Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Нгуен Суан Тхао, Базисный аналог H -функции многих переменных, *Матем. заметки*, 2000, том 67, выпуск 5, 738–744

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm891>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 12:52:37

БАЗИСНЫЙ АНАЛОГ H -ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Нгуен Суан Тхао

В настоящей работе построен базисный аналог H -функции многих переменных с ядром, зависящим от произведений q -гамма-функций, включающий, в частности, например, H -функцию n переменных, G -функцию n переменных. Получены достаточное условие сходимости базисного аналога H -функции n переменных, интегральные связи и смежные соотношения.

Библиография: 22 названия.

1. Введение. В 1961 году Фокс дал основное определение H -функции [1], частный случай которого G -функция Мейера [2], [3] также хорошо известен. В работах [4]–[6] определена H -функция двух переменных с помощью двумерного интеграла Меллина–Барнса. В 1987 году Ву Ким Туан получил критерии сходимости G -функции двух переменных [7]. Используя это, Ву Ким Туан построил теорию двумерного G -преобразования и нашел его композиционную структуру в специальных пространствах функций [7]. В 1992 году одновременно были опубликованы две статьи: Нгуен Тхань Хай, О.И. Маричев и Р.Г. Бушман [8], [9], в которых даны критерии существования H -функции двух переменных. В 1979 году общую H -функцию многих переменных ввел и изучал Бушман [10], достаточное условие существования которой получил Нгуен Тхань Хай [11]. Оказалось, что при изучении двумерных интегральных преобразований типа Меллина [12] важную роль играют H -функции одного переменного. Кроме того, при изучении сверток этих преобразований в качестве ядер возникают H -функции четырех переменных. Это позволяет получить факторизацию двумерных интегральных преобразований типа Меллина через более простые двумерные операторы [12].

Построены и свертки H -преобразований, ядрами которых служат H -функции двух переменных [13].

Базисный аналог H -функции был введен в работах [14], [15], частным случаем которого являются, например, H -функция Фокса, G -функция Мейера. Там же получены достаточное условие сходимости и некоторые интегральные связи.

В настоящей работе построен базисный аналог H -функции многих переменных с ядром, зависящим от произведений q -гамма-функций [16], [17], включающий, в частности, H -функцию [10], [18], [19] и G -функцию [19] n переменных. Для него приведено достаточное условие сходимости базисного аналога H -функции n переменных (теорема 1), найдены интегральные связи (теорема 3) и формулы умножения (теорема 2), сдвига (теорема 4) и некоторые смешанные соотношения (теорема 5). Теоремы 2, 4, 5 для базисных H -функций получены впервые.

2. Базисный аналог H -функции многих переменных.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Базисный аналог H -функции n переменных определяется интегралом Меллина–Барнса

$$H_q(x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) = \frac{1}{(2\pi\omega)^n} \int_{L_s} \prod_{i=1}^p \Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_i + \sum_{k=1}^n a_{i,k} s_k \right) \frac{x^s}{\sin(\pi s)} ds, \quad (1)$$

в котором q -гамма-функция

$$\Gamma_q(s) = \frac{(q; q)_\infty}{(q^s; q)_\infty} (1-q)^{1-s}$$

определена в [16], [17],

$$(a, q)_\infty = \prod_{n=0}^{\infty} (1 - aq^n), \quad |q| < 1, \quad (2)$$

p – натуральное число, $\overline{m} = (m_1, m_2, \dots, m_p)$, m_i – целые числа, $i = 1, \dots, p$, $\overline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$, α_i – комплексные, $A = (a_{i,k})_{p \times n}$, $a_{i,k}$ – действительные, $x^s = \prod_{k=1}^n x_k^{s_k}$, $ds = \prod_{k=1}^n ds_k$, $L_s = L_{s_1} \times \dots \times L_{s_n}$, $\sin(\pi s) = \prod_{k=1}^n \sin(\pi s_k)$, $x_k^{s_k}$ определено в [3], $\omega = (-1)^{1/2}$.

Контур интегрирования L_{s_k} идут от $-\infty$ до $i\infty$, так что полюсы функций

$$\Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_i + \sum_{k=1}^n a_{i,k} s_k \right), \quad m_i > 0, \quad a_{i,k} < 0,$$

лежат справа от контура, а полюсы функций

$$\Gamma_q^{m_j} \left(\alpha_j + \sum_{k=1}^n a_{j,k} s_k \right) \quad m_j > 0, \quad a_{j,k} > 0,$$

$i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, p$, $k = 1, \dots, n$, лежат слева и находятся по крайней мере на некотором расстоянии $\varepsilon > 0$ от контуров L_{s_k} .

