Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. В. Лемешев, О конечных группах с p -разложимыми кофакторами подгрупп, *Матем. заметки*, 2012, том 92, выпуск 3, 440–446

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm9062>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.196.121.252

26 апреля 2023 г., 15:32:52

О конечных группах с p -разложимыми кофакторами подгрупп

И. В. Лемешев

Устанавливается, что у конечной группы с p -разложимыми кофакторами максимальных подгрупп фактор-группа по подгруппе Фиттинга p -разложима. Отсюда вытекает метанильпотентность группы с нильпотентными кофакторами максимальных подгрупп.

Библиография: 7 названий.

Введение. Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Терминология и обозначения соответствуют [1], [2].

Кофактором подгруппы H группы G называется фактор-группа H/H_G , где $H_G = \bigcap_{x \in G} x^{-1}Hx$ – ядро подгруппы H в группе G .

Естественно ожидать, что строение группы существенно зависит от свойств кофакторов некоторых ее подгрупп. Одной из первых работ в этом направлении является работа Берковича [3], в которой, в частности, устанавливалась *разрешимость группы с нильпотентными кофакторами максимальных подгрупп*.

В работе Евтуховой и Монахова [4] исследовались группы, у которых кофакторы максимальных подгрупп сверхразрешимы. В частности, доказано, что *неабелевы композиционные факторы такой неразрешимой группы изоморфны $\mathrm{PGL}(2, p)$, $p \equiv \pm 1 \pmod{8}$, а если группа разрешима, то она имеет нильпотентную длину не выше 3 и p -длину не выше 2 для всех простых p* .

В работе Диксона, Поланда и Ремтулы [5] получен следующий факт: *если простое число $p > 2$ и в группе G кофактор каждой максимальной подгруппы p -нильпотентен, то G p -разрешима*.

При $p = 2$ аналог этого результата неверен. Поскольку сверхразрешимые группы 2-нильпотентны и в неразрешимой группе $\mathrm{PGL}(2, p)$, $p \equiv \pm 1 \pmod{8}$, кофактор каждой максимальной подгруппы сверхразрешим [4; пример 1], то эта группа служит примером неразрешимой группы с 2-нильпотентными кофакторами максимальных подгрупп.

Русаков [6] установил, что *группа, у которой каждая ненормальная максимальная подгруппа p -разложима, содержит нормальную силовскую подгруппу, фактор-группа по которой p -разложима*.

В настоящей заметке развивается тематика подобных исследований и исследуются группы с p -разложимыми кофакторами максимальных подгрупп. В частности, доказывается, что *если в группе G кофактор каждой максимальной подгруппы*

p -разложим, то $G/F(G)$ p -разложима. Это утверждение обобщает теорему Русакова. Отсюда вытекает также метанильпотентность группы с нильпотентными кофакторами максимальных подгрупп, что улучшает приведенный выше результат Берковича. Кроме того, результат Диксона, Поланда и Ремтулы усиливается следующим образом: если простое число $p > 2$ и в группе G кофактор каждой максимальной подгруппы p -нильпотентен, то G мета- p -нильпотентна.

1. Необходимые обозначения и вспомогательные леммы. Через $F(G)$ и $\Phi(G)$ обозначаются подгруппы Фиттинга и Фраттини группы G , A_n и S_n – знакопеременная и симметрическая группы степени n , а $l_p(G)$ – p -длина p -разрешимой группы G . Группа, порядок которой делится на простое число p , называется pd -группой, а группа с нормальной силовой p -подгруппой называется p -замкнутой. Если в G существует нормальная подгруппа K такая, что $G = KP$, $K \cap P = 1$, где P – силовская p -подгруппа в G , то G называется p -нильпотентной. Группа, которая одновременно p -замкнута и p -нильпотентна, называется p -разложимой. Мета- p -разложимая (мета- p -нильпотентная) группа – это группа, содержащая нормальную p -разложимую (p -нильпотентную) подгруппу, фактор-группа по которой также p -разложима (p -нильпотентна соответственно).

Запись $N \triangleleft G$ означает, что N – нормальная в G подгруппа. Пусть H – подгруппа группы G . Тогда подгруппа, порожденная всеми нормальными в G подгруппами, содержащимися в H , обозначается через H_G и называется ядром подгруппы H в группе G . Ясно, что $H_G = \bigcap_{g \in G} H^g$, и H_G является наибольшей нормальной в G подгруппой, содержащейся в H .

