Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Аккарди, О. Г. Смолянов, Операторы Лапласа–Леви в пространствах функций на оснащенных гильбертовых пространствах, *Матем. заметки*, 2002, том 72, выпуск 1, 145–150

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm658>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.7.115

26 апреля 2023 г., 06:24:35

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОПЕРАТОРЫ ЛАПЛАСА–ЛЕВИ В ПРОСТРАНСТВАХ ФУНКЦИЙ НА ОСНАЩЕННЫХ ГИЛЬБЕРТОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Л. Аккарди, О. Г. Смолянов

Приведен ряд результатов об аналитических свойствах оператора Лапласа–Леви (лапласиана Леви), в том числе о порождаемых им полугруппах. При этом используются методы исследования, аналогичные тем, которые развиты для операторов Лапласа–Вольтерры; соответствующие результаты также в ряде случаев оказываются аналогичными (все определения приводятся ниже). Аналогия возникает из-за перехода от гильбертова пространства к оснащеному гильбертову пространству; гильбертово пространство фактически описывает вырожденную ситуацию (ср. [1], [2]): именно в этом случае лапласиан Леви проявляет “необычные” свойства (ср. [3], [4]). Используемый подход развивает методы, предложенные в [1], [5]–[8].

1. Определения и предварительные сведения. В этом и следующих разделах описывается связь между операторами Лапласа и операцией дифференцирования. Если не оговорено противное, векторные пространства предполагаются вещественными; если E и G – локально выпуклые пространства (ЛВП), то символом $L(E, G)$ обозначается пространство всех линейных непрерывных отображений E в G ; если $G = \mathbb{R}^1$, то вместо $L(E, G)$ используется символ E^* . Отображение $F: E \rightarrow G$ называется *дифференцируемым (по Адамару)* в точке $x \in E$, если существует элемент $F'(x) \in L(E, G)$, называемый производной отображения F в точке x , такой, что, если $r_x(h) = F(x+h) - F(x) - F'(x)h$, то, каковы бы ни были сходящаяся последовательность $(h_n) \subset E$ и сходящаяся к нулю последовательность $(t_n) \subset \mathbb{R}$, $t_n^{-1}r_x(t_n h_n) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Производные высших порядков определяются по индукции; при этом пространства $L(E, G)$, $L(E, L(E, G))$ и т. д. наделяются топологией сходимости на секвенциально компактных подмножествах. Отображение $F: E \rightarrow G$ называется C^n -отображением ($n \in \mathbb{N}$), если оно всюду n раз дифференцируемо, причем F и все отображения $F^{(k)}: E \rightarrow L(E, \dots, L(E, G), \dots)$, $k = 1, 2, \dots, n$, непрерывны. Векторное пространство всех C^n -отображений пространства E в G обозначается символом $C^n(E, G)$; если $G = \mathbb{R}^1$, то вместо символа $C^n(E, G)$ используется символ $C^n(E)$; векторное пространство всех вещественных функций на E обозначается символом $\mathcal{F}(E)$. Следующее определение является мотивировкой определения оператора Лапласа.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1 [1]. Пусть S_0 – линейный функционал, определенный на векторном подпространстве $\text{dom } S_0$ векторного пространства $L(E, E^*)$. *Однородным линейным дифференциальным оператором второго порядка* (задаваемым функционалом S_0) в пространстве функций на E называется линейное отображение некоторого подпространства пространства $C^2(E)$ в пространство $\mathcal{F}(E)$, обозначаемое символом Δ_{S_0} и определяемое так: $\text{dom } \Delta_{S_0} = \{g \in C^2(E): \forall x \in E \ g''(x) \in \text{dom } S_0\}$; если $f \in \text{dom } \Delta_{S_0}$, то $(\Delta_{S_0} g)(x) = S_0(g''(x))$.

Аналогично можно определить и (неоднородные) линейные дифференциальные операторы произвольного порядка [9] в $C^n(E)$.

Работа второго автора выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 99-01-01212.

Линейное отображение векторного подпространства пространства $\mathcal{F}(E)$ в $\mathcal{F}(E)$, сужение которого на $C^n(E)$ является дифференциальным оператором, также называется дифференциальным оператором.