ТЕОРЕМА 1. Базисный аналог H -функции n переменных (1) сходится, если

$$|\arg x_k| < \pi, \quad k = 1, \dots, n.$$

Кроме того, пусть $m_i = 1$, $i = 1, \dots, m$; $m_{j+m} = -1$, $j = 1, \dots, n$; $\alpha_{m+j} = \beta_j$, $a_{m+j,k} = b_{j,k}$, $m_{m+n+t} = -1$, $t = 1, \dots, 2N$; $a_{m+n+t,k} = (-1)^{t+1}$, $\alpha_{m+n+t} = |\cos(t\pi/2)|$, $p = m + n + 2N$. Тогда справедливо следующее равенство:

$$\lim_{q \rightarrow 1-} H_q(x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) = H[x; (\alpha, A); (\beta, B); L_s],$$

в котором $H[x; (\alpha, A); (\beta, B); L_s]$ является H -функцией n переменных [10].

ТЕОРЕМА 2. *Справедливы следующие утверждения:*

$$\text{а)} \quad \int_{\mathbb{R}_+^n} x^{s-1} H_q(zx \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) dx = (-1)^n \frac{z^{-s}}{\sin(\pi s)} \prod_{i=1}^p \Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_i - \sum_{k=1}^n a_{i,k} s_k \right),$$

где $z^{-s} = \prod_{k=1}^n z_k^{-s_k}$, $|\arg z_i| < \pi$, $0 < \operatorname{Re} s_i < 1$, $i = 1, \dots, n$;

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \int_{\mathbb{R}_+^n} x^{-1/2} H_q(x \mid p_1, \overline{m}_1, \overline{\alpha}_1, A_1) H_q(zx \mid p_2, \overline{m}_2, \overline{\alpha}_2, A_2) dx \\ &= z^{-1/2} H_q \left(z^{1/2} \mid p_1 + p_2, \overline{m}_1, \overline{\alpha}_1, -\frac{1}{2} A_1; \overline{m}_2, \overline{\alpha}_2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \overline{a}_{2,k}, \frac{1}{2} A_2 \right), \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$|\arg z_i| < \pi, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Докажем, например, утверждение б). Из асимптотической оценки для H -функции [20, с. 278] и (2) следует, что

$$\begin{aligned} H_q(x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) &\rightarrow C \quad \text{при } x \rightarrow 0, \\ H_q(x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) &= O(|x^{-1}|) \quad \text{при } x \rightarrow +\infty. \end{aligned}$$

Условие (4) обеспечивает абсолютную сходимость $H_q(zx \mid p_2, \overline{m}_2, \overline{\alpha}_2, A_2)$ и интеграла (3). Отсюда и в силу утверждения а) получим

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbb{R}_+^n} x^{-1/2} H_q(x \mid p_1, \overline{m}_1, \overline{\alpha}_1, A_1) H_q(zx \mid p_2, \overline{m}_2, \overline{\alpha}_2, A_2) dx \\ &= \frac{1}{(2\pi\omega)^n} \int_{L_s} \prod_{i=1}^{p_1} \Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_{1i} + \sum_{k=1}^n a_{1i,k} s_k \right) \\ & \quad \times \left\{ \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} x^{1/2+s-1} H_q(zx \mid p_2, \overline{m}_2, \overline{\alpha}_2, A_2) dx \right\} \frac{ds}{\sin(\pi s)} \\ &= \frac{(-1)^n}{(2\pi\omega)^n} \int_{L_s} \prod_{i=1}^{p_1} \Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_{1i} + \sum_{k=1}^n a_{1i,k} s_k \right) \\ & \quad \times \prod_{j=1}^{p_2} \Gamma_q^{m_j} \left(\alpha_{2j} - \sum_{k=1}^n a_{2j,k} \left(\frac{1}{2} + s_k \right) \right) \frac{z^{-s-1/2}}{\sin(\pi s) \sin \pi(s+1/2)} ds \\ &= \frac{(-1)^n z^{-1/2}}{(\pi\omega)^n} \int_{L_s} \prod_{i=1}^{p_1} \Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_{1i} + \sum_{k=1}^n a_{1i,k} s_k \right) \\ & \quad \times \prod_{j=1}^{p_2} \Gamma_q^{m_j} \left(\alpha_{2j} - \sum_{k=1}^n a_{2j,k} \left(\frac{1}{2} + s_k \right) \right) \frac{z^{-s}}{\sin(2\pi s)} ds \\ &= \frac{z^{-1/2}}{(2\pi\omega)^n} \int_{L_s} \prod_{i=1}^{p_1} \Gamma_q^{m_i} \left(\alpha_{1i} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n a_{1i,k} s_k \right) \\ & \quad \times \prod_{j=1}^{p_2} \Gamma_q^{m_j} \left(\alpha_{2j} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n a_{2j,k} (1 - s_k) \right) \frac{z^{s/2}}{\sin(\pi s)} ds. \end{aligned}$$