Пусть H – подгруппа группы G . Фактор-группу H/H_G называют кофактором подгруппы H в группе G и обозначают через $\text{cof}_G H$.

ЛЕММА 1. 1) Если H и K – подгруппы группы G и $K \subseteq H$, то $K_G \leq K_H$.

2) Пусть $N \triangleleft G$ и $N \leq H \leq G$. Тогда $N \leq H_G$ и $(H/N)_{G/N} = H_G/N$.

3) Пусть $N \triangleleft G$ и $H \leq G$. Тогда $N(H_G) \leq (HN)_G$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1) Так как K_G – наибольшая нормальная подгруппа группы G , содержащаяся в K , то $K_G \leq K \leq H$ и, кроме того, $K_G \triangleleft H$. Но K_H – наибольшая нормальная в H подгруппа, содержащаяся в K , поэтому $K_G \leq K_H$.

2) Ясно, что $N \leq H_G$ и H_G/N – нормальная в G/N подгруппа, содержащаяся в H/N , поэтому $H_G/N \leq (H/N)_{G/N}$. С другой стороны, пусть $(H/N)_{G/N} = K/N$. Так как $K/N \triangleleft G/N$, то $K \triangleleft G$ и $K \leq H$. Поскольку H_G – наибольшая нормальная подгруппа группы G , содержащаяся в H , то $K \leq H_G$. Следовательно,

$$K/N = (H/N)_{G/N} \leq H_G/N.$$

Из двух включений получаем равенство.

3) Так как H_G – наибольшая нормальная подгруппа группы G , содержащаяся в H , и $N \triangleleft G$, то $N(H_G) \triangleleft G$ и $N(H_G) \leq NH$. Но $(NH)_G$ – наибольшая нормальная подгруппа группы G , содержащаяся в NH , поэтому $N(H_G) \leq (NH)_G$. Лемма доказана.

ПРИМЕР 1. Пусть $G = S_5 = [A_5]\langle i \rangle$, $i^2 = 1$, $N = A_5$ и $H = \langle i \rangle$. Тогда $N \triangleleft G$, а $H_G = 1$ и $N(H_G) = N$. С другой стороны, $G = HN$ и $(HN)_G = G$, поэтому

$N = N(H_G)N$ – собственная подгруппа в группе $(HN)_G = G$. Данный пример показывает, что в утверждении 3) леммы 1 равенство $N(H_G) = (HN)_G$ не всегда возможно.

ЛЕММА 2. Пусть H и N – подгруппы группы G , $N \triangleleft G$ и $N \subseteq H$. Тогда $\text{cof}_{G/N} H/N \simeq \text{cof}_G H$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Ясно, что $N \subseteq H_G$. По определению

$$\text{cof}_G H = H/H_G, \quad \text{cof}_{G/N} H/N = (H/N)/(H/N)_{G/N},$$

а по лемме 1 $(H/N)_{G/N} = H_G/N$. Поэтому

$$\text{cof}_G H = H/H_G \simeq (H/N)/(H_G/N) = (H/N)/(H/N)_{G/N} = \text{cof}_{G/N} H/N.$$

Лемма доказана.

В доказательствах будут использоваться фрагменты теории формаций [1], [2]. Пусть $\mathfrak{E}$ – формация всех конечных групп, $\mathfrak{F}$ – некоторая формация и G – группа. Тогда $G^{\mathfrak{F}}$ – $\mathfrak{F}$ -корадикал группы G , т.е. пересечение всех тех нормальных подгрупп N из G , для которых $G/N \in \mathfrak{F}$. Произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{H} = \{G \in \mathfrak{E} \mid G^{\mathfrak{H}} \in \mathfrak{F}\}$ формаций $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ состоит из всех групп G , для которых $\mathfrak{H}$ -корадикал принадлежит формации $\mathfrak{F}$. Как обычно, $\mathfrak{F}^2 = \mathfrak{F}\mathfrak{F}$. Формация $\mathfrak{F}$ называется *насыщенной*, если из условия $G/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$ следует, что $G \in \mathfrak{F}$. Формации всех разрешимых, нильпотентных и абелевых групп обозначают через $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{A}$ соответственно. Если $\mathfrak{F}$ – некоторая формация и π – некоторое множество простых чисел, то $\mathfrak{F}_{\pi}$ – класс всех π -групп из $\mathfrak{F}$. В частности, $\mathfrak{N}_p$ – класс всех p -групп, а $\mathfrak{E}_{p'}$ – класс всех групп, порядок которых не делится на p . Если $\mathfrak{X}$ – формация, то $\pi(\mathfrak{X}) = \bigcup_{G \in \mathfrak{X}} \pi(G)$.