ПРИМЕР 1. Пусть $A \in L(E, E)$ и $S_0^A(B) = \text{tr}(BA)$ для подходящих $B \in L(E, E^*)$; тогда $\Delta_{S_0^A}$ называется *оператором Лапласа–Вольтерры*. При этом обычно предполагается, что E – гильбертово пространство (именно этот случай рассматривался Л. Гроссом и Ю. Л. Далецким).

2. Операторы Лапласа. Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство, предполагаемое отождествленным со своим гильбертовым сопряженным H^* , E – ЛВП, являющееся – как векторное пространство – плотным векторным подпространством в H , причем предполагается, что каноническое вложение E в H непрерывно. Пусть E^* наделено (какой-либо) локально выпуклой топологией, согласующейся с двойственностью между E^* и E ; тогда отображение $H^*(=H) \rightarrow E^*$, сопряженное к вложению $E \rightarrow H$, оказывается непрерывным и инъективным, причем его образ плотен в E^* . Описанные объекты образуют оснащенное гильбертово пространство $E \subset H = H^* \subset E^*$; отметим еще, что если $x \in E$, $g \in H \subset E^*$, то – в естественных обозначениях – $(x, g)_H = \langle g, x \rangle (\equiv g(x))$. Пусть $e = (e_n)$ – ортонормированный базис в H , состоящий из элементов E . Далее предполагается, что линейная оболочка E_e базиса e плотна в E .

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n e_n$ сходится к элементу $f \in E^*$ в топологии $\sigma(E^*, E_e)$ в том и только том случае, если $\forall n \ a_n = f(e_n)$.

СЛЕДСТВИЕ 1. Отображение $A: E^* \ni f \mapsto (f(e_n)) \in \mathbb{R}^{\infty}$ является гомеоморфизмом пространства $(E^*, \sigma(E^*, E_e))$ на его образ в $\mathbb{R}^{\infty}$.

СЛЕДСТВИЕ 2. Отображение A из следствия 1 является непрерывной биекцией E^* на $A(E^*)$.

Далее символ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n e_n$ обозначает (единственный) элемент f пространства E^* , для которого $f(e_n) = a_n$, если такой элемент существует.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Если $f \in E^*$, $g \in E$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(e_n)g(e_n)$ может (вообще говоря) оказаться расходящимся (см. далее пример 2).

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Следующие утверждения равносильны:

- (1) $\forall f \in E^*, g \in E$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(e_n)g(e_n)$ сходится;
- (2) $\forall f \in E^*$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(e_n)e_n$ сходится в топологии $\sigma(E^*, E)$;
- (3) $\forall g \in E$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} g(e_n)e_n$ сходится в топологии $\sigma(E, E^*)$.

ПРИМЕР 2. Пусть $H = L_2(-1, 1)$, $E = C[-1, 1]$; тогда E^* – это пространство всех (знакопеременных) борелевских мер на $[-1, 1]$. Пусть для каждого $n = 0, 1, 2, \dots$ $e_n(t) = c_n \cos(\frac{\pi}{2}nt)$. Пусть, далее, $f \in C[-1, 1]$ – функция, ряд Фурье которой расходится в нуле. Это означает, что ряд

$$\sum_{j=1}^{\infty} f(e_j)\delta(e_j) = \sum_{j=1}^{\infty} f(e_j)e_j(0)$$

расходится.

ПРИМЕР 3. Пусть D – (строго) положительно определенный оператор Гильберта–Шмидта в H , (e_n) – (ортонормированный) базис в H , состоящий из собственных векторов оператора D , $E = \bigcap_n D^n H$, причем предполагается, что E наделено топологией, определяемой семейством гильбертовых норм $\|\cdot\|_p$, $(\|h\|_p)^2 = (D^{-p}h, D^{-p}h)_H$. Тогда E – это (рефлексивное) ядерное пространство Фреше, и для каждого $g \in E^*$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \langle g, e_n \rangle e_n$ сходится в E^* даже в сильной топологии.