ТЕОРЕМА 3. *Имеют место следующие равенства:*

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & (1-q)^{-\sigma} \int_{[0,1]^n} x^{\sigma-1} E_q(qx) H_q(zx^{-\delta} \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) d_q x \\ & = H_q((1-q)^{-\delta} z \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; n, 1, \sigma, D), \end{aligned}$$

где $E_q(qx) = E_q(qx_1) \cdots E_q(qx_n)$, главная диагональная матрица $D = (d_{ij})_{n \times n}$, $d_{ii} = -\delta_i$, $\operatorname{Re} \sigma_i > 0$, $\operatorname{Re} \delta_i > 0$, $|\arg z_i| < \pi$, $i = 1, \dots, n$;

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \Gamma_q^{-1}(\gamma - \sigma) \int_{[0,1]^n} x^{\sigma-1} (1-qx)_{\gamma-\sigma-1} H_q(zx^{-\delta} \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) d_q x \\ & = H_q(z \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; n, 1, \sigma, D; n, -1, \gamma, D) \end{aligned}$$

при

$$\begin{aligned} (1-qx)_{\gamma-\sigma-1} &= (1-qx_1)_{\gamma_1-\sigma_1-1} \cdots (1-qx_n)_{\gamma_n-\sigma_n-1}, \\ \Gamma_q^{-1}(\gamma - \sigma) &= \Gamma_q^{-1}(\gamma_1 - \sigma_1) \cdots \Gamma_q^{-1}(\gamma_n - \sigma_n), \end{aligned}$$

$\operatorname{Re} \sigma_i > 0$, $\operatorname{Re} \delta_i > 0$, $\operatorname{Re} \gamma_i > 0$, $\operatorname{Re}(\delta_i - \sigma_i) > 0$ и $|\arg z_i| < \pi$, $i = 1, \dots, n$;

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{(1-q)^{\sigma-1}}{(2\pi\omega)^n} \int_{L_s} x^{-\sigma} e_q(qx) H_q(zx^\delta \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) dx \\ & = H_q((1-q)^\delta z \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; n, -1, \sigma, D), \end{aligned}$$

где $e_q(qx) = e_q(qx_1) \cdots e_q(qx_n)$, $\operatorname{Re} \sigma_i > 0$, $|\arg z_i| < \pi$, $i = 1, \dots, n$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО основано на (1), (2), после перестановки порядка интегрирования и применения следующих формул из [21, с. 372]:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{G(q)}{1-q} \int_0^1 t^{\beta-s-1} E_q(qt) d_q t = G(q^{\beta-s}), \quad G(q^\alpha) = \prod_{n=0}^{\infty} (1-q^{\alpha+n})^{-1}; \\ 2) \quad & \frac{1}{1-q} \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-qt)_{\beta-1} d_q t = \prod_{n=0}^{\infty} \frac{(1-q^{\alpha+\beta+n})(1-q^{1+n})}{(1-q^{\alpha+n})(1-q^{\beta+n})}; \\ 3) \quad & \frac{1}{2\pi\omega} \int_L e_q(st) (st)^{-r-1} ds = \frac{t^r}{(1-q)_r}. \end{aligned}$$

