leq \varepsilon \leq 1, \quad 0 < \tau \leq t < \infty. \quad (13)$$

Очевидно, что условия (11) и (12) сохраняются при увеличении константы α , поэтому можно считать также, что

$$\alpha > \frac{1}{\varphi(1)} \max \left\{ \frac{\tilde{b}_1}{a_1}, \frac{b_1}{\tilde{a}_1} \right\}. \quad (14)$$

Покажем, что при таком выборе α последовательности a и $\tilde{a}$ являются α -согласованными. Ввиду симметрии достаточно показать, что выполняется условие (а) в определении согласованности последовательностей.

Пусть $i_0 \in \mathbb{N}$ таково, что $\alpha^2 a_{i_0} < a_{i_0+1}$. Покажем, что для любых τ, t таких, что

$$a_{i_0} < \frac{\tau}{\alpha} \leq \alpha t < a_{i_0+1} \quad (15)$$

и любого $r \in \mathbb{N}$ выполняется $\tilde{a}_r \notin [\tau, t]$. Предположим противное, т.е., что существует $\tilde{a}_{r_0} \in [\tau, t]$ при некоторых τ и t , удовлетворяющих (15). Возьмем произвольное $\varepsilon < \varphi(1)$. Тогда ввиду (4)

$$\mu_1^{(\lambda, c)} \left(0, \varphi^{-1}(\varepsilon); \frac{\tau}{\alpha}, \alpha t \right) = \left| \left\{ (i, j) : \frac{b_j}{a_i} \leq \varphi^{-1}(\varepsilon), \frac{\tau}{\alpha} \leq a_i \leq \alpha t \right\} \right| = 0.$$

Поэтому, на основании условия (12) заключаем, что

$$\mu_1^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})} (0, \varepsilon; \tau, t) = \left| \left\{ (r, s) : \frac{\tilde{b}_s}{\tilde{a}_r} < \varepsilon, \tau \leq \tilde{a}_r \leq t \right\} \right| = 0. \quad (16)$$

Ввиду (14) и (15)

$$\frac{\tilde{b}_1}{\tilde{a}_{r_0}} \leq \frac{\tilde{b}_1}{\tau} < \frac{\tilde{b}_1}{\alpha a_{i_0}} \leq \frac{\tilde{b}_1}{\alpha a_1} < \varphi(1).$$

Поэтому точка $(\tilde{\lambda}_k, \tilde{c}_k) = (\tilde{b}_1/\tilde{a}_{r_0}, \tilde{a}_{r_0})$ такова, что $\tilde{\lambda}_k < \varepsilon$ и $\tau \leq \tilde{c}_k \leq t$, если $\varepsilon \in (\tilde{b}_1/\tilde{a}_{r_0}, \varphi(1))$, что противоречит равенству (16). Следовательно, последовательности a и $\tilde{a}$ являются α -согласованными.

Теперь докажем, что последовательности b и $\tilde{b}$ являются γ -согласованными с

$$\gamma = \max \left\{ \frac{\alpha}{\varphi(1)}, \frac{\tilde{a}_1}{\tilde{b}_1}, \frac{a_1}{b_1} \right\}. \quad (17)$$

Ввиду симметрии достаточно доказать только условие (а) определения согласованности последовательностей. Пусть $j_0 \in \mathbb{N}$ таково, что $\gamma^2 b_{j_0} < b_{j_0+1}$. Покажем, что для любых τ и t таких, что

$$b_{j_0} < \frac{\tau}{\gamma} \leq \gamma t < b_{j_0+1}, \quad (18)$$

$\tilde{b}_s \notin [\tau, t]$ при любом $s \in \mathbb{N}$. Из (17) и (18) следует, что на отрезке $[\tau/\alpha, \alpha t]$ нет ни одной точки b_j . Тогда ввиду (5) нет ни одной точки $(1, c_k)$ такой, что $c_k \in [\tau/\alpha, \alpha t]$. Поэтому всякая точка (λ_k, c_k) , для которой $c_k \in [\tau/\alpha, \alpha t]$, такова, что координата $\lambda_k < 1$ и, следовательно, ввиду (4) $c_k = a_{i_k}$. Отсюда, используя (17) и (18), выводим оценку

$$\lambda_k = \frac{b_{j_k}}{a_{i_k}} \leq \frac{b_{j_0}}{\tau/\alpha} = \frac{\alpha b_{j_0}}{\tau} = \frac{\gamma \varphi(1) b_{j_0}}{\gamma b_{j_0+1}} = \varphi(1).$$