Пусть теперь $\mathcal{F}_e(E)$ – множество всех функций $f \in \mathcal{F}(E)$, дважды дифференцируемых по направлениям векторов базиса e . Пусть, далее, S – положительный линейный функционал, определенный на некотором векторном подпространстве $\text{dom } S$ пространства последовательностей, содержащем пространство ℓ_1 .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Оператором Лапласа на $\mathbf{F}_e(E)$ (задаваемым функционалом S) называется отображение $\Delta_S: \text{dom } \Delta_S \rightarrow \mathcal{F}(E)$, где

$$\text{dom } \Delta_S = \{f \in \mathcal{F}_e(E) : (f''_{jj}(x)) \in \text{dom } S\} \quad \left(\text{и } f''_{jj}(x) = \frac{d^2}{dt^2} \bigg|_{t=0} f(x + te_j) \right),$$

определяемое так:

$$(\Delta_S f)(x) = S((f''_{jj}(x))_{j=1}^\infty).$$

Если при этом $\ell_1 \subset \ker S$, то оператор Δ_S называется оператором Лапласа–Леви; если $S((x_n)) = \sum a_n x_n$, где $a_n \geq 0$, то Δ_S – это оператор Лапласа–Вольтерры.

Сейчас будет показано, что подобно тому, как оператор Лапласа–Вольтерры связан с понятием (обычного) следа (см. пример 1), оператор Лапласа–Леви связан с аналогичным объектом – следом Леви.

Пусть функционал S_c определяется так:

$$\text{dom } S_c = \left\{ (a_n) \in \mathbb{R}^\infty : \exists \lim_n \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j \right\}, \quad S_c((a_n)) = \lim_n \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j$$

(т.е. S_c – чезаровское среднее соответствующей последовательности). Оператор Δ_{S_c} называется классическим лапласианом Леви и обозначается далее $\Delta_{\mathcal{L}}$.

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Аналогично можно определить чезаровское среднее и для элементов пространства G^∞ (где G – ЛВП), а с его помощью и классический лапласиан Леви для отображений из E в G .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. След Леви (относительно базиса e) – это функционал $\text{tr } \mathcal{L}$ на (части) $L(E, E^*)$, определяемый равенством $\text{tr } \mathcal{L} A = S_c(\langle \langle A e_j, e_j \rangle \rangle)$. Аналогично определяется и след Леви на $L(E, L(E, G))$. Если $f \in C^2(E)$, то $\Delta_{\text{tr } \mathcal{L}} f(x) = \Delta_{S_c} f(x) = \Delta_{\mathcal{L}} f(x) = \text{tr } \mathcal{L} f''(x)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Скалярное произведение Леви $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}}$ (относительно базиса e) определяется так:

$$\text{dom } \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}} = \{(a, b) \in E^* \times E^* : (\langle a, e_j \rangle \cdot \langle b, e_j \rangle) \in \text{dom } S_c\};$$

если $(a, b) \in \text{dom } \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}}$, то

$$\langle a, b \rangle_{\mathcal{L}} = S_c(\langle \langle a, e_j \rangle \cdot \langle b, e_j \rangle \rangle).$$

ЗАМЕЧАНИЕ 4. Область определения скалярного произведения Леви не обязана быть векторным пространством; более того, векторным пространством может не быть (пример 4) даже множество E_0^* тех $f \in E^*$, для которых существует скалярный квадрат Леви $\langle f, f \rangle$.

ПРИМЕР 4. Пусть выполнены предположения примера 2, и пусть $n_1 < n_2 < n_3 \dots$ – последовательность натуральных чисел, для которой $n_{j+1}/n_j \rightarrow \infty$. Пусть $f_k = \sum_{j=1}^\infty a_j^k e_j \in E^*$ ($k = 1, 2$), где $a_j^1 = 1$ для четных j и $a_j^1 = 0$ для нечетных j ; $a_j^2 = 1$ для четных $j \in [n_{2m}, n_{2m+1}]$, $a_j^2 = 1$ для нечетных $j \in [n_{2m-1}, n_{2m}]$ и $a_j^2 = 0$ для всех остальных j . Тогда $\langle f_1, f_1 \rangle_{\mathcal{L}} = \langle f_2, f_2 \rangle_{\mathcal{L}} = 1/2$, но $\langle f_1 + f_2, f_1 + f_2 \rangle_{\mathcal{L}}$ не существует.

ПРИМЕР 5. Если $a \in E^*$ и $A = a \otimes a (\in L(E, E^*))$, то $\text{tr } \mathcal{L} A = \langle a, a \rangle_{\mathcal{L}}$.