Следующая лемма непосредственно вытекает из приведенных определений.

ЛЕММА 3. Пусть G – p -разрешимая группа.

- 1) Тогда и только тогда $G/F(G)$ p -замкнута, когда $G \in \mathfrak{N}_p \mathfrak{E}_{p'}$.
- 2) Тогда и только тогда $G/F(G)$ p -нильпотентна, когда $G \in \mathfrak{N}_{p'} \mathfrak{N}_p$.
- 3) Тогда и только тогда $G/F(G)$ p -разложима, когда $G \in \mathfrak{N}(\mathfrak{N}_p \mathfrak{E}_{p'} \cap \mathfrak{E}_{p'} \mathfrak{N}_p)$.
- 4) Тогда и только тогда G мета- p -нильпотентна, когда $G \in (\mathfrak{E}_{p'} \mathfrak{N}_p)^2$.

Если G – разрешимая группа, то в утверждениях леммы 3 надо $\mathfrak{E}_{p'}$ поменять на $\mathfrak{S}_{p'}$.

ЛЕММА 4. Если $\mathfrak{F}$ – формация, π – некоторое непустое множество простых чисел и $\pi(\mathfrak{F}) \subseteq \pi$, то $\mathfrak{N}_{\pi} \mathfrak{F}$ – насыщенная формация.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Согласно [2; с. 36] произведение $\mathfrak{N}_{\pi} \mathfrak{F}$ является локальной формацией. Поскольку насыщенная формация и локальная формация – эквивалентные понятия, то $\mathfrak{N}_{\pi} \mathfrak{F}$ – насыщенная формация.

Если в группе G имеется максимальная подгруппа M с единичным ядром $M_G = 1$, то группу G называют *примитивной*, а M ее *примитиватором*, см. [1; 4.6].

ЛЕММА 5. Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация. Предположим, что группа G не принадлежит $\mathfrak{F}$, но $G/K \in \mathfrak{F}$ для всех неединичных нормальных в G подгрупп K . Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) $\Phi(G) = 1$;
- 2) группа G содержит единственную минимальную нормальную подгруппу N ;
- 3) G – примитивная группа; если M – примитиватор группы G , то $G = NM$;
- 4) либо $N = C_G(N)$ и $G = [N]M$, либо $C_G(N) = 1$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1) Если $\Phi(G) \neq 1$, то по условию $G/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$, а поскольку $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, то $G \in \mathfrak{F}$; противоречие. Значит $\Phi(G) = 1$.

2) Если в группе G имеются две различные минимальные нормальные подгруппы N_1 и N_2 , то $N_1 \cap N_2 = 1$. По условию $G/N_1 \in \mathfrak{F}$ и $G/N_2 \in \mathfrak{F}$, а поскольку $\mathfrak{F}$ – формация, то $G = G/(N_1 \cap N_2) \in \mathfrak{F}$; противоречие. Значит группа G содержит единственную минимальную нормальную подгруппу N .

3) Так как $\Phi(G) = 1$, существует максимальная подгруппа M , не содержащая подгруппу N . Ясно, что $G = MN$. Если $M_G \neq 1$, то из единственности минимальной нормальной подгруппы N следует, что $N \subseteq M_G$ и $G = MN = M$; противоречие. Поэтому $M_G = 1$ и G – примитивная группа с примитиватором M .

4) Остается применить теорему 4.41 [1], по которой либо $N = C_G(N)$ и $G = [N]M$, либо $C_G(N) = 1$. Лемма доказана.

ЛЕММА 6. 1) Если группа G мета- p -разложима, то $l_p(G) \leq 1$.