Таким образом, доказано, что $\mu_1^{(\lambda, c)}(\varphi(1), 1; \tau/\alpha, \alpha t) = 0$. Отсюда и из оценки (12) заключаем, что

$$\mu_1^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}(1, 1; \tau, t) = |\{(r, s) : \tilde{b}_s \geq \tilde{a}_r, \tau \leq \tilde{b}_s \leq t\}| = 0.$$

Этим доказано, что последовательности b и $\tilde{b}$ являются γ -согласованными. Доказательство теоремы завершено.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 3. Импликация (iii) $\Rightarrow$ (ii) очевидна. По предложению 1 выполняется и (ii) $\Rightarrow$ (i). Таким образом, в доказательстве нуждается лишь импликация (i) $\Rightarrow$ (iii).

Пусть выполняется (i). Тогда, как и в доказательстве теоремы 2, выберем α и φ такие, что при $m = 2$ выполняются оценки (9), (10), а последовательности a и $\tilde{a}$ являются α -согласованными.

Обозначим через ν_0 номер, начиная с которого, выполняются оценки

$$d_{\nu+1} > \alpha^3 d_\nu, \quad \tilde{d}_{\nu+1} > \alpha^3 \tilde{d}_\nu. \quad (19)$$

Поскольку при уменьшении функции φ оценки (9), (10) сохраняются, можно считать, что

$$\varphi(1) < \min \left\{ \frac{1}{d_{\nu_0}}, \frac{1}{\tilde{d}_{\nu_0}} \right\}. \quad (20)$$

Будем строить биекцию $\sigma: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ так, чтобы выполнялись оценки

$$\varphi(\lambda_k) \leq \tilde{\lambda}_{\sigma(k)} \leq \varphi^{-1}(\lambda_k), \quad \frac{c_k}{\alpha} \leq \tilde{c}_{\sigma(k)} \leq \alpha c_k, \quad k \in \mathbb{N}, \quad (21)$$

на основании которых перестановочный оператор $T: E(\lambda, c) \rightarrow E(\tilde{\lambda}, \tilde{c})$, задаваемый формулой $Te_k = e_{\sigma(k)}$, $k \in \mathbb{N}$, будет искомым изоморфизмом. Благодаря теоретико-множественной конструкции Кантора–Бернштейна, для этого достаточно построить инъективные отображения $\sigma_1, \sigma_2: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ такие, чтобы выполнялись оценки (21) с σ_1 вместо σ и аналогичные оценки для σ_2 , в которых последовательности $(\tilde{\lambda}, \tilde{c})$ и (λ, c) меняются местами. Таким образом, ввиду симметрии, достаточно доказать только существование инъекции σ , удовлетворяющей (21).

Определим сначала многозначное отображение $\rho: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ по правилу

$$\rho(k) := \{\nu : (\tilde{\lambda}_\nu, \tilde{c}_\nu) \in Q_k\}, \quad (22)$$

где Q_k – (α, φ) -расширение прямоугольника P , состоящего из одной точки (λ_k, c_k) . Покажем, что это отображение удовлетворяет условию: для каждого конечного множества $K \subset \mathbb{N}$ справедлива оценка

$$\left| \bigcup_{k \in K} \rho(k) \right| \geq |K|. \quad (23)$$

Тогда согласно комбинаторной теореме Холла–Кёнига о различных представителях [10] существует инъективное отображение $\sigma: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ такое, что $\sigma(k) \in \rho(k)$, $k \in \mathbb{N}$, и, следовательно, удовлетворяющее (21).

Итак, доказательство теоремы сводится к установлению оценки (23). Пусть $S = \bigcup_{k \in K} Q_k$. Предположим сначала, что S – связное множество. Рассмотрим два прямоугольника

$$P^{(\nu)} = [\delta_\nu, \varepsilon_\nu] \times [\tau_\nu, t_\nu], \quad \nu = 1, 2, \quad (24)$$

таких, что

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0, & \varepsilon_1 &= 1, & \tau_1 &= \min\{c_k : \lambda_k = 1, k \in K\}, & t_1 &= \max\{c_k : \lambda_k = 1, k \in K\}, \\ \delta_2 &= 0, & \varepsilon_2 &= \max\{\lambda_k : k \in K, \lambda_k < \varphi(1)\}, \\ \tau_2 &= \min\{c_k : k \in K\}, & t_2 &= \max\{c_k : k \in K\}. \end{aligned}$$