Сейчас будет приведен пример векторного подпространства $E_{\mathcal{L}}$ в E^* такого, что $E_{\mathcal{L}} \times E_{\mathcal{L}} \subset \text{dom } \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}}$. При этом предполагается, что выполнены условия примера 3; общий случай рассматривается аналогично. Для каждого $\lambda \in (0, \pi)$ пусть $s_\lambda = \sum \sin(\lambda n) e_n (\in E^*)$; пусть, далее, ν – σ -аддитивная борелевская мера на $(0, \pi)$, и для каждой функции $\varphi \in L_1((0, 1), \nu) \cap L_2((0, 1), \nu)$ пусть

$$s_\varphi = \int_0^\pi \varphi(\lambda) s_\lambda \nu(d\lambda) \quad (\in E^*).$$

Пусть, наконец, S^ν – это образ пространства $L_1(0, \pi)$ при отображении $f \mapsto s_f$. Тогда $S^\nu \times S^\nu \subset \text{dom } \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}}$, причем сужение $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}}$ на $S^\nu \times S^\nu$ – это скалярное произведение на S^ν (если носитель ν бесконечен, то $(S^\nu, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}})$ неполно). Отметим, что

$$\langle s_\varphi, s_\psi \rangle_{\mathcal{L}} = \int_0^\pi \varphi(\lambda) \psi(\lambda) \nu(d\lambda).$$

3. Аналитические свойства лапласианов Леви.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Если $g \in C^2(E)$, $f \in C^2(\mathbb{R}^1)$, то

$$\Delta \mathcal{L}(f \circ g)(x) = f''(g(x))\langle g'(x), g'(x) \rangle_{\mathcal{L}} + f'(g(x))(\Delta \mathcal{L}g)(x).$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Согласно цепному правилу

$$(f \circ g)''(x) = f''(g(x))(g'(x) \otimes g'(x)) + f'(g(x)) \cdot g''(x),$$

и остается применить отображение $\text{tr}_{\mathcal{L}}$ к обеим частям равенства.

СЛЕДСТВИЕ 3. Пусть выполнены предположения предыдущего предложения. Если $\Delta \mathcal{L}g = 0$, то $\Delta \mathcal{L}(f \circ g)(x) = f''(g(x))\langle g'(x), g'(x) \rangle_{\mathcal{L}}$. Если $\langle g'(x), g'(x) \rangle_{\mathcal{L}} = 0$ (так будет, в частности, если $E = H = E^*$), то получается формула, обычно появляющаяся в текстах о лапласиане Леви: $\Delta \mathcal{L}(f \circ g)(x) = f'(g(x))(\Delta \mathcal{L}g)(x)$. Наконец, если одновременно $\Delta \mathcal{L}g = 0$ и $\langle g'(x), g'(x) \rangle_{\mathcal{L}} = 0$, то $\Delta \mathcal{L}(f \circ g)(x) = 0$.

СЛЕДСТВИЕ 4. Пусть $a \in E^*$ и $P_a: E \rightarrow \mathbb{R}^1$ — однородный полином: $P_a(\xi) = \langle a, \xi \rangle^k$. Тогда $\Delta \mathcal{L}P_a(\xi) = k(k-1)\langle a, a \rangle_{\mathcal{L}} \cdot \langle a, \xi \rangle^{k-2}$ (это означает, что обе части равенства существуют одновременно и в этом случае равны). В частности, если $\langle a, a \rangle_{\mathcal{L}} = 0$ (например, если $a \in H$), то $\Delta \mathcal{L}P_a(\xi) = 0$ для всех $\xi \in E$.

ПРИМЕР 6. Если $f \in E^*$, $F(\xi) = e^{\langle f, \xi \rangle}$, причем существует скалярный квадрат $\langle f, f \rangle_{\mathcal{L}}$, то $(\Delta \mathcal{L}F)(\xi) = \langle f, f \rangle_{\mathcal{L}} e^{\langle f, \xi \rangle}$.

Если $\Psi(\xi) = f((\xi, \xi)_H)$, то $(\Delta \mathcal{L}\Psi)(\xi) = 2f'((\xi, \xi)_H)$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3 (формула Лейбница). Если $g, f \in C^2(E)$, то

$$\Delta \mathcal{L}(f \cdot g)(x) = (g \cdot \Delta \mathcal{L}f)(x) + (f \cdot \Delta \mathcal{L}g)(x) + 2\langle f'(x), g'(x) \rangle_{\mathcal{L}}.$$

Доказательство аналогично доказательству предложения 2.