2) Если группа G мета- p -нильпотентна, то $l_p(G) \leq 2$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. 1) В силу индукции $l_p(G/N) \leq 1$ для каждой неединичной нормальной в G подгруппы N . По лемме VI.6.6 [7]

$$O_{p'}(G) = \Phi(G) = 1, \quad O_p(G) = F(G) = C_G(O_p(G)) \simeq E_{p^n}$$

для некоторого натурального n , и $G = [O_p(G)]M$ для некоторой максимальной в G подгруппы M . Из мета- p -разложимости группы G следует, что M p -разложима. Но $O_p(M) = 1$, поэтому M – p' -подгруппа и $l_p(G) \leq 1$.

2) Поскольку мета- p -нильпотентность группы G по лемме 3 равносильна включению $G \in (\mathfrak{E}_p, \mathfrak{N}_p)^2$, ясно, что $l_p(G) \leq 2$.

ЛЕММА 7. Пусть H – максимальная подгруппа конечной группы G и D – пересечение всех максимальных подгрупп группы G , не сопряженных с подгруппой H . Тогда подгруппа D метанильпотентна.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Ясно, что $D \cap H_G = \Phi(G)$ и D нормальна в G . Если $\Phi(G) \neq 1$, то $D/\Phi(G)$ метанильпотентна по индукции, а по следствию 4.2.1 [2] подгруппа D метанильпотентна. Пусть $\Phi(G) = 1$ и N – минимальная нормальная в G подгруппа, содержащаяся в D . Тогда N не содержится в H и $G = HN$. Поэтому $D/N = \Phi(G/N)$ и D/N nilьпотентна. Предположим, что N непримарна и пусть P – силовская p -подгруппа из N , $p \in \pi(N)$. По лемме Фраттини $G = NN_G(P)$ и $N_G(P) \neq G$. Если $N_G(P) \subseteq K$, K – максимальная в G подгруппа, $K \neq H^g$, для всех $g \in G$, то $G = NN_G(P) \subseteq K$; противоречие. Поэтому $N_G(P) \subseteq H^x$ для некоторого $x \in G$ и $P^{x^{-1}} \subseteq H \cap N$. Итак, для каждого простого числа $p \in \pi(N)$ некоторая силовская p -подгруппа из N содержится в H . Поэтому $N \subseteq H$; противоречие. Значит N примарна и подгруппа D метанильпотентна.

2. Основные результаты.

ТЕОРЕМА 1. *Зафиксируем простое число p . Если в группе G кофактор каждой максимальной подгруппы p -разложим, то $G/F(G)$ p -разложима. В частности, группа G p -разрешима и имеет единичную p -длину.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что G – простая группа. Тогда ядра всех максимальных подгрупп единичны и каждая собственная в G подгруппа p -разложима. По теореме IV.5.4 [7] группа G либо p -нильпотента, либо бипримарна; противоречие. Следовательно, G – непростая группа.

Пусть K – нормальная подгруппа группы G . Рассмотрим фактор-группу G/K . Пусть M/K – максимальная подгруппа в G/K . По лемме 1 $(M/K)_{G/K} = M_G/K$, а по лемме 2 кофактор подгруппы M/K в G/K p -разложим. Следовательно, условия теоремы наследуют все фактор-группы группы G . Это позволяет воспользоваться индукцией по порядку группы.

В силу леммы 3 утверждение “ $G/F(G)$ p -разложима” равносильно включению $G \in \mathfrak{N}(\mathfrak{N}_p \mathfrak{E}_{p'} \cap \mathfrak{E}_{p'} \mathfrak{N}_p)$. Поскольку по лемме 4 произведение $\mathfrak{N}(\mathfrak{N}_p \mathfrak{E}_{p'} \cap \mathfrak{E}_{p'} \mathfrak{N}_p)$ – насыщенная формация, по лемме 5 группа G примитивна и выполняются все утверждения леммы 5. В частности, $\Phi(G) = 1$ и в группе G минимальная нормальная подгруппа N единственна.

Пусть H – максимальная подгруппа, не содержащая подгруппу N ; она существует поскольку $\Phi(G) = 1$. Ясно, что $G = HN$. Если $H_G \neq 1$, то $N \subseteq H_G$ и $G = HN = H$; противоречие. Значит, $H_G = 1$. Это означает, что каждая максимальная в G подгруппа, не содержащая подгруппу N , имеет единичное ядро, а следовательно, p -разложима. Кроме того, фактор-группа G/N p -разложима.