СЛЕДСТВИЕ. Для базисного аналога H -функции трех переменных справедливы равенства:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{(1-q)^{-\sigma+\zeta-1}}{2\pi\omega\Gamma_q(\eta-\xi)} \int_0^1 \int_0^1 \int_{L_{x_3}} x_1^{\sigma-1} x_2^{\xi-1} x_3^{-\zeta} E_q(qx_1)(1-qx_2)_{\eta-\xi-1} e_q(qx_3) \\ & \quad \times H_q(z_1 x_1^{-\delta}, z_2 x_2^{-\delta}, z_3 x_3^{-\delta} \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) d_q x_1 d_q x_2 dx_3 \\ & = H_q((1-q)^{-\delta} z_1, z_2, (1-q)^{-\delta} z_3 \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; \\ & \quad 4, 1, \sigma, -\delta; (1, \xi, -\delta; -1, \zeta, -\delta); -1, \zeta, \delta), \end{aligned}$$

$\text{где } \text{Re } \sigma > 0, \text{Re } \delta > 0, \text{Re } \xi > 0, \text{Re } \eta > 0, \text{Re } \zeta > 0, \text{Re}(\eta - \xi) > 0, |\arg z_i| < \pi, i = 1, \dots, 3;$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{(1-q)^{-\sigma-\zeta}}{\Gamma_q(\eta-\xi)} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x_1^{\sigma-1} x_2^{\zeta-1} x_3^{\xi-1} E_q(qx_1) E_q(qx_2) (1-qx_3) \\ & \times H_q(z_1 x_1^{-\delta}, z_2 x_2^{-\delta}, z_3 x_3^{-\delta} | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) d_q x_1 d_q x_2 d_q x_3 \\ & = H_q((1-q)^{-\delta} z_1, (1-q)^{-\delta} z_2, z_3 | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; \\ & \quad 4, 1, \sigma, -\delta; 1, \zeta, -\delta; (1, \xi, -\delta; 1, \eta, -\delta)), \end{aligned}$$

$\text{где } \text{Re } \sigma > 0, \text{Re } \delta > 0, \text{Re } \zeta > 0, \text{Re } \eta > 0, \text{Re}(\eta - \xi) > 0 \text{ и } |\arg z_i| < \pi, i = 1, \dots, 3;$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{(1-q)^{-\sigma}}{\Gamma_q(\eta-\xi) \Gamma_q(\zeta-\gamma)} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x_1^{\xi-1} x_2^{\gamma-1} x_3^{\sigma-1} (1-qx_1)_{\eta-\xi-1} (1-qx_2)_{\zeta-\gamma-1} \\ & \times E_q(qx_3) H_q(z_1 x_1^{-\delta}, z_2 x_2^{-\delta}, z_3 x_3^{-\delta} | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) d_q x_1 d_q x_2 d_q x_3 \\ & = H_q(z_1, z_2, (1-q)^{-\delta} z_3 | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; \\ & \quad 5, (1, \xi, -\delta; -1, \eta, -\delta); (1, \gamma, -\delta; -1, \zeta, -\delta); 1, \sigma, -\delta), \end{aligned}$$

$\text{где } \text{Re } \xi > 0, \text{Re } \eta > 0, \text{Re } \zeta > 0, \text{Re } \gamma > 0, \text{Re } \sigma > 0, \text{Re } \delta > 0, \text{Re}(\eta - \xi) > 0, \text{Re}(\zeta - \gamma) > 0, |\arg z_i| < \pi, i = 1, \dots, 3;$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \frac{(1-q)^{\zeta+\eta-\sigma-2}}{(2\pi\omega)^2} \int_{L_{x_1}} \int_{L_{x_2}} \int_0^1 x_1^{-\zeta} x_2^{-\eta} x_3^{\sigma-1} e_q(qx_1) e_q(qx_2) E_q(qx_3) \\ & \times H_q(z_1 x_1^{-\delta}, z_2 x_2^{-\delta}, z_3 x_3^{-\delta} | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) dx_1 dx_2 d_q x_3 \\ & = H_q((1-q)^{-\delta} z_1, (1-q)^{-\delta} z_2, (1-q)^{-\delta} z_3 | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; \\ & \quad 3, -1, \zeta, \delta; -1, \eta, \delta; 1, \sigma, -\delta), \end{aligned}$$

$\text{где } \text{Re } \sigma > 0, \text{Re } \delta > 0, \text{Re } \eta > 0, \text{Re } \zeta > 0, |\arg z_i| < \pi, i = 1, \dots, 3.$

Из (1) и формул (1.10.5), (1.10.9), (1.10.11) в [22] вытекает следующая теорема.