СЛЕДСТВИЕ 5. Если $E = H = E^*$, то $\langle f'(x), g'(x) \rangle_{\mathcal{L}} = 0$, и получается известная формула

$$\Delta \mathcal{L}(f \cdot g)(x) = (g \cdot \Delta \mathcal{L}f)(x) + (f \cdot \Delta \mathcal{L}g)(x).$$

4. Решение уравнений теплопроводности с лапласианом Леви.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 4. Если $f \in E^*$ и $\langle f, f \rangle_{\mathcal{L}}$ существует, то функции

$$F_1(t, \xi) = e^{t\langle f, f \rangle_{\mathcal{L}}} e^{\langle f, \xi \rangle} \quad \text{и} \quad F_2(t, \xi) = e^{2t} e^{\langle \xi, \xi \rangle_H}$$

являются решениями “уравнения теплопроводности Леви”

$$\frac{\partial}{\partial t} F(t, \xi) = \Delta \mathcal{L}F(t, \xi).$$

ТЕОРЕМА 1. Пусть G — (борелевское) подмножество множества E_0^* и ν — конечная счетноаддитивная мера на G , причем $\int e^{t\langle f, f \rangle_{\mathcal{L}}} e^{\langle f, x \rangle} \|\nu\| (df) < \infty$ для каждого x ($\|\nu\|$ — вариация меры ν). Тогда функция g , определяемая равенством

$$g(t, x) = \int e^{t\langle f, f \rangle_{\mathcal{L}}} e^{\langle f, x \rangle} \nu(df),$$

является решением уравнения теплопроводности Леви.

ЗАМЕЧАНИЕ 5. Функция $\tilde{\nu}(x)$, определяемая равенством $\tilde{\nu} = \int e^{\langle f, x \rangle} \nu(df)$ (если интеграл справа существует), называется *преобразованием Лапласа меры ν* . Предыдущая теорема означает, что преобразование Лапласа меры $e^{t\langle f, f \rangle} \mathcal{L} \nu$ является решением уравнения теплопроводности Леви. Можно также сказать (введя подходящее определение свертки функции и меры), что этим решением является свертка функции $\tilde{\nu}(x)$ и фундаментального решения задачи Коши, обратным преобразованием Лапласа которого является функция $e^{t\langle f, f \rangle} \mathcal{L}$. Фактически этот результат был получен в [5] (ср. [10]), где вместо преобразования Лапласа использовалось преобразование Фурье.

Пусть для каждого $\beta > 0$ μ_β – счетно аддитивная конечная положительная мера на пространстве S^ν (пример 5), сосредоточенная на сфере S_β радиуса β , $L_2(S_\beta)$ – пространство комплексных функций на E^* , квадратично интегрируемых по мере μ_β (каждая такая функция μ_β -почти всюду определяется ее сужением на S_β), и H_β – пространство преобразований Лапласа (соответственно H_β^F – пространство преобразований Фурье) мер, являющихся произведениями функций из $L_2(S_\beta)$ и меры μ_β ; предполагается, что H_β (H_β^F) наделено структурой гильбертова пространства, порождаемой скалярным произведением в $L_2(S_\beta)$. Пусть, далее, γ – σ -конечная неотрицательная мера на $(0, \infty)$ и $\mathbf{H}$ ($\mathbf{H}^F$) – порождаемая ею непрерывная прямая сумма пространств H_β (пространств H_β^F).

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 5 (ср. с [1], [2], [5]). Для каждого $\beta > 0$ преобразование Лапласа (соответственно, преобразование Фурье) меры μ_β является собственной функцией лапласиана Леви, соответствующей собственному значению β^2 (соответственно собственному значению $-\beta^2$).

ТЕОРЕМА 2. Сужение лапласиана Леви на пространство $\mathbf{H}$ (соответственно на $\mathbf{H}^F$) определяет самосопряженный в существенном оператор $\Delta \mathcal{L} \mathbf{H}$ в этом пространстве, причем если $f(\cdot) \in \text{dom } \Delta \mathcal{L} \mathbf{H}$, $f = \int_0^\infty f(\beta) \gamma(d\beta)$, то

$$e^{t\Delta \mathcal{L} \mathbf{H}} f = \int_0^\infty e^{t\beta^2} f(\beta) \gamma(d\beta)$$

(соответственно $e^{t\Delta \mathcal{L} \mathbf{H}} f = \int_0^\infty e^{-t\beta^2} f(\beta) \gamma(d\beta)$).