Если $N \subseteq F(G)$, то теорема доказана. Допустим, что N не содержится в $F(G)$. Тогда подгруппа N неразрешима.

Предположим, что p делит $|G : N|$. Тогда каждая не содержащая N максимальная в G подгруппа H будет p -разложимой pd -подгруппой: $H = H_p \times H_{p'}$. Так как H_p – неединичная ненормальная в G подгруппа, то $H_p = G_p$ – силовская p -подгруппа в G и $H = N_G(G_p)$. Таким образом, каждая не содержащая N максимальная в G подгруппа является нормализатором силовской p -подгруппы группы G . Значит все не содержащие N максимальные в G подгруппы сопряжены и N метанильпотентна по лемме 7. Противоречие. Поэтому допущение неверно и p не делит $|G : N|$, т.е. силовская p -подгруппа P из N является силовской в G .

По лемме Фраттини $G = N_G(P)N$, а так как подгруппа P не нормальна в G , то $N_G(P) \neq G$. Пусть H – максимальная в G подгруппа, содержащая подгруппу $N_G(P)$. Тогда H не содержит N , а значит H p -разложима: $H = P \times K$, где K – нормальная p' -холлова подгруппа из H . Ясно, что $H = N_G(P)$ и $G = NK$. Если P_1 – произвольная неединичная подгруппа из P , то $K \subseteq N_G(P_1)$ и $G = NK \subseteq NN_G(P_1)$. Так как $N_G(P_1) \neq G$, существует максимальная в G подгруппа T , содержащая подгруппу $N_G(P_1)$. Из равенства $G = NT$ следует, что T не содержит подгруппу N , поэтому подгруппа T p -разложима. Теперь и подгруппа $N_G(P_1)$ p -разложима. Итак, нормализатор каждой неединичной p -подгруппы из N является p -разложимой группой. По теореме IV.5.8 [7] подгруппа N p -нильпотентна. В частности, группа G

p -разрешима и подгруппа N либо p -группа, либо p' -группа. Но N содержит силовскую p -подгруппу группы G , значит N – p -подгруппа и N содержится в $F(G)$; противоречие.

Итак, $G/F(G)$ p -разложима, в частности, G p -разрешима и мета- p -разложима. Из леммы 6 получаем, что $l_p(G) \leq 1$. Теорема 1 доказана.

СЛЕДСТВИЕ 1. *Если в группе G кофакторы всех максимальных подгрупп нильпотентны, то G метанильпотентна.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По условию кофактор любой максимальной в группе G подгруппы p -разложим для каждого $p \in \pi(G)$. Из теоремы 1 получаем, что $G/F(G)$ p -разложима для всех $p \in \pi(G)$, поэтому $G/F(G)$ нильпотентна и G метанильпотентна.

СЛЕДСТВИЕ 2 [6; теорема 1]. *Зафиксируем простое число p . Если в группе G каждая ненормальная максимальная подгруппа p -разложима, то G содержит нормальную силовскую подгруппу, фактор-группа по которой p -разложима.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Ясно, что силовская p -подгруппа P группы G ненормальна, ее нормализатор содержится в ненормальной максимальной подгруппе H , которая по условию p -разложима: $H = N_G(P) = P \times K$. Из теоремы 1 получаем, что $G/F(G)$ p -разложима; значит, $G = HF(G)$ и $G = HR_1$ для некоторой силовской r -подгруппы R_1 из $F(G)$. Теперь KR_1 – нормальная p' -холлова подгруппа группы G и $G = N_G(R)K$ для силовской r -подгруппы R из KR_1 . Преположим, что R ненормальна в G . Тогда существует ненормальная максимальная подгруппа M , содержащая $N_G(R)$. Подгруппа M p -разложима по условию, поэтому $N_G(R)$ содержит нильпотентную $\{p, r\}$ -холлову подгруппу $P^x \times R$, $x \in G$. Но теперь $N_G(P^x) = N_G(P)^x = H^x$ содержит R , поэтому индекс подгруппы H в группе G не делится на r , что противоречит равенству $G = HR_1$. Значит допущение неверно, $R \triangleleft G$ и $G/R \simeq H/H \cap R$ p -разложима. Следствие доказано.