ТЕОРЕМА 4. *Имеют место следующие равенства:*

$$\text{а)} \quad x^{-k} H_q(x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) = (-1)^k H_q(x | p, \overline{m}, \overline{\alpha} + (\overline{k}, a), A),$$

k_i – целое число, $i = 1, \dots, n;$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & q^{\alpha_i} H_q(q^{\alpha_i} x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) = H_q(x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) \\ & + (q-1) H_q(x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; 2, -1, \alpha_i, a_i; 1, 1 + \alpha_i, a_i), \end{aligned}$$

$\text{где } m_i > 0, i = 1, \dots, p;$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & q^{\alpha_i-1} H_q(q^{\alpha_i} x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) = H_q(x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A) \\ & + (q-1) H_q(x | p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; 2, 1, \alpha_i, a_i; -1, \alpha_i - 1, a_i), \end{aligned}$$

где $m_i < 0$, $i = 1, \dots, p$;

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad H_q(x \mid p, \overline{m}, 2\overline{\alpha}, 2A) &= (1+q)^{\sum_{i=1}^p m_i(2\alpha_i-1)} \Gamma_{q^2}^{-\sum_{i=1}^p m_i} \left(\frac{1}{2} \right) \\ &\quad H_{q^2} \left(x(1+q)^{2\sum_{i=1}^p \overline{\alpha}_i m_i} \mid 2p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; \overline{m}, \overline{\alpha} + \frac{1}{2}, A \right), \\ &\quad x(1+q)^{2\sum_{i=1}^p m_i \alpha_i} = \left(x(1+q)^{2\sum_{i=1}^p m_i \alpha_{i,j}} \right)_{j=1, \dots, n}; \\ \text{д)} \quad H_q(x \mid p, \overline{m}, h\overline{\alpha}, hA) &= (1+q+\dots+q^{h-1})^{\sum_{i=1}^p m_i(h\alpha_i-1)} \\ &\quad \times \left[\Gamma_r \left(\frac{1}{h} \right) \cdots \Gamma_r \left(\frac{h-1}{h} \right) \right]^{-\sum_{i=1}^p m_i} \\ &\quad \times H_r \left(x(1+q+\dots+q^{h-1})^{h\sum_{i=1}^p m_i \alpha_i} \mid hp, \overline{m}, \overline{\alpha}, A; \right. \\ &\quad \left. \overline{m}, \overline{\alpha} + \frac{1}{h}, A; \dots; \overline{m}, \overline{\alpha} + \frac{h-1}{h}, A \right), \end{aligned}$$

где $r = q^h$, $h > 2$,

$$x(1+q+\dots+q^{h-1})^{h\sum_{i=1}^p m_i \alpha_i} = \left(x(1+q+\dots+q^{h-1})^{h\sum_{i=1}^p m_i \alpha_{i,j}} \right)_{j=1, \dots, n}.$$

ТЕОРЕМА 5. Пусть $H_q(\alpha_j \pm 1)$ есть базисный аналог H -функции, получающийся из формулы (1), если в ее правой части множитель $\Gamma_q^{m_j}(\alpha_j + \sum_{k=1}^n a_{j,k} s_k)$ заменяется на

$$\Gamma_q^{\text{sign}(m_j)} \left(\alpha_j \pm 1 + \sum_{k=1}^n a_{j,k} s_k \right) \Gamma_q^{m_j - \text{sign}(m_j)} \left(\alpha_j + \sum_{k=1}^n a_{j,k} s_k \right).$$

Тогда справедливы равенства:

$$\text{а)} \quad H_q(\alpha_j + 1) - H_q(\alpha_i + 1) = \frac{q^{\alpha_i} - q^{\alpha_j}}{1 - q} H_q(q^{\alpha_i} x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A),$$

$m_i > 0$, $m_j > 0$, $a_{i,k} = a_{j,k}$, $k = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, p$,

$$q^{\alpha_i} x = (q^{a_{i,k}} x_k)_{k=1, \dots, n};$$

$$\text{б)} \quad H_q(\alpha_j - 1) - H_q(\alpha_i - 1) = \frac{q^{\alpha_i-1} - q^{\alpha_j-1}}{1 - q} H_q(q^{\alpha_i} x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A),$$

$m_i < 0$, $m_j < 0$, $a_{i,k} = a_{j,k}$, $k = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, p$;

$$\text{в)} \quad H_q(\alpha_j + 1) - H_q(\alpha_i - 1) = \frac{q^{\alpha_i-1} - q^{\alpha_j}}{1 - q} H_q(q^{\alpha_i} x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A),$$

