



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. И. Арнольд, А. А. Болибрух, Р. В. Гамкредидзе, В. П. Маслов, Е. Ф. Мищенко, С. П. Новиков, Ю. С. Осипов, Я. Г. Синай, А. М. Степин, Л. Д. Фаддеев, Дмитрий Викторович Аносов (к шестидесятилетию со дня рождения),
УМН, 1997, том 52, выпуск 2, 193–200

<https://www.mathnet.ru/rm1586>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 216.73.216.37

14 декабря 2025 г., 19:35:37



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

ДМИТРИЙ ВИКТОРОВИЧ АНОСОВ

(к шестидесятилетию со дня рождения)

30 ноября 1996 года исполнилось 60 лет выдающемуся российскому математику академику Дмитрию Викторовичу Аносову.

Работы Д.В. Аносова сыграли определяющую роль в формировании идеи глобальной гиперболичности в динамике и в разработке всей системы соответствующих понятий и методов. Это привело к новому взаимовлиянию теории дифференциальных уравнений и динамических систем, эргодической теории, механики, геометрии, топологии и их приложений. Д.В. Аносов сам активно участвует в этом процессе, что ему удается благодаря энциклопедической эрудиции и отменному владению разнообразными математическими методами. Его вклад в теорию динамических систем отражен и в общепринятой терминологии (аносовские системы, слоения, действия; псевдо- и квазианосовские диффеоморфизмы).

Д.В. Аносов родился в Москве в научной семье. Его родители, Виктор Яковлевич Аносов и Нина Константиновна Воскресенская, работали в Институте общей и неорганической химии. Школьник Дима Аносов рано проявил интерес к естественным наукам. Он участвовал в Московских олимпиадах по физике и математике; его высшее достижение в то время – вторые премии как по математике, так и по физике.

Математическое образование Д.В. Аносов получил на механико-математическом факультете МГУ (1953–1958) и в аспирантуре МИАН (1958–1961). В середине 50-х годов Л.С. Понтрягин собрал в МГУ группу молодежи для подготовки к исследовательской работе в теории дифференциальных уравнений; студент Аносов был включен в эту группу. Научными руководителями и учителями Д.В. Аносова стали Л.С. Понтрягин, Е.Ф. Мищенко и М.М. Постников; с их помощью он изучал также новые результаты по алгебраической и дифференциальной топологии, что сыграло значительную роль в его образовании.

В студенческие и аспирантские годы Д.В. Аносов выполнил работы [1]–[4]. Статья [4] посвящена обоснованию метода осреднения для систем обыкновенных дифференциальных уравнений

вида

$$(*) \quad \begin{cases} \dot{x} = f(x, y), \\ \varepsilon \dot{y} = g(x, y). \end{cases}$$

В основе этого метода, как известно, лежит естественное сопоставление системе указанного типа системы, усредненной по быстрой переменной y . Формализм этого метода известен давно; он (хотя и без достаточного обоснования) успешно применялся к задачам небесной механики и теории колебаний.

Утверждение о том, что зависимость медленных переменных от времени x_t^ε на каждом конечном отрезке аппроксимируется соответствующим движением $\bar{x}_t$ усредненной системы, и притом тем точнее, чем меньше ε , называется принципом усреднения. Первый общий результат в этом направлении был получен Н. Н. Боголюбовым и впоследствии распространен Н. Н. Боголюбовым и Д. Н. Зубаревым, В. М. Волосовым на многомерные системы вида (*). В работах этих авторов предполагалось, что предел средних

$$\frac{1}{T} \int_0^T f(x, \varphi_t(x; y_0)) dt \quad (T \rightarrow \infty),$$

где $\varphi_t(x; y_0)$ – решение уравнения $\dot{y} = g(x, y)$, $\varphi_0(x; y_0) = y_0$, существует равномерно по x и не зависит от y_0 . Дмитрий Викторович установил, что в общем случае принцип усреднения следует понимать в смысле сходимости по мере, а именно, лебегова мера “множества начальных условий”, для которых $\sup_{0 \leq t \leq 1/\varepsilon} |x_t^\varepsilon - \bar{x}_t| > \delta > 0$, стремится к нулю при $\varepsilon \rightarrow 0$. Этот результат составил основу его кандидатской диссертации, выполненной под руководством Л. С. Понтрягина и защищенной в Московском университете в 1961 году.