ТЕОРЕМА 2. *Зафиксируем простое число p . Пусть G – группа; при $p = 2$ дополнительно положим, что G разрешима. Если в группе G кофактор каждой максимальной подгруппы p -нильпотентен, то G мета- p -нильпотентна. В частности, группа G p -разрешима и $l_p(G) \leq 2$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Заметим, что группа G p -разрешима. При $p > 2$ группа G p -разрешима по [5; теорема 2], а при $p = 2$ разрешимость группы G записана в условии доказываемой теоремы.

Пусть K – нормальная подгруппа группы G . Рассмотрим фактор-группу G/K . Пусть M/K – максимальная подгруппа в G/K . По лемме 1 $(M/K)_{G/K} = M_G/K$, а по лемме 2 кофактор подгруппы M/K в G/K p -нильпотентен. Следовательно, условия теоремы наследуют все фактор-группы группы G . Это позволяет воспользоваться индукцией по порядку группы.

В силу леммы 3 утверждение “ G мета- p -нильпотентна” равносильно включению $G \in (\mathfrak{E}_p, \mathfrak{N}_p)^2$. Поскольку по лемме 4 $(\mathfrak{E}_p, \mathfrak{N}_p)^2$ – насыщенная формация, по лемме 5 группа G примитивна и выполняются все утверждения леммы 5. В частности, $\Phi(G) = 1$ и в группе G минимальная нормальная подгруппа N единственна. Пусть H – произвольная максимальная подгруппа, не содержащая подгруппу N . Ясно,

что $G = HN$. Если $H_G \neq 1$, то $N \subseteq H_G$ и $G = HN = H$; противоречие. Значит $H_G = 1$. Это означает, что каждая максимальная в G подгруппа, не содержащая подгруппу N , имеет единичное ядро, а следовательно, p -нильпотентна. Поскольку группа G p -разрешима и N – минимальная нормальная в G подгруппа, то N либо p -группа, либо p' -группа и G мета- p -нильпотентна. Из леммы 6 следует, что $l_p(G) \leq 2$. Теорема 2 доказана.

Следующие два примера указывают на то, что оценка p -длины в теореме 2 точная при любом p .

ПРИМЕР 2. В группе S_4 кофакторы максимальных подгрупп 2-нильпотентны и $l_2(S_4) = 2$.

ПРИМЕР 3. Пусть p и q – произвольные простые числа и a – показатель числа p по модулю q . В группе $GL(a, p)$ существует элемент β простого порядка q . Полупрямое произведение $[E_{p^a}]\langle\beta\rangle$ с нормальной элементарной абелевой p -подгруппой E_{p^a} будет ненильпотентной группой, у которой все собственные подгруппы примарны. Пусть Q – группа порядка q . В сплетении G групп Q и $[E_{p^a}]\langle\beta\rangle$ все максимальные подгруппы q -нильпотентны и $l_q(G) = 2$.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В. С. Монахов, *Введение в теорию конечных групп и их классов*, Вышэйшая школа, Минск, 2006.
- [2] Л. А. Шеметков, *Формации конечных групп*, Наука, М., 1978.
- [3] Я. Г. Беркович, “Конечные группы с большими ядрами максимальных подгрупп”, *Сиб. матем. журн.*, **9:2** (1968), 243–248.
- [4] С. М. Евтухова, В. С. Монахов, “О конечных группах со сверхразрешимыми кофакторами подгрупп”, *Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-матем. наук*, 2008, № 4, 53–57.
- [5] J. D. Dixon, J. Poland, A. H. Rhemtulla, “A generalization of Hamiltonian and nilpotent groups”, *Math. Z.*, **112** (1969), 335–339.
- [6] С. А. Русаков, “О группах с максимальными подгруппами данного вида”, *Изв. АН БССР. Сер. физ.-матем. наук*, 1968, 49–53.
- [7] B. Huppert, *Endliche Gruppen. I*, Die Grundlehren Math. Wiss., **134**, Springer-Verlag, Berlin, 1967.

И. В. Лемешев

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
E-mail: limity5@gmail.com

Поступило

25.01.2011