$m_i < 0$, $m_j > 0$, $a_{i,k} = a_{j,k}$, $k = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, p$;

$$\text{г)} \quad H_q(\alpha_j - 1) - H_q(\alpha_i + 1) = \frac{q^{\alpha_i} - q^{1-\alpha_j}}{1 - q} H_q(q^{\alpha_i} x \mid p, \overline{m}, \overline{\alpha}, A),$$

$m_i > 0$, $m_j < 0$, $a_{i,k} = a_{j,k}$, $k = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, p$.

Доказательство основано на формуле (1.10.5) в [22] и (1).

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fox C. The G - and H -function as symmetrical Fourier's kernels // Trans. Amer. Math. Soc. 1961. №3. P. 395–429.
- [2] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды: дополнительные главы. М.: Наука, 1986.
- [3] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1–3. М.: Наука, 1965–67.
- [4] Bora S. L., Kalla S. L. Some results involving generalized functions of two variables // Kyungpook Math. J. 1970. V. 10. P. 133–140.
- [5] Verma R. U. On the H -function of two variables, 1 // Indian J. Pure Appl. Math. 1974. V. 5. №7. P. 616–623.
- [6] Buschman R. G. H -functions of two variables, 1 // Indian J. Math. 1978. V. 20. №2. P. 139–153.
- [7] Ву Ким Туан. Интегральные преобразования, их композиционная структура. Дисс. ... д. ф.-м. н. Минск, 1987.
- [8] Нгуен Тхань Хай. О критерии определения сходимости двойных интегралов Меллина–Барнса // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1992. №1. С. 25–31.
- [9] Nguyen Thanh Hai, Marichev O. I., Buschman R. G. Theory of the general H -function of two variables // Rocky Mountain J. Math. 1992. V. 22. №4. P. 1317–1327.
- [10] Buschman R. G. H -functions of N variables // Ranchi Univ. Math. J. 1979. V. 10. P. 81–88.
- [11] Nguyen Thanh Hai. Convergence regions for multiple hypergeometric integrals representing H -functions in several variables // Integral Transforms and Special Function. 1993. V. 1. P. 313–314.
- [12] Нгуен Суан Тхао. Свертки интегральных преобразований и обобщенная H -функция. Дисс. ... к. ф.-м. н. Новгород, 1995.
- [13] Какичев В. А., Нгуен Суан Тхао. Свертки обобщенных H -преобразований // Изв. вузов. Матем. 1994. №8. С. 21–28.
- [14] Saxena R. K., Modi G. C., Kalla S. L. A basic analogue of Fox's H -function // Rev. Tec. Ing. Univ. Zulia. 1983. T. 6. C. 139–143.
- [15] Saxena R. K., Kumar R. Recurrence relations for the basic analogue of H -function // Nat. Acad. Math. 1990. V. 8. P. 48–54.
- [16] Askey R. The q -gamma and q -beta functions // Applicable Anal. 1978. V. 8. P. 125–141.
- [17] Маричев О. И., Ву Ким Туан. Некоторые свойства q -гамма функции // Докл. АН БССР. 1982. Т. 26. №6. С. 488–491.
- [18] Saxena R. K. On the H -function of n variables. 1 // Kyungpook Math. J. 1977. T. 17. C. 221–226; 2 // Kyungpook Math. J. 1980. T. 20. C. 273–278.
- [19] Marichev O. I., Vu Kim Tuan. The problems of definitions and symbols of G - and H -functions of several variables // Rev. Tec. Ing., Univ. Zulia, Edicion Especial. 1983. V. 6. P. 144–151.
- [20] Braaksma B. L. J. Asymptotic expansions and analytic continuations for a class of Barnes integrals // Comp. Math. 1964. V. 15. P. 239–341.
- [21] Hahn W. Beiträge zur Theorie der Heineschen Reihen, Die 24 Integrale der hypergeometrischen q -Differenzgleichung, Das q -Analogen der Laplace Transformation // Math. Nachr. 1949. V. 2. P. 340–379.
- [22] Гаспер Дж., Рахман М. Базисные гипергеометрические ряды. М.: Мир, 1993.

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого

Поступило

25.12.1997

Исправленный вариант

20.04.1999