Дальнейшее развитие теории осреднения динамических систем шло по следующим направлениям: 1) случайные возмущения и 2) оценки погрешностей в принципе усреднения. Так, А. И. Нейштадт в специальной (впрочем, наиболее интересной) ситуации нашел точные оценки а) уклонения x_t^ε от $\bar{x}_t$ (в равномерной метрике) и б) меры множества, на котором уклонение превышает заданную величину. Недавно группой французских математиков было найдено новое доказательство фундаментального результата [4], которое связано с оригинальным примерно так же, как доказательства индивидуальной и статистической эргодических теорем – между собой. Отметим, что в последнее время метод усреднения применяется также в задаче о движении материальной точки по инерции на римановом многообразии под действием магнитного поля.

В том же году, что и работа [4] вышла статья [3], в которой для (периодических или автономных) систем (*) класса C^1 в предположении, что предельная (при $\varepsilon \rightarrow 0$) система имеет невырожденное периодическое решение L_0 , изучается вопрос о существовании периодического решения близкого к L_0 . Существование таких решений доказано в [3] при условии, что собственные значения матрицы $(\partial g_i / \partial y_j)$ в точках L_0 не лежат на мнимой оси. Несколько раньше подобный результат для периодических систем класса C^2 (что в техническом отношении несколько проще) был получен Л. Флатто и Н. Левинсоном, о публикации которых студенту Аносову в то время еще не было известно.

Предположение о спектре матрицы $(\partial g_i / \partial y_j)$ существенно; в [3] приведен соответствующий пример и притом такой, когда периодические решения существуют для большинства значений малого параметра ε . Вскоре после этого В. Вазов в докладе на Киевском симпозиуме по нелинейным колебаниям (1961) высказал гипотезу о том, что для достаточно малых значений комплексного параметра ε , принадлежащих множеству плотности 1 в точке 0, формальное решение системы (*) соответствует “настоящим” периодическим решениям. В недавней работе [49] Д. В. Аносов завершил обсуждение этого вопроса (а именно, вопроса о представимости периодических решений их формальным асимптотическим разложением по степеням малого параметра); он показал, что даже для аналитических систем с невырожденным периодическим решением у предельной системы возможны как отсутствие периодических решений при всех ε , так и существование периодических решений для большинства ε , причем формальное решение не является асимптотическим разложением этого семейства.

В цикле работ [2], [5], [6], [9], [11] Дмитрий Викторович изучил основные топологические и эргодические (= статистические¹) свойства равномерно гиперболических динамических систем². Эти работы широко известны, и мы сделаем по поводу этого цикла лишь несколько замечаний. Дмитрий Викторович начал с того, что самостоятельно (еще в студенческие годы) “открыл” теорему Адамара–Перрона об инвариантных многообразиях. На применении этого утверждения основана идея доказательства грубости гиперболических систем в [5]. Впервые на грубость динамических систем с гиперболическим поведением траекторий указал С. Смейл в своем историческом докладе на упомянутом выше Киевском симпозиуме; тогда же он сформулировал гипотезу (доказанную вскоре Д. В. Аносовым) о грубости гиперболических автоморфизмов тора и геодезических потоков на компактных многообразиях отрицательной кривизны.

