Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Х. Хаханян, Функциональная алгебраическая модель,
эквивалентная штрих-реализуемости Клини, *Матем. за-
метки*, 2004, том 75, выпуск 1, 155–156

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm541>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.149

26 апреля 2023 г., 15:37:34

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ШТРИХ-РЕАЛИЗУЕМОСТИ КЛИНИ

В. Х. Хаханян

В одной из своих работ А. Г. Драгалин предложил очень общий подход к построению моделей в стиле равномерных алгебр для нестандартных логик и, в частности, для интуиционистской логики (см. [1]). Изложение (достаточно ясное, но без очевидных деталей) сопровождается рядом примеров для арифметики (также см. [1]). В последнем из примеров рассматривается штрих-реализуемость Клини (см. [2, столбец C]), и автор приводит "... модель, соответствующую штрих-реализуемости Клини ..." [1, с. 194]. Однако связь между приводимой моделью и штрих-реализуемостью Клини такова: "... $\|\varphi\| = T \Leftrightarrow ((\varphi) \wedge \text{HA} \vdash \varphi)$ " (см. также [1, с. 195]; сравни с [3]). Конечно, с помощью приведенной модели (соответствующей именно формульной реализуемости из [3]) можно доказать свойства дизъюнктивности и экзистенциальности для арифметики (именно этот результат и стремится получить автор, используя подходящую равномерную алгебру). Однако штрих-реализуемость Клини не совпадает с выводимостью в интуиционистской арифметике HA.

Как отмечалось выше, в [1] дается ряд примеров, в которых для той или иной модели HA (в том числе и для моделей реализуемого типа) приводится соответствующая этой модели функциональная псевдобулева алгебра (ФПБА). Точная формулировка ФПБА дана в [1] и здесь мы отметим кратко только факты, необходимые для дальнейшего. Если F – множество форм ФПБА, то для любых f и g из F (f и g – формы с одним и тем же количеством аргументных мест) существуют формы из F : $f \wedge g$, $f \vee g$, $f \supset g$ с тем же набором аргументных мест. Затем определяется функциональная алгебраическая модель (ФАМ) для логико-математического языка и для заданной ФАМ опреде-

ляется значение в ней для всякой формулы нашего языка. Главное отличие от обычных алгебраических моделей в том, что значением $\|\varphi\|$ формулы φ будет некоторая форма f_φ из ФПА. Теперь можно фиксировать язык арифметики, объектную область и функцию $\widehat{Cnst}$. После этого каждая модель определяется заданием набора: B (псевдобулева алгебра), F и Pt -оценка предикатов.

Пусть заданная ФПА – модель для штрих-реализуемости Клини, т.е. имеется такое отображение формул языка арифметики в множество форм, что для всякой формулы φ : она $|$ -реализуема тогда и только тогда, когда $f_\varphi \in 1$ (единица алгебры B). Рассмотрим два различных, неразрешимых в НА, утверждения φ и ψ (т.е. $НА \not\vdash \varphi$, $НА \not\vdash \psi$, $НА \not\vdash \neg\varphi$, $НА \not\vdash \neg\psi$). Так как в НА не выводятся φ и ψ , то формулы $\neg\varphi$ и $\neg\psi$ являются невыводимыми, $|$ -реализуемыми формулами языка арифметики. Если в ФАМ им соответствуют формы $F_{\neg\varphi}$ и $F_{\neg\psi}$ соответственно, то эти формы принадлежат 1 алгебры, а тогда форма $F_{\neg\varphi} \vee F_{\neg\psi} = F_{\neg\varphi \vee \neg\psi}$ (соответствующая в ФАМ формуле $\neg\varphi \vee \neg\psi$, см. [1, с. 187]), также принадлежит 1 нашей алгебры и, следовательно, формула $\neg\varphi \vee \neg\psi$ является $|$ -реализуемой. Но это влечет, что $НА \vdash \varphi$ или $НА \vdash \psi$, что невозможно в силу выбора φ и ψ . Таким образом, доказана

ТЕОРЕМА. *Не существует ФПА, соответствующей $|$ -реализуемости Клини.*

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Драгалин А. Г. Функциональные алгебраические модели // Семиотика и информатика. Т. XIII. М.: ВИНТИ, 1979. С. 184–195.
2. Kleene S. C. // Lecture Notes in Math. 1973. V. 337. P. 96.
3. Драгалин А. Г. Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. М.: Наука, 1979.

Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ)
E-mail: valkhakhanian@mtu-net.ru

Поступило
14.01.2002