Обозначим через $Q^{(\nu)}$ (α, φ) -расширения прямоугольников (24). Пусть $P = P^{(1)} \cup P^{(2)}$, $Q = Q^{(1)} \cup Q^{(2)}$, $M = \{(\tilde{\lambda}_\nu, \tilde{c}_\nu) \in Q \setminus S\}$. Тогда, учитывая (19), (20), это множество может быть покрыто конечным числом прямоугольников $D_\gamma, \gamma \in \Gamma$ таких, что

- 1) их (α, φ) -расширения C_γ попарно не пересекаются;
- 2) D_γ не имеют общих точек с множеством

$$S^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})} = \left\{ (\tilde{\lambda}_\nu, \tilde{c}_\nu) : \nu \in \rho(K) := \bigcup_{k \in K} \rho(k) \right\};$$

- 3) C_γ не пересекаются с $R := \{(\lambda_k, c_k) : k \in K\}$;
- 4) $(C_\gamma \cap P)^{(\lambda, c)} = C_\gamma^{(\lambda, c)}$ для всех $\gamma \in \Gamma$.

Применяя оценку (10) с $m = 1$ (оценку (12)) и оценку (9) с $m = 2$, получаем

$$|D_\gamma^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}| \leq |C_\gamma^{(\lambda, c)}|, \quad \gamma \in \Gamma, \quad |P^{(\lambda, c)}| \leq |Q^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}|. \quad (25)$$

Поскольку

$$Q^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})} = S^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})} \cup \left(\bigcup_{\gamma \in \Gamma} D_\gamma^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})} \right), \quad P^{(\lambda, c)} \supset R \cup \left(\bigcup_{\gamma \in \Gamma} (C_\gamma^{(\lambda, c)} \cap P) \right)$$

и множества в правых частях этих соотношений попарно не пересекаются, имеем

$$|Q^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}| = |S^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}| + \sum_{\gamma \in \Gamma} |D_\gamma^{(\tilde{\lambda}, \tilde{c})}|, \quad |P^{(\lambda, c)}| \geq |K| + \sum_{\gamma \in \Gamma} |C_\gamma^{(\lambda, c)}|. \quad (26)$$

Комбинируя (25) и (26), приходим к оценке (23), если S связно.

В общем случае, представим S как дизъюнктивное объединение компонент связности $S = \bigcup_{n=1}^N S^{(n)}$ и обозначим через $K_n = \{k \in K : Q_k \subset S^{(n)}\}$. Тогда, применяя полученный выше вывод к каждому из множеств K_n , получим оценки

$$|K_n| \leq |\rho(K_n)|, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Поскольку $\rho(K_n)$ попарно не пересекаются, получаем оценку (23) в общем случае. Теорема доказана.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] M. Meise, D. Vogt, *Introduction to Fuctional Analysis*, Oxf. Grad. Texts Math., **2**, Oxford Univ. Press, New York, 1997.
- [2] М. М. Драгилев, *Базисы в пространствах Кёте*, Изд-во Ростовского гос. ун-та, Ростов-на-Дону, 1983.
- [3] A. Grothendieck, *Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires*, Mem. Amer. Math. Soc., **16**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1955.
- [4] V. P. Zahariuta, “Linear topological invariants and their application to generalized power spaces”, *Turkish J. Math.*, **20**:2 (1996), 237–289.
- [5] Б. С. Митягин, “Аппроксимативная размерность и базисы в ядерных пространствах”, *УМН*, **16**:4 (1961), 63–132.
- [6] A. Pietsch, *Nukleare Lokalkonvexe Räume*, Schriftenreihe der Institute Für Mathematik bei der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Reihe A, Reine Mathematik, Heft 1, Akademie-Verlag, Berlin, 1965.
- [7] В. П. Захарюта, “Об изоморфизме и квазиэквивалентности базисов для степенных пространств Кёте”, *Труды 7-й зимней школы по математическому программированию и смежным вопросам* (Дрогобыч, 1974), ЦЭМИ, М., 1976, 101–126.
- [8] Х. Шефер, *Топологические векторные пространства*, Мир, М., 1971.
- [9] P. A. Chalov, T. Terzioğlu, V. P. Zahariuta, “First type power Köthe spaces and m -rectangular invariants”, *Dedicated to Professor Vyacheslav Pavlovich Zahariuta*, Linear Topol. Spaces Complex Anal., **3**, Sci. Tech. Res. Council Turkey, Ankara, 1997, 30–44.
- [10] М. Холл, *Комбинаторика*, Мир, М., 1970.

П. А. Чалов

Ростовский государственный университет, Ростов-на-Дону

E-mail: chalov@math.rsu.ru

Поступило

18.12.2006