Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. А. Пешкичев, Непрерывность по Кудрявцеву эллиптических отображений, *Матем. заметки*, 2000, том 68, выпуск 1, 145–146

DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm930>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.7.115

26 апреля 2023 г., 16:09:13

НЕПРЕРЫВНОСТЬ ПО КУДРЯВЦЕВУ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Ю. А. Пешкичев

Кроме известной уже непрерывности по Гёльдеру при рассмотрении искажения эллиптических отображений $f: G \rightarrow E^n$ открытой области $G \subset E^n$ ($n \geq 3$) на гиперповерхностях в области G возникает понятие $(n-1)$ -непрерывности, которое присуще векторной функции

$$f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)], \quad m \geq n-1,$$

и которое вырождается при $m < n-1$. Поскольку такая непрерывность проявляется только при ограниченности вариации Кудрявцева эллиптического отображения f , естественно назвать ее *непрерывностью по Кудрявцеву*.

Здесь и в дальнейшем E^n – евклидово пространство точек $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, H_{n-1} – мера Хаусдорфа в E^n размерности $n-1$, $B_n(x, r)$ – шар в E^n с центром в точке x радиуса r , $S_{n-1}(x, r)$ – его граница, $\sigma_{n-1} = H_{n-1}(S_{n-1}(0, 1))$.

Для гомеоморфизма $f: G \rightarrow E^n$ соболевского класса $W_n^1(G)$ и числа $p \geq 1$ рассмотрим p -вариацию Кудрявцева [1]

$$\overset{p}{V}_G f = \int_G |Jf(x)|^p dx,$$

где $Jf(x)$ – якобиан отображения f в точке $x \in G$, определенный почти всюду в G . Пусть $|\nabla f(x)|$ – евклидова норма матрица Якоби отображения f в точке x . Отображение $f: G \rightarrow E^n$ класса $W_n^1(G)$ называется *эллиптическим* [2], если для почти всех $x \in G$ $Jf(x) > 0$ и

$$|\nabla f(x)|^n \leq (nQ)^{n/2} Jf(x) + Q_1(x)|f(x)|^n + Q_2(x),$$

где $Q \geq 1$, $Q_1(x) \geq 0$, $Q_2(x) \geq 0$ и $Q_1(x), Q_2(x) \in L_q(G)$, $q > 1$.

Пусть для $(n-2)$ -контура $\Gamma \subset E^n$

$$\text{Vol}_{n-1}(\Gamma) = \inf_{\sigma \in \Sigma} H_{n-1}(\sigma),$$

где Σ – совокупность всех спрямляемых по мере H_{n-1} [3, с. 272] гиперповерхностей σ в E^n , натянутых на Γ .

Пусть шар $B_n(x, r)$ принадлежит области $G \subset E^n$, $S_{n-2}(x, r, e)$ – диаметральное сечение его границы $S_{n-1}(x, r)$ гиперплоскостью с вектором нормали e , проходящей через точку x . Рассмотрим $(n-1)$ -колебание непрерывного отображения $f: G \rightarrow E^n$ на сфере $S_{n-1}(x, r)$

$$\text{osc}_{n-1} f(x, r) = \inf_{e \in \Omega} \text{Vol}_{n-1}(f(S_{n-2}(x, r, e))),$$

где Ω – совокупность всех единичных векторов $e = x/|x|$.

Для непрерывно дифференцируемого отображения $f: G \rightarrow E^n$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\text{osc}_{n-1} f(x, r)}{r^{n-1}} \leq \sigma_{n-1} |\nabla f(x)|^{n-1},$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\text{osc}_{n-1} f(x, r)}{r^{\gamma(n-1)}} = 0 \quad (0 < \gamma < 1).$$

Учитывая эти результаты и конструкцию понятия вариации Кудрявцева [1], непрерывное отображение $f: G \rightarrow E^n$ назовем *непрерывным по Кудрявцеву* с показателем $\gamma \in (0, 1)$, если для всех $x \in G$

$$\overline{\lim}_{r \rightarrow 0} \frac{\text{osc}_{n-1} f(x, r)}{r^{\gamma(n-1)}} \leq \text{Const} < \infty.$$

ТЕОРЕМА. Если ограниченное гомеоморфное эллиптическое отображение $f: G \rightarrow E^n$ имеет ограниченную p -вариацию Кудрявцева при $p = \alpha(n-1)/(n(\alpha-1))$, $1 < \alpha < 2$, $Q_1(x), Q_2(x) \in L_p(G)$, то отображение f непрерывно по Кудрявцеву с показателем $\gamma = (n-\alpha)/(\alpha(n-1))$.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудрявцев Л. Д. // УМН. 1955. Т. 10. № 2. С. 167–174.
2. Осколков А. П. // Тр. МИАН. 1966. Т. 92. С. 182–191.
3. Федерер Г. Геометрическая теория меры. М.: Наука, 1987.
4. Пешкичев Ю. А. // Матем. заметки. 1994. Т. 55. № 1. С. 74–78.
5. Gehring F. W. // Acta Math. 1973. V. 30. P. 265–277.