Пусть F – линейный измеримый функционал на E^* , $\delta > 0$, причем для каждого $\beta > 0$ $\mu_\beta\{x: |F(x)|^\delta = \beta^2\} > 0$ и для каждого $\lambda \in \mathbb{R}^1$ η_λ – мера на S^ν , сосредоточенная на $S_{|\lambda|^\delta} \cap \{x: F(x) = \lambda\}$ и совпадающая на этом множестве с сужением на него меры μ_β . Пусть еще L_2^λ – пространство комплексных η_λ -квадратично интегрируемых функций на E^* , γ_0 – неотрицательная мера на $\mathbb{R}^1$ и $\mathbf{H}_0$ (соответственно $\mathbf{H}_0^F$) – порождаемая ею непрерывная прямая сумма гильбертовых пространств H_λ (H_λ^F), определяемых аналогично предыдущему.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 6. Сужение лапласиана Леви на $\mathbf{H}_0$ (соответственно на $\mathbf{H}_0^F$) определяет самосопряженный в существенном оператор $\Delta \mathcal{L} \mathbf{H}_0$ в этом пространстве, причем если

$$f = \int_{-\infty}^\infty f(\lambda) \gamma_0(d\lambda) \in \text{dom } \Delta \mathcal{L} \mathbf{H}_0,$$

то

$$e^{t\Delta \mathcal{L} \mathbf{H}_0} f = \int_{-\infty}^\infty e^{t|\lambda|^\delta} f(\lambda) \gamma_0(d\lambda)$$

(соответственно $e^{t\Delta \mathcal{L} \mathbf{H}_0} f = \int_{-\infty}^\infty e^{-t|\lambda|^\delta} f(\lambda) \gamma_0(d\lambda)$).

ЗАМЕЧАНИЕ 6. Если $\delta \in [1, 2]$, то вычисление последнего интеграла сводится к нахождению математического ожидания относительно устойчивого распределения с показателем δ . Отметим еще, что меры η_λ можно построить как поверхностные меры, порождаемые некоторой гладкой мерой η на E^* ; выбрав в качестве η подходящую гауссовскую меру, можно получить ряд результатов, восходящих к Сайто (см. [11], [12]), использовавшему “white noise analysis” Т. Хиды.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Accardi L., Smolyanov O. G. // Confer. Sem. Univ. Bari. 1993. V. 250. P. 1–25. 2. Accardi L., Obata N. // White Noise Analysis and Quantum Probability / ed. N. Obata. Kokyoroiki № 874. Kyoto: RIMS, 1994. P. 8–19. 3. Kuo H.-H., Obata N., Saito K. // J. Functional Anal. 1990. V. 94. P. 74–92. 4. Kuo H.-H. White Noise Distribution Theory. CRC Press, 1996. 5. Аккарди Л., Розелли П., Смолянов О. Г. // Матем. заметки. 1993. Т. 54. № 5. С. 144–149. 6. Аккарди Л., Смолянов О. Г. // Докл. РАН. 1995. Т. 342. № 4. С. 442–446. 7. Аккарди Л., Смолянов О. Г. // Докл. РАН. 1995. Т. 342. № 5. С. 234–237. 8. Аккарди Л., Смолянов О. Г. // Матем. заметки. 1998. Т. 64. № 4. С. 483–492. 9. Смолянов О. Г. // УМН. 1973. Т. 28. № 5. С. 251–252. 10. Accardi L., Ouerdiane H. Fonctionnelles analytiques associées à l'opérateur de Laplace–Levy. Preprint № 477. Centro Vito Volterra, 2001. 11. Saito K., Tsoi A. H. // Infinite-Dimensional Analysis. Quantum Probability and Related Topics. 1999. V. 2. P. 503–510. 12. Kuo H.-H., Obata N., Saito K. // Infinite-Dimensional Analysis. Quantum Probability and Related Topics. 2002 (to appear).