Предложенной Д. В. Аносовым формализации идеи о глобальной гиперболичности, по его собственному признанию, весьма способствовало хорошее знакомство с классическими работами А. М. Ляпунова и О. Перрона об условной устойчивости для систем дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. О влиянии работ Н. Н. Боголюбова (по обоснованию метода осреднения) на формирование идеи о семействах устойчивых и неустойчивых многообразий, связанных с гиперболичностью, см. авторские реминисценции в [45]. Интересно, что именно в статье [3] о предельных циклах впервые появилось в явном виде инвариантное разложение касательных пространств в прямую сумму сжимающихся и расширяющихся подпространств V_+ , V_- и (в случае потоков) подпространства, порожденного вектором фазовой скорости. Поля подпространств V_+ и V_- оказываются интегрируемыми (т.е. являются касательными полями так называемых трансверсальных слоений). Дмитрий Викторович открыл фундаментальный для эргодической теории гладких динамических систем факт – абсолютную непрерывность трансверсальных слоений (это означает, что отображение последования площадки трансверсальной слоению в любую другую такую площадку – абсолютно непрерывно). Гиперболические потоки класса C^2 с интегральным инвариантом подчиняются альтернативе: либо поток получается конструкцией надстройки, либо трансверсальные слоения эргодичны и минимальны. Эти результаты составили содержание докторской диссертации Д. В. Аносова, защищенной в МИАН в 1965 г. В том же году ему была присуждена премия Московского математического общества для молодых математиков. Дальнейшее развитие теории Аносова, в частности, в направлении неравномерной гиперболичности и структурной теории гиперболических множеств отражено в [10], [13], [27], [42], [50].

В серии статей [12], [14], [16] разработан гладкий вариант метода аппроксимаций динамических систем периодическими преобразованиями и с его помощью построены новые примеры в гладкой эргодической теории (некоторые из этих примеров оказались неожиданными). В дальнейшем (другими авторами) было доказано существование бернуллиевских диффеоморфизмов и гладких потоков на гладких многообразиях; впрочем это не усиливает (установленный в [14]) результат о типичности эргодических и перемешивающих гладких динамических систем в замыкании множества диффеоморфизмов, входящих в периодические потоки на многообразии. К аппроксимационному циклу можно также отнести работу [15], в которой изучается разрешимость так называемого гомологического уравнения $f(Tx) - f(x) = g(x)$. Интересно, что отмеченное выше новое доказательство теоремы Аносова об усреднении в динамических системах использует разрешимость аналогичного уравнения.

Во второй половине 70-х годов Дмитрий Викторович становится одним из основных разработчиков (наряду с В. Клингенбергом и его школой) геометрии замкнутых геодезических с точки зрения теории динамических систем и вариационного исчисления в целом. Новый подход к задаче о существовании замкнутых геодезических в римановой геометрии, пропагандировавшийся Клингенбергом, основан на использовании структуры гильбертова многообразия в пространстве

¹Отметим интересное случайное совпадение: появление в то же время заметки [7] об интегральном уравнении, встречающемся в статистике.

²т.е. динамических систем с максимально сильным гиперболическим поведением всех траекторий (теперь их называют аносовскими).

абсолютно непрерывных петель $S^1 \rightarrow M$. Д. В. Аносову удалось установить несколько ключевых фактов об этом пространстве.

В [21] он доказал, что 1) гладкое отображение многообразий определяет гладкое же отображение соответствующих пространств петель и 2) ретракция пространства параметризованных петель (риманова многообразия M) на свое подпространство, сопоставляющее петле ее же, но взятую с натуральным параметром, является непрерывным отображением гомотопным тождественному (при подходящем согласовании отмеченных точек), причем гомотопию можно выбрать с сохранением орбит естественного действия S^1 и, следовательно, опустить до гомотопии отображений соответствующих фактор-пространств. В [22] доказана важная теорема о гомологической нетривиальности вложения множества больших окружностей n -мерной сферы в соответствующее пространство петель. Эти утверждения позволили спасти некоторые результаты о замкнутых геодезических, опубликованные Клингенбергом и его сотрудниками, в доказательствах которых были обнаружены существенные пробелы.

В [27] предложено доказательство (набросок его содержится в тексте доклада [17]) основного результата о римановых и финслеровых метриках, для которых геодезический поток является потоком Аносова, а именно, отсутствие сопряженных точек, негомотопность замкнутых геодезических нулю и между собой и равенство нулю их вариационного индекса. В статье [24] доказана сформулированная Р. Абрахамом (1964) теорема о C^r -типичности ($r \geq 2$) так называемых “бугристых метрик”, т. е. таких, у которых все замкнутые геодезические невырождены.

В работах геодезическо-топологического цикла ярко проявилась универсальность математического таланта Д. В., потребовалось его мастерское владение методами топологии, функционального анализа, римановой геометрии. Здесь уместно сказать, что на формирование научных интересов Д. В. Аносова, по его собственным словам, наряду с учителями наибольшее влияние оказали В. М. Алексеев, В. И. Арнольд, Н. Н. Боголюбов, Р. В. Гамкрелидзе, С. П. Новиков, Я. Г. Синай, И. Р. Шафаревич.

К геодезическо-топологическому циклу примыкают статьи [8], [29]. Статья [8], написанная совместно с В. Л. Голо, является, по существу, частью коллективной монографии, составленной из статей, опубликованных в том же номере Успехов математических наук, и долгое время оставшейся одним из лучших введений в алгебраическую топологию. Результат в [29] о совпадении с точностью до знака чисел Нильсена и Лефшеца для компактных нильмногообразий оказал стимулирующее влияние на современные исследования по числам Нильсена и их роли в теории динамических систем.

В начале 60-х годов внимание Дмитрия Викторовича привлекла идея (высказанная в 30-х годах А. Вейлем) о том, что при изучении потоков на поверхностях полезно рассматривать соответствующие универсально накрывающие потоки и лежащие на абсолюте предельные точки их полутраекторий. В этом направлении в 1965 г. им был получен результат, который в окончательной формулировке (см. [34]) гласит: если множество состояний равновесия непрерывного потока φ_t на замкнутой поверхности M неположительной эйлеровой характеристики стягиваемо (или если поток φ_t вещественно аналитичен), то каждая полутраектория универсально накрывающего потока либо находится в компактной части плоскости $\tilde{M}$, либо имеет асимптотическое направление.

Дмитрий Викторович пришел к выводу, что построению нелокальной качественной теории потоков на поверхностях должно предшествовать изучение расположения на поверхностях незамкнутых кривых без самопересечений и исследование асимптотики их поднятий на универсальную накрывающую. Развитие идеи А. Вейля в направлении, предложенном Д. В. Аносовым, привело (в работах нижегородских и обнинских динамистов) к топологической классификации транзитивных потоков и слоений, нетривиальных минимальных множеств потоков и слоений, топологической классификации каскадов с нетривиальными базисными множествами, в том числе, одномерными аттракторами и репеллерами. Д. В. Аносов разработал метод построения на любой замкнутой поверхности неположительной эйлеровой характеристики C^∞ -потоков со свойством бесконечного удаления полутраекторий накрывающего потока от любой соасимптотической геодезической. Им установлено, что накрывающая полутраектория с рациональным асимптотическим направлением может иметь бесконечное отклонение (только в одну сторону) от соасимпто-

тической геодезической, а в случае иррационального асимптотического направления отклонение может происходить как в одну, так и в обе стороны.

Работы [40], [41], [44] Д. В. Аносова посвящены 21-й проблеме Гильберта для фуксовых систем линейных дифференциальных уравнений. Д. В. Аносов был первым, кто разобрал и несколько упростил контрпример Болибуха к упомянутой проблеме и в [40] сделал соответствующую конструкцию достоянием широких кругов математиков. В [41] обсуждается геометрический подход к задаче о построении фуксовой системы по данной монодромии. Этот подход впервые был предложен Х. Рорлем в 1957 году и впоследствии развит П. Делинем; существо метода состоит в сведении вопроса о разрешимости задачи к проверке тривиальности некоторого (ассоциированного с монодромией) расслоения на сфере Римана. Д. В. Аносов предложил усовершенствование этого метода, позволившее напрямую связать сечения указанного расслоения с соответствующими фуксовыми системами.

Расширенный и переработанный материал из [41] составил содержание совместной монографии [44]; здесь Д. В. Аносовым представлен также детальный исторический анализ постановок 21-й проблемы Гильберта.

Научные заслуги Д. В. Аносова отмечены: государственной премией (1976), избранием в члены-корреспонденты АН СССР (1990) и действительным членом РАН (1992); приглашениями с докладом на математические конгрессы (1966, 1974), на представительные конференции, а также для чтения лекций в ведущих научных центрах и университетах Европы, Азии и обеих Америк. Он трижды назначался членом (в том числе дважды – председателем) панели по подготовке научной программы секции “Динамические системы и дифференциальные уравнения” на международных конгрессах математиков.

Много сил и времени Д. В. Аносов отдает научно-организационной, педагогической и общественной работе. Он избран в бюро отделения математики РАН, входит в состав ученого совета МИРАН, с 1995 г. заведует лабораторией “Динамические системы” в МИРАН, является председателем диссертационного совета при МИРАН и членом экспертного совета по математике и механике ВАК, состоит в правлении Московского математического общества, принимает участие в деятельности попечительского совета Московского центра непрерывного математического образования, участвует в работе оргкомитетов международных конференций по современным проблемам математики, с 1968 г. Дмитрий Викторович – профессор Московского университета, около 20 лет на общественных началах он соруководит семинаром по динамическим системам в МГУ.

Д. В. Аносов участвует в работе редакционных коллегий ведущих математических журналов, в настоящее время – Успехов математических наук, Математических заметок и Journal of Dynamical and Control Systems (в двух последних – зам. гл. редактора). Он является автором или соавтором 5 монографий и курсов лекций, титульным редактором переводов на русский язык 6 книг и сборников. Д. В. Аносов редактирует переводы весьма тщательно, снабжая их обстоятельными комментариями, примечаниями и добавлениями, существенно улучшающими и соразмерно дополняющими текст оригинала. Им написано также около ста статей для Математической энциклопедии.

Д. В. Аносов – внимательный и доброжелательный критик математических рассуждений и надежный их испытатель. Именно он проявил твердую “неуступчивость” на заседаниях семинара С. П. Новикова, посвященном изучению работы И. Г. Петровского и Е. М. Ландиса по второй части 16-й проблемы Гильберта. Дмитрий Викторович одним из первых ознакомился с работами В. П. Маслова по многомерному методу ВКБ и познакомил своих коллег с этими результатами.

Многообразная деятельность Д. В. Аносова снискала ему всемирную известность и авторитет в математическом сообществе.

Желаем Дмитрию Викторовичу много лет и творческого долголетия.

*В. И. Арнольд, А. А. Болибрух, Р. В. Гамкрелидзе,
В. П. Маслов, Е. Ф. Мищенко, С. П. Новиков,
Ю. С. Осипов, Я. Г. Синай, А. М. Степин, Л. Л. Фаддеев*

СПИСОК ТРУДОВ Д. В. АНОСОВА

- [1] Об устойчивости положений равновесия релейных систем // Автоматика и телемеханика. 1959. Т. XX. № 2. С. 135–149
- [2] Многомерный аналог одной теоремы Адамара // Научные доклады высшей школы, физ.-матем. науки. № 1, 1959. С. 3–12
- [3] О предельных циклах систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных // Матем. сб. 1960. Т. 50 (92). № 3. С. 299–334
- [4] Осреднение в системах обыкновенных дифференциальных уравнений с быстроколеблющимися решениями // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1960. Т. 24. № 5. С. 721–742
- [5] Грубость геодезических потоков на компактных римановых многообразиях отрицательной кривизны // Докл. АН СССР. 1962. Т. 145. № 4. С. 707–709
- [6] Эргодические свойства геодезических потоков на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны // Докл. АН СССР. 1963. Т. 151. № 6. С. 1250–1252
- [7] Об одном интегральном уравнении, встречающемся в статистике // Вестн. ЛГУ. Сер. матем., мех. и астр. 1964. № 7, вып. 2. С. 151–154
- [8] Векторные расслоения и K -функтор // УМН. 1966. Т. 21. № 5. С. 181–212 (совм. с Голло В. Л.)
- [9] Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны // Труды МИАН. 1967. Т. XC
- [10] Некоторые гладкие эргодические системы // УМН. 1967. Т. 22. № 5. С. 107–172 (совм. с Синаем Я. Г.)
- [11] О касательных полях трансверсальных слоений в U -системах // Матем. заметки. 1967. Т. 2. № 5. С. 539–548
- [12] Новые примеры эргодических диффеоморфизмов гладких многообразий // УМН. 1970. Т. 25. № 4. С. 173–174 (совм. с Катком А. Б.)
- [13] Об одном классе инвариантных множеств гладких динамических систем // Труды V Международной конференции по нелинейным колебаниям. Т. 2. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1970. С. 39–44
- [14] Новые примеры в гладкой эргодической теории. Эргодические диффеоморфизмы // Труды ММО. 1970. Т. 23. С. 3–36 (совм. с Катком А. Б.)
- [15] Об аддитивном функциональном гомологическом уравнении, связанном с эргодическим поворотом окружности // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1973. Т. 37. № 6. С. 1259–1274
- [16] Существование гладких эргодических потоков на гладких многообразиях // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1974. Т. 38. № 3. С. 518–545
- [17] Геодезические в финслеровой геометрии // Proc. of the International Congress of Mathematicians Vancouver, 1974: ICM, 1975. С. 293–297
- [18] Частично гиперболические явления в гиперболических системах // УМН. 1976. Т. 31. № 3. С. 249–250
- [19] // Вступительная статья к сборнику “Гладкие динамические системы”. М.: Мир, 1977. С. 7–37
- [20] // Примечания редактора книги И. Тамура “Топология слоений”. М.: Мир, 1979. Р. 267–303
- [21] Некоторые гомотопии в пространстве замкнутых кривых // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1980. Т. 44. № 6. С. 1219–1254
- [22] Некоторые гомотопии в пространстве замкнутых кривых на n -мерной сфере // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1981. Т. 45. № 3. С. 467–490
- [23] Замкнутые геодезические // Качественные методы исследования нелинейных дифференциальных уравнений и нелинейных колебаний. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1981. С. 5–24
- [24] О типичных свойствах замкнутых геодезических // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1982. Т. 46. № 4. С. 675–709
- [25] // Предисловие и примечания редактора книги В. Клинггенберг “Лекции о замкнутых геодезических”. М.: Мир, 1982. С. 5–20; 350–396

- [26] О математических трудах Л. С. Понтрягина. Современные проблемы математики. Дифференциальные уравнения, математический анализ и их приложения. Сборник статей. Посвящается акад. Л. С. Понтрягину к его семидесятипятилетию // Труды МИАН. Т. 166. М.: Наука, 1984. С. 3–17 (совм. с Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф., Постниковым М. М.)
- [27] О геодезических потоках, удовлетворяющих условию (У). Современные проблемы математики. Математический анализ, алгебра, топология. Сборник статей. Посвящается акад. Л. С. Понтрягину к его семидесятипятилетию // Труды МИАН. Т. 167. М.: Наука, 1985. С. 3–24
- [28] Грубые системы. Топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, динамические системы. Сборник обзорных статей. 2. К 50-летию института // Труды МИАН. Т. 169. М.: Наука, 1985. С. 59–93
- [29] О числах Нильсена отображений нильмногообразий // УМН. 1985. Т. 49. № 4. С. 133–134
- [30] Гладкие динамические системы. Исходные понятия // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Динамические системы. 1. Т. 1. М.: ВИНТИ, 1985. С. 156–178
- [31] Гладкие динамические системы. Элементарная теория // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Динамические системы. 1. Т. 1. М.: ВИНТИ, 1985. С. 178–204
- [32] Гладкие динамические системы. Топологическая динамика // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Динамические системы. 1. Т. 1. М.: ВИНТИ, 1985. С. 204–229 (совм. с Бронштейном И. У.)
- [33] // Примечания и послесловие редактора книги Ж. Палис, В. ДиМелу “Геометрическая теория динамических систем”. М.: Мир, 1986. С. 259–277; 278–287
- [34] О поведении траекторий на плоскости Евклида или Лобачевского, накрывающих траектории потоков на замкнутых поверхностях. I // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1987. Т. 51. № 1. С. 16–43
- [35] О работах Л. С. Понтрягина по теории функций и функциональному анализу. Теория вероятностей, теория функций, механика. Сборник обзорных статей. 5. К 50-летию института // Труды МИАН. Т. 182. М.: Наука, 1988. С. 245–249
- [36] О поведении траекторий на плоскости Евклида или Лобачевского, накрывающих траектории потоков на замкнутых поверхностях. II // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1988. Т. 52. № 3. С. 451–478
- [37] О бесконечных кривых на торе и замкнутых поверхностях отрицательной эйлеровой характеристики. Оптимизация и дифференциальные игры // Труды МИАН. Т. 185. М.: Наука, 1988. С. 30–53
- [38] Как могут уходить в бесконечность кривые на универсальной накрывающей плоскости, накрывающие несамопересекающиеся кривые на замкнутой поверхности. Современная механика и теория динамических систем. К 80-летию акад. Н. Н. Боголюбова // Труды МИАН. Т. 191. М.: Наука, 1989. С. 34–44
- [39] О бесконечных кривых на бутылке Клейна // Матем. сб. 1989. Т. 180. № 1. С. 39–56
- [40] Hilbert's 21-st problem (according to Bolibruch) // IMA preprint series. № 660. Minneapolis: Inst. for Math. and its Appl. Univ. of Minnesota, 1990
- [41] An introduction to Hilbert's 21-st problem // IMA preprint series. № 861. Minneapolis: Inst. for Math. and its Appl. Univ. of Minnesota, 1991
- [42] Гиперболические множества. §§ 1, 2, 3 и § 4, п.п. 4.1, 4.3, 4.4 // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Динамические системы. 9. Т. 66. М.: ВИНТИ, 1991. С. 12–81; 85–99
- [43] Потоки на поверхностях. Топология и ее приложения. Труды международной топологической конференции (Баку, 1987) // Труды МИАН. Т. 193. М.: Наука, 1992. С. 10–14
- [44] The Riemann–Hilbert problem. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1994 (with Bolibruch A. A.)
- [45] О вкладе Н. Н. Боголюбова в теорию динамических систем // УМН. 1994. Т. 49. № 5. С. 5–20

- [46] О поведении траекторий на плоскости Евклида или Лобачевского, накрывающих траектории потоков на замкнутых поверхностях. III // Изв. РАН. Сер. матем. 1995. Т. 59. № 2. С. 63–96
- [47] Flows on closed surfaces and behavior of trajectories lifted to the universal covering plane // J. Dynam. Control Systems. 1995. V. 1. № 1. P. 125–138
- [48] Лекции по курсу “Динамические системы”. М.: Независимый Московский университет, 1995
- [49] Some examples of singular perturbations // J. Dynam. Control Systems. 1996. V. 2. № 2. P. 289–298
- [50] Remarks concerning hyperbolic sets // J. Math. Sci. 1996. V. 78. № 5. P